

Česká zemědělská univerzita v Praze
Provozně ekonomická fakulta
Katedra operační a systémová analýzy

Integrované modelové systémy a jejich modifikace v podmínkách EU

disertační práce

Doktorandka: Ing. Petra Pavlíčková, roz. Nevřivová
Školitel: Doc. Ing. Jaroslav Švasta, CSc.
Obor: Systémové inženýrství

Praha, 2006

SOUHRN

Cílem této disertační práce je navrhnout integrovaný modelový systém, který by byl zobecnitelný a univerzálně použitelný. V disertační práci je navržen integrovaný modelový systém včetně praktické realizace s využitím teorie hromadné obsluhy. S využitím navržených komponent modelového systému jsou nasimulovány a zanalyzovány modely pro leteckou společnost ČSA.

Na základě výsledků modelů teorie hromadné obsluhy je navržena optimalizace struktury využití odbavovacích přepážek. Nejenom, že je možné přesně stanovit počet potřebných odbavovacích přepážek pro daný den, ale zároveň je možné optimalizovat strukturu přepážek. A to tak, že kromě tzv. pevných odbavovacích přepážek se budou volit i tzv. variabilní odbavovací přepážky.

SUMMARY

The goal of this doctoral thesis is to propose the integrated model system, which could be generalizable and generally applicable. The integrated model system is designed within practical realization of using the queuing theory. Using the components of the model system are simulating and analyzing models for Czech airlines.

On the base of the results of the queuing theory is proposed structure optimization of the Check-ins. It is not only possible to determine the number of Check-ins, but to optimize the structure. The structure should be separated into the stationary Check-ins and the flexible ones.

Klíčová slova: model, integrovaný modelový systém, simulace, systémy hromadné obsluhy, odbavovací přepážka, letecká společnost ČSA

Key words: model, integrated model system, simulation, queuing theory, Check-in, Czech airlines

OBSAH

1. ÚVOD	4
1.1. CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE.....	5
1.2. METODY DOSAŽENÍ CÍLŮ PRÁCE.....	5
1.3. POUŽITÁ TERMINOLOGIE	6
1.4. PŘÍNOSY DISERTAČNÍ PRÁCE	6
2. SOUČASNÝ STAV ZKOUMANÉ PROBLEMATIKY	7
2.1. SYSTÉMOVÁ VĚDA A JEJÍ APLIKACE.....	7
<i>Systémová věda a systém</i>	7
2.2. OPERAČNÍ ANALÝZA	12
2.3. MODELOVÁNÍ.....	13
3. VÝVOJ A ZÁKLADY KONCEPCE MODELOVÝCH SYSTÉMŮ	18
3.1 KONCEPCE MODELOVÝCH SYSTÉMŮ.....	18
3.2. INFORMAČNÍ TRANSFORMÁTORY	21
3.3. MATEMATICKÉ MODELKY	23
3.3.1. <i>Simulační modely</i>	23
3.3.2. <i>Stochastické modely</i>	26
3.3.2.1. <i>Základní stochastické procesy</i>	27
3.3.2.2. <i>Markovovy řetězce</i>	28
3.3.3. <i>Systémy hromadné obsluhy</i>	33
3.3.3.1: <i>Základní pojmy</i>	34
3.3.3.2. <i>Modelování systémů hromadné obsluhy</i>	38
3.3.3.3 <i>Simulační model jednoduchého systému hromadné obsluhy</i>	40
3.3.3.4. <i>Analytické modely systémů hromadné obsluhy</i>	44
<i>Otevřený systém typu M/M/1</i>	44
<i>Otevřený systém typu M/M/S</i>	46
4. REALIZACE INTEGROVANÉHO MODELOVÉHO SYSTÉMU	47
4.1. SPOLEČNOST ČESKÉ AEROLINIE	47
4.2. LETECKÝ PŘEPRAVNÍ PROCES.....	52
4.2.1. <i>Dispoziční řešení letišť pro zajištění toku odlétajících a přilétajících cestujících</i>	56
4.3. NÁVRH INTEGROVANÉHO MODELOVÉHO SYSTÉMU	58
4.4. ANALYZÁTOR JAKO SOUČÁST MODELOVÉHO SYSTÉMU A JEHO VYUŽITÍ V PRAXI.....	64
4.4.1. <i>Model 1 – výpočet počtu odbavovacích přepážek na základě průměrných dat z roku 2005</i>	65
4.4.2. <i>Model 2 – výpočet počtu odbavovacích přepážek pro cestující business přepravní třídy na základě dat z roku 2005</i>	67
4.4.3. <i>Modelování reálné skutečnosti odbavení cestujících v průběhu zkoumaného dne</i>	69
4.4.4. <i>Implementace výsledků v praxi</i>	72
5. ZÁVĚR	75
6. SLOVNÍK ZKRATEK A VÝRAZŮ	77
7. LITERATURA A POUŽITÉ ZDROJE	79
8. SEZNAM PŘÍLOH	83

1. ÚVOD

Nedílnou součástí systematického vzdělávání odborné veřejnosti včetně managerů jsou předměty zaměřené na poskytování poznatků a dovedností v oblasti konstrukce modelů rozhodovacích procesů a jejich řešení širokou škálou matematických, statistických a jiných kvantitativních metod.

Jejich použití je motivováno snahou omezit oblast subjektivního rozhodování a minimalizovat tak případné negativní důsledky takového rozhodování.

Postupná globalizace trhů, integrace v rámci EÚ a z toho vyplývající požadavky na integrované řízení toků zboží a služeb v celých, stále rozsáhlejších řetězcích, pak vedou zejména v posledním desetiletí k rychlejšímu pronikání kvantitativních metod do rozhodování.

V 60. až 90. letech minulého století byly postupně vyučované disciplíny jako „operační analýza“ nebo „operační výzkum“ nahrazovány předměty „Kvantitativní metody“ nebo termínem „Management Science“.

Rychlý vývoj možností výpočetní techniky, snadnější komunikace uživatelů s počítači a velmi pestrá nabídka softwarových produktů zaměřených na modelově informační systémy a jiné oblasti kvantitativních metod.

Tento uživatelský efekt předznamenal zejména pak stále se lepšící úroveň informačních systémů v podnicích i v dalších institucích postupně odstraňuje překážky, které bránily dosud širšímu využívání těchto metod, jak při hledání řešení operativních problémů, tak přijímání rozhodnutí dlouhodobějšího charakteru.

Moderní doba začátku 3. tisíciletí evokuje poznání, že bez kvantitativních metod se nelze obejít při řešení svou strukturou složitých rozhodovacích situací. Řešení existujících informačně a ekonomicky složitých problémů, ovlivňuje velké množství vnějších i vnitřních faktorů.

Kvantitativní metody hrají nezbytnou roli při analýze problémů nových, které se dosud v praxi nevyskytly a u kterých z pragmatického hlediska s jejich řešením existuje

pouze minimum zkušeností. Tyto metody se vyplatí využívat pro opakované řešení problémů a kdy lze zpracovaný algoritmus zavést jako součást automatizovaného systému v určité oblasti firmy nebo instituce, popřípadě výrazně specializovaného objektu.

1.1. Cíle disertační práce

Hlavním cílem této disertační práce je navrhnout integrovaný modelový systém, který by byl zobecnitelný a použitelný v různých oblastech provozní, ekonomicky orientované praxe zkoumaného objektu.

Dalším cílem je ověření funkčnosti daného integrovaného modelového systému v praxi. Velmi důležitou komponentou navrženého modelového systému je tzv. „Analyzátor“. Modely komponenty „Analyzátor“ jsou založeny na teorii systémů hromadné obsluhy. Funkcionalita navrženého integrovaného modelového systému bude alternativní simulace pro leteckou společnost České aerolinie, a.s.

Na základě použití systémů hromadné obsluhy bude analyzováno očekávané chování množiny zákazníků při procesu odbavení právě pro tuto leteckou společnost. Výsledkem praktické ukázky použití modulů systému navrženého integrovaného modelového systému by měl být: Návrh optimálního počtu odbavovacích přepážek pro konkrétní spektrum letů ve zvolený den při několika miliónech zákazníků v ročním cyklu.

1.2. Metody dosažení cílů práce

Z hlediska struktury je jádro celé práce (bez úvodu a závěru) rozděleno do tří hlavních kapitol. Po přehledu současného stavu zkoumané problematiky (kapitola 2) následuje kapitola zabývající se podrobným popisem jednotlivých matematických modelů s důrazem na stochastické modely a modelování systémů hromadné obsluhy. Kapitola 4 se zabývá již samotným návrhem integrovaného modelového systému s důrazem na praktické využití tohoto modelového systému pro leteckou společnost

České aerolinie, a.s. V této kapitole je též část, která se zabývá vlastním popisem základních leteckých procesů a seznámení s profilem společnosti České aerolinie, a.s.

Při zpracování disertační práce je využito základních typových charakteristik modelů hromadné obsluhy jako základu integrovaného modelového systému. Podobně jako kapacita zpracovatelských linek v marketingových řetězcích zemědělské a potravinářské prvovýroby, je systém odbavení na letištích Českých aerolinií, a.s. (např. Praha, Ostrava apod.), funkcí množství, typů zákazníků a charakteristik kanálů obsluhy v časově identifikovaných podmínkách. Tyto funkcionální vztahy jsou popsány rozsáhlou strukturou modelů, které jsou uvedeny v kapitole 3 a 4.

1.3. Použitá terminologie

Definice použitých termínů a zkratk jsou uvedeny v závěru práce v kapitole 6 „Slovník zkratk a výrazů“.

1.4. Přínosy disertační práce

Autorka se domnívá, že v úvodu disertační práce je vhodné současně uvést i očekávané přínosy. Jsou to:

1. Pro předmět systémová analýza a modelování navrhnout příklad případové studie modelování integrovaného modelového systému s využitím teorie hromadné obsluhy.
2. Pro předmět modelové systémy a informační management přispět k problematice kvantifikace zdrojových informací pro integrované typy modelových systémů.
3. Navržení použití integrovaného modelového systému v praxi, kde se dosud metody hromadné obsluhy prakticky nepoužívají.
4. Navržení optimalizace struktury odbavovacích (check-in) přepážek na pevné a variabilní s dimenzí dle výsledků a charakteristik zákazníků. Míra variability struktury odbavovacích přepážek může ovlivnit celkové náklady pro provozování kanálů obsluhy.

2. Současný stav zkoumané problematiky

2.1. Systémová věda a její aplikace

Jako východiska práce autorky sloužila především literatura, odborné příspěvky a přednášky z těchto disciplín systémové vědy – teorie systémů, systémová analýza a syntéza a klasický operační výzkum (Operations Research – Management Science). Celou práci pronikají především základní pojmy „systém“, „model“, „modelový systém“. Chápání těchto pojmů se stále poměrně výrazně liší, a to především s ohledem na různý pohled jednotlivých angažovaných vědních disciplín.

Po dobách nedávno minulých, dychtících po rozpoznání všech složitostí světa a po jejich exaktním popisu v intencích „tvrdého“ deterministického chápání, se současná věda, a především nejobecnější věda systémová, odklání od těchto popisů a začíná respektovat „svéhlavost“ a „měkkost“ uspořádání světa.

Chceme-li tedy popsat část reality či definovat výstižně pojem k tomuto popisu sloužící, měli bychom se držet pravidel, že: „Nejlepší definice je patrně ta nejprimitivnější“ (Klir 1991).

Systémová věda a systém

Systémová věda je samostatný vědní obor, který se zabývá výzkumem systémů. Cílem systémové vědy je vypracovávat metodologii a terminologii pro práci se systémy. Jejimi součástmi je teorie systémů, která zahrnuje obecnou teorii systémů a kybernetiku a systémové aplikace, mezi které patří například operační a systémová analýza (Získal 1998).

Systémová analýza představuje soubor logických a formalizovaných principů a metod, které umožňují kombinovat dílčí zdroje a jim odpovídající poznatky k účinnému dosažení cílů. Je to nejobecnější metodologie řešení složitých problémů, která je aplikací teorie systémů a systémového modelování.

Systémová analýza zkoumá celé složité systémy, snaží se kvantifikovat neurčitě vyjádřené vztahy mezi prvky systému i jeho okolím a navrhnout takové řešení, které bude vyhovovat jak v současnosti, tak i v budoucnosti. Jejím cílem je vybrat směr činnosti systému pomocí systematického zkoumání skutečných cílů, kvantitativního srovnávání nákladů, efektivnosti a rizika jednotlivých alternativ.

Vznik disciplíny, která se dnes označuje názvem **systémová analýza (SYA)**, spadá do poloviny 50. let, kdy se objevují první práce z tohoto oboru. Z počátku byla SYA chápána jako metoda práce se složitými systémy nezávisle v různých vědních oborech (Získal 1989).

Základní teze systémové analýzy:

Každý existující systém lze zdokonalit, každý nově projektovaný systém lze skonstruovat tak, aby uspokojoval požadavky uživatele

Metody systémové analýzy lze rozdělit do tří hlavních skupin. V první skupině jsou zařazeny vlastní metody systémové analýzy a syntézy, jako jsou metody identifikace systému, problému a strategie řešení, diagnostické systémové metody, metody výběru a hodnocení cílů a variant řešení, konstrukční systémové metody, prognostické metody a další. Do druhé skupiny lze řadit matematické a statistické metody operační analýzy a modelování. Třetí skupinu metod pak tvoří metody převzaté z oblastí zkoumaných problémů. Systémová analýza je tak typickým příkladem mezní disciplíny (Brožová, Houška 2002).

Postup systémové analýzy při řešení problémů:

Cílem systémové analýzy je zvýšit kvalitu rozhodování, zlepšit úroveň znalostí o zkoumané oblasti a umožnit experimenty bez manipulace s reálným objektem.

Základní kroky systémové analýzy mají pevný řád a metodicky obsahují kombinace exaktních a intuitivních postupů. Řešení problému pomocí systémové analýzy probíhá v těchto fázích (Habr, Vepřek 1972):

1. Vymezení řešeného problému.
2. Identifikace systému a zkoumaného objektu.
3. Vytvoření systémového modelu a kvantifikace modelu.
4. Modelové výpočty a experimenty.

5. Interpretace výsledků a řešení problému.
6. Implementace a realizace řešení v praxi.

Úvodní fázi popisu a vymezení problému nelze podceňovat. Je nutno věnovat velkou pozornost účelu řešení, aby nedošlo v průběhu řešení k odchýlení od řešených otázek. Účelovost přístupu systémové analýzy umožňuje redukovat mnohotvárnost reálného objektu na podstatné stránky a vlastnosti z hlediska řešeného problému. Toto zúžení je významným metodickým přínosem systémové analýzy (Brožová, Houška 2002).

Druhou fází je identifikace systému na zkoumaný objekt. Je potřeba najít vhodnou úroveň zjednodušení reálného objektu a při dané rozlišovací úrovni vymezit na objektu systém. Identifikace tohoto systému znamená definovat prvky systému, vazby mezi nimi, vstupy a výstupy, popřípadě hodnotící funkci.

V další fázi systémové analýzy se vytváří model systému. Pro konstrukci matematického modelu je rozhodující účel, který je sledován. Často je možné využití již existujících matematických modelů. Výběr vhodného modelu z tohoto souboru musí být proveden pečlivě, model musí co nejlépe odpovídat rysům vymezeného systému. Také tvorba modelů patří k tvůrčí činnosti a vyžaduje kromě dobré znalosti teorie modelování také dobré znalosti věcné problematiky.

Důležitou fází je kvantifikace a testování vytvořeného modelu. V této fázi jsou dosazovány za všechny parametry v modelu konkrétní hodnoty, které jsou získávány z evidence, z měření nebo pomocí expertních odhadů. Součástí této fáze je i testování logické konzistence a struktury kvantifikovaného modelu, aby byla zabezpečena co nejlepší shoda se skutečností. Je třeba i posoudit vhodnost a přípustnost použití příslušného modelu (Brožová, Houška 2002).

Fáze modelových experimentů a výpočtů je fází získávání údajů pro řešení daného problému. V této fázi je možno měnit podmínky modelovaného jevu a jednotlivých parametrů modelu.

Interpretace výsledků a návrh řešení je fází v níž jsou analyzovány a syntetizovány výsledky modelových experimentů a propočtů a je navrhováno

řešení celého problému. Při návrhu je nutno vycházet z reality zkoumaného problému a návrhy konfrontovat s tím, jak byl problém vymezen. Je to jedna z nejdůležitějších etap celého postupu (Brožová, Houška 2002).

Fáze implementace a realizace řešení problému v praxi představuje volbu postupu, jak vybrané rozhodnutí prakticky použít. S každým návrhem řešení je nutno navrhnout i způsob jeho realizace. Je nutný úzký dialog mezi modelem a realitou, který umožní modelové řešení převést do realizovatelné formy. Jednotlivé kroky tohoto postupu musí být pochopitelné a přijatelné pro pracovníky, kteří budou odpovídat za jejich zavedení do praxe. Při realizaci řešení je nutné pracovníky vhodně motivovat a při zavádění úprav a zlepšování systému volit vhodnou taktiku (Brožová, Houška 2002).

Systémový přístup je metodologie myšlení, řešení problémů nebo jednání. Místo zkoumání konkrétního objektu je zkoumán systém, který je na něm definován (Brožová, Houška 2002).

Systémový přístup můžeme vymežit jako takový způsob myšlení, řešení problémů nebo jednání, při němž jsou jevy chápány komplexně ve svých vnitřních i vnějších souvislostech (Švasta, Získal 1985).

Systémový přístup představuje:

- a) Určitý filosofický směr.
- b) Určitý pořádací princip.

Při použití systémového přístupu má rozhodovací proces tuto strukturu:

- 1) Vymezení a formulace problému.
- 2) Analýza údajů a informací o problému.
- 3) Zjištění možných alternativních řešení.
- 4) Analýza získaných výsledků a výběr rozhodnutí.
- 5) Plán realizace rozhodnutí.
- 6) Kontrola realizace.

System

Základním pojmem teorie systémů je slovo **system**. Obecně je systém definován jako neprázdná účelově definovaná množina prvků a vazeb mezi nimi, která vykazuje jako celek určité vlastnosti a chování. U systému je důležitá jeho struktura a vlastnosti, které podmiňují jeho chování (Získal 1998).

Účelovost systému je velmi důležitá, neboť vymezení systému na nějakém reálném objektu nemusí být jednoznačné. Jeden a tentýž objekt může být zahrnut svými rozdílnými charakteristikami do různých systémů. Vždy je nutno při vymezení systému mít na paměti obsah řešeného problému. K velkým chybám může dojít i při využití systému definovaného pro jiný problém, neboť mohou být potlačeny některé důležité vlastnosti objektu.

Uživatelské chápání vztahů je mnohdy důležitější než přesná definice prvků či ohraničenost systému jako celku, tedy i vztahů systému na své nejbližší okolí.

Systemem je běžně chápán složitý celek, ve kterém lze rozeznat jednotlivé části a jejich vztahy (strukturu). V lepších případech je zvažován holistický přístup, který uvažuje deterministický charakter jak komponent, tak vztahů. Současná systémová teorie a naprostá většina odborníků se přiklání ke konstruktivistickému pojetí systému. To znamená, že pojetí systému nemá „objektivní charakter“, ale je vymežováno v relaci k záměrům, poznávacím schopnostem a světonázoru lidí, kteří se systémem pracují. Takové pojetí přináší řadu problémů a nutně vyžaduje mnohem hlubší zainteresovanost mnoha zainteresovaných stran – systém přestává být předmětem zájmu samotného tvůrce. Na druhé straně se tak lze vyhnout nebezpečí redukcionismu, které zjednodušuje tím způsobem, že abstrahuje od atributů sice relevantních, ale vyhovujících dobře strukturovaným problémům (Rosický 1997).

Nad tímto pojetím konstruktivistického přístupu k systému uplatňovaným především v konstrukcích a tvorbě systémů informačních, stojí za to se pozastavit i z pohledu koncepce a tvorby modelových systémů, kde se soustava vzájemně komunikujících modelů (jako komponent – prvků-systému) nechápe jako homogenní uzavřený celek sloužící k jednoznačnému účelu. Právě onen zmiňovaný „neobjektivní charakter“ pojetí systému umožňuje se na soustavu vzájemně komunikujících modelů

(modulů ze softwarového pojetí) dívat jako na modelový systém úhlem pohledu metod a cílů operačního výzkumu, respektive systémové analýzy v užším pojetí a nikoli např. (standardně) očima systémového inženýra či projektanta informačních systémů.

Prvky systému je možno dělit na prvky hraniční, které vykazují vazby s prvky okolí systému, a prvky vnitřní, které takové prvky nemají. Z hlediska počtu prvků systému je v některých případech vhodné seskupovat prvky do systémů a subsystémů. Vytváří se tak hierarchická struktura systému, která může mít význam pro řešení dílčích problémů v rámci celého systému.

Vazby v systému je možno chápat jako vztahy prvků nebo jejich skupin.

Chování systému je možné definovat jako způsob reakce na podnět. Základní dělení systémů podle jejich chování je dělení na systémy statické a dynamické. Statické jsou ty, které v čase nevykazují žádné změny. U dynamických nastávají v čase změny prvků, vazeb nebo chování. Konkrétní stav prvků, vazeb, chování a vlastností systému je nazýváno stavem systému. Zdrojem dynamického chování systému může být systém sám nebo okolí systému.

Podle toho, zda průběh chování je či není předem znám, je definován deterministický systém (chování systému je pevně určeno) a o stochastických systémech, jejichž chování má pravděpodobnostní charakter a nový stav systému je znám pouze s určitou pravděpodobností.

2.2. Operační analýza

Operační analýza zkoumá určité konkrétní funkce a ostatní činnosti i podmínky tvořící omezení úlohy. Jde o aplikaci vědeckých metod, způsobů a nástrojů, které vznikaly ve 40. letech. Pomocí nich lze řešit úlohy, které se týkají operací v systémech a to tak, aby řízení operace probíhalo na základě optimálních řešení.

Rozvoj operační analýzy je velmi silně svázán i s vývojem výpočetní techniky. Cílem operačního výzkumu je poskytovat exaktní systémové informace pro řešení problémů ve složitých systémech.

Podstatné rysy operačního výzkumu jsou:

1. Týmová práce.
2. Standardní postup řešení problému.
3. Systémový přístup.
4. Modelování a matematické modely.
5. Použití výpočetní techniky.

Matematické modely operační analýzy musí poskytovat srozumitelný popis všech relevantních faktorů dané situace a umožňují tak studovat všechny podstatné vztahy mezi prvky zkoumaného systému (Brožová, Houška 2002).

2.3. Modelování

Modelování je postup, při kterém jeden systém (originál) se zobrazuje jiným systémem (modelem). Cílem modelování je znázornění (zobrazení) a zkoumání reálných objektů za účelem nalezení určitých obecných i jedinečných vztahů a zákonitostí, čili získávání komplexních informací o objektu (Získal 1998).

Pod pojmem **model** se obecně rozumí záměrně zjednodušený obraz reality za účelem jeho poznání. Jde v podstatě o soubor představ o různých vlastnostech objektu a jejich vazbách zachycených pomocí určitého zobrazovacího prostředku (Získal 1998).

Model je nástrojem poznání a prostředkem řešení komplexních problémů. Je věcně odlišný od reálného objektu, ale z hlediska účelu, pro který byl konstruován je s reálným objektem funkčně totožný. Model je vždy nezávislý na reálném modelovaném objektu.

Klasifikace modelů

Všechny modely jsou pouze pomocné nástroje k zobrazování a výzkumu reality. Mohou se třídit podle nejrůznějších hledisek. Klasifikace modelů může vycházet z různých třídících znaků. Jedním z nich může být druh modelovaných procesů nebo princip, na kterém pracují. Klasifikace modelů vytváří určité třídy modelů, kterým lze přiřazovat určité obecné znaky a charakteristiky a využít jich pro řešení různých problémů.

Podle míry zobrazování originálu se rozlišují modely:

- a) **Fyzické**, které jsou hmotným zobrazením.
- b) **Verbální**, které k modelování skutečnosti používají slovní vyjádření.
- c) **Symbolické**, které využívají matematických a logických symbolů.

Podle způsobu, jakým byly získány prvky z nichž je model utvořen, se rozlišují modely:

- a) **Induktivní**, které jsou konstruovány z prvků odvozených ze zkušenostních dat (uplatnění statistických metod).
- b) **Deduktivní**, jež jsou tvořeny na základě známých, nebo předpokládaných vztahů mezi různými vlastnostmi modelovaného systému. Východiskem konstrukce jsou různé teorie a hypotézy o modelovaném systému.

Podle účelu se matematické modely dělí na:

- a) **Deskriptivní (popisné)**, které představují formalizovaný jednoznačný popis složité reálné situace. Jejich účelem je odhalit podstatu fungování systému.
- b) **Explanatorní (vysvětlovací)**, které zobrazují hypotetické vlastnosti originálu ve shodě s přijatou hypotézou a slouží k ověřování této hypotézy, resp. objasňují analyzované jevy.
- c) **Operativní (rozhodovací)**, mají za cíl vyjádřit jednotlivé stavy systému, ve kterých se může systém nacházet. Slouží k získání variant pro rozhodování.
- d) **Predikční**, které slouží k předvídání vývoje určitých jevů.

Podle dalšího hlediska se modely dělí na:

- a) **Optimalizační modely**, které zobrazují systém pomocí soustav lineárních nebo diferenciálních rovností a slouží k vyhledávání optimálního stavu systému. Tyto modely slouží k popisu klasického úkolu nalézt řešení, které je omezeno řadou podmínek a které zároveň nejlépe vyhovují uvažovaným kritériím. Kritériem rozhodnutí je nejčastěji optimalizace výsledku, tedy nalezení maximální nebo minimální hodnoty funkce $f(x)$. Potom se jedná o maximalizační či minimalizační model. Cílem optimalizačních modelů je nalezení optimálního řešení, tj. optimálních hodnot proměnných, respektive optimálních rozsahů jednotlivých procesů či aktivit a optimální hodnoty kritéria (Pitel 1986).

Nejrozšířenější optimalizační modely jsou **lineární optimalizační modely**. Obsahují proměnné, lineární omezující podmínky a lineární účelovou funkci. Jejich cílem je nalezení optimálního rozsahu modelovaných procesů vzhledem ke kritériu účelové funkce.

- b) **Bilanční (strukturní) modely** zobrazují pomocí matic strukturu systému a slouží k vyhledávání rovnovážného stavu. Bilanční model je ve formalizované podobě soustavou rovnic, většinou lineárních a cílem jeho řešení soustavy je nalezení hodnot požadovaných veličin ze zadaných parametrů. Hlavní oblastí použití bilančních modelů je plánovací proces, ve kterém umožňují algoritmizaci bilančních propočtů nutných pro tvorbu podnikových plánů distribuce, výroby a zásobování a operativního rozpisu výrobních úkolů (Gros, 2003). U bilančních modelů, zvláště podnikových vystupují jako prvky jednotlivé výrobky, polotovary, zpracovávané suroviny, paliva, energie apod.
- c) **Sít'ové modely** zachycují sekvenční (návazné) procesy pomocí orientovaných grafů typu sítě a umožňují plánování a kontrolu postupu činností, které na sebe navazují podle předem stanovených pravidel (plánování projektů).

d) **Simulační modely** popisují transformační a přenosné procesy mezi vstupy a výstupy systému. Udávají strukturu systému, zobrazují jeho vývoj a zachycují stochastické vlivy, slouží k nalezení efektivní organizace systému. Simulaci je možné charakterizovat jako proces napodobování jednotlivých kroků chování reálných systémů. Simulační model je pak matematický předpis, jak tyto kroky zobrazit. Ve většině případů simulační modely zobrazují systémy s náhodnými prvky a s prvky, které se mění v čase.

Zejména v zahraniční literatuře (Fishwick,1994) se uvádí, že simulace se stala standardním nástrojem užívaným v řízení. V provozu je simulace určena k plánování produkce, podpoře procedur, dále k plánování kapacit, plánování potřeby zdrojů, procesní plánování a mnohem více. Simulace často zachraňuje situaci v okamžiku, kdy jiné matematické techniky selhávají.

Využívání počítačové simulace umožňuje poměrně rychle vyzkoušet a zvážit různé varianty řešení, a tím minimalizovat rizika chybných rozhodnutí; důležitější roli hraje fakt, že analytické metody jsou pro řešení dnešních komplexních, dynamických úloh příliš statické a často narážejí na hranice svých možností. Rovněž vývoj moderních simulačních systémů usnadňuje a urychluje zpracování simulačního projektu natolik, že dovoluje jejich takřka „denní“ použití.

Důvody pro využívání simulace a simulačních modelů lze shrnout do následujících bodů (Beránková, Nevřivová 2004):

- Simulací lze řešit i velmi složité systémy, které jsou neřešitelné jinými analytickými metodami
- Simulace umožňuje studium chování systému v reálném, zrychleném nebo zpomaleném čase
- Již samotné zkušenosti z tvorby simulačního modelu mohou vést k návrhům na zlepšení řízení či struktury
- Simulace nabízí komplexnější pohled na studovaný problém

- Simulace poskytuje větší přehled o podnikových procesech
- Pozorování činnosti simulačního modelu vede k lepšímu pochopení reálného systému
- Pomocí simulace je možné důkladně prověřit různé varianty řešení
- Možnost využití již jednou vytvořeného simulačního modelu i v dalších činnostech podniku
- Simulace podporuje tvůrčí práci

3. Vývoj a základy koncepce modelových systémů

3.1 Koncepce modelových systémů

Již na konci šedesátých let bylo zřejmé, že každý typ modelu (myšleno matematického) má řadu implicitních vlastností, které vycházejí z konkrétního typu algoritmu užitého v řešení (linearita, deterministický charakter, stacionarita, aj.). Pouhé kvantitativní zvětšování respektive desagregace narážely na hranice přehlednosti a vedly posléze i k faktickým problémům implementovatelnosti a interpretace řešení. Tyto zkušenosti ukázaly, že do budoucna bude výhodné konstruovat agregované modely systémů, provázané na dílčí specializované modely a využitím jiných modelových nástrojů. Vznikaly tak fázové a integrované přístupy ke konstrukci modelových systémů.

Modelové systémy mají mnoho výhod. Umožňují modelování velmi rozdílných procesů probíhajících v reálném objektu, jejichž modelové ztvárnění jedním modelem by bylo obtížné či nemožné. Umožňují současně sledovat problémy z různých hledisek a různých kritérií, což jeden model vzhledem k jeho účelnosti nedovoluje. Je možné současně zkoumat problém z hlediska celku i z hlediska jeho částí. Další výhodou je jejich stavební charakter a přizpůsobivost požadavkům a možnostem uživatele – tedy tvorba modelů na míru. Jednotlivé modely jsou svým obsahem relativně samostatné, mohou být založeny na různých metodách. Pro každý řešený problém může být vybrán nejvhodnější modelový aparát.

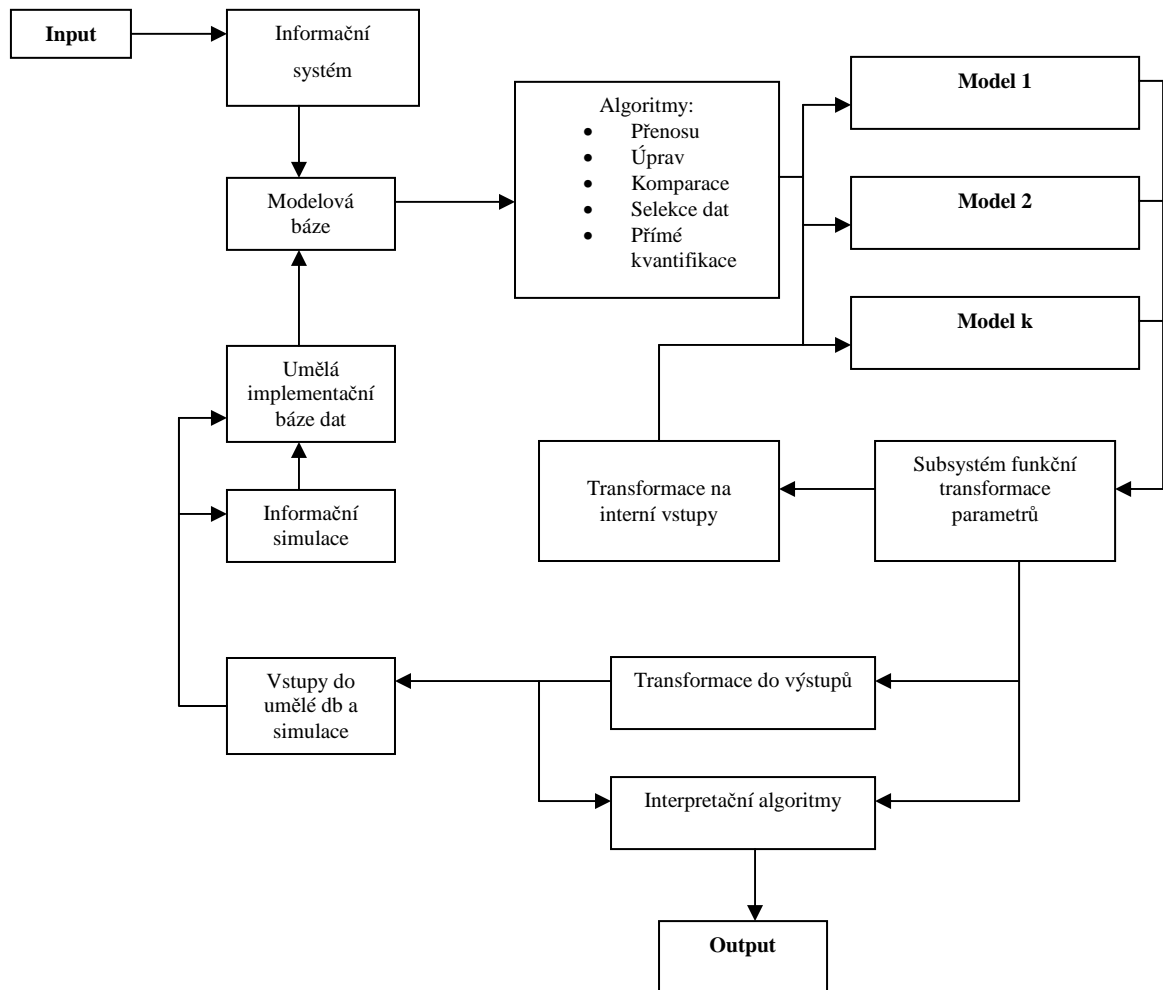
Modelové systémy se od roku 1968 vyvíjely pod vlivem různých metodik a filosofii přístupů od **modelových systémů volných**, kdy jednotlivé komponenty systému mezi sebou komunikují pouze přes lidský prvek (tvůrce modelu), přes **konjugované** s jednostranným přenosem parametrických dat mezi uspořádanými dvojicemi subsystémů až po modelové systémy **integrované**, s přímým využitím oboustranného vstupně-výstupního přenosu dat. V posledních dvou typech modelů musí

být však zachována homogenita vstupních a výstupních dat. Kvalitativně nejvyšším a stále teoreticky rozvíjeným typem modelového systému, je systém **hybridní**.

Koncepce hybridních modelových systémů vychází z předpokladu různých modelových technik, využitých při tvorbě subsystémových modelů. Cílem těchto dílčích modelů je obvykle technologická, časová, zdrojová, spotřební nebo distributivní specifikace průběhu výrobního a marketingově orientovaného procesu tak, aby byla vytvořena maximální možná analogie mezi chováním modelového systému, reálného objektu a získané kvantifikační systémové informace odpovídaly potřebám konkrétního rozhodovacího procesu (Švasta 1992).

Klíčové na hybridním modelovém systému je vzájemné propojení několika modelů různého typu, vytvoření jejich kvantifikačních a pomocných databází a vzájemný přenos výsledků, kdy výstupy z jednoho modelu se stávají parametrickými, omezujícími či funkčními vstupy do modelů jiných. Především absolutní vstupy přicházející z okolí systému je nutno automaticky transformovat na požadovaný formát vstupů dílčího modelu. Rovněž tak vzájemnou nehomogenitu výstupně-vstupních datových toků mezi modely v takovémto systému je nutno algoritmicky vyřešit a automaticky zabezpečit. Počátkem 90. let bylo doc. Švastou navrženo výchozí schéma hybridního modelového systému, zohledňující všechny požadavky na funkčnost systému tohoto typu (viz. Obr.č.1)

Obrázek 1: Výchozí schéma hybridního modelového systému (Švasta 1992)



Z hlediska funkce v modelovém systému vyplývají ze schématu tři základní typy prvků tohoto systému, a to:

- matematické modely různých typů (Model 1, Model 2, ..., Model k). Jádrem modelového systému bývají nejčastěji modely optimalizační a síťové v návaznosti na modely strukturní a simulační,
- modelové databáze v členění na modelovou bázi dat (interní modelovou databázi) obsahující konkrétní reálná data pro kvantifikaci dílčích modelů a na umělou implementační bázi dat s daty vygenerovanými na bázi informační simulace,

- prostředky transformace informací (informační transformátory) v dalším podrobném členění z hlediska umístění v systému na subsystém funkční transformace parametrů, transformace na interní inputy, transformace do výstupů. Algoritmy přenosu, úprav, komparace, výběru dat a přímé kvantifikace patří svým způsobem rovněž do kategorie informačních transformátorů.

Důraz na diversifikaci modelových databází, ať již v tomto či potenciálně přesnějším členění s ohledem např. i na databáze externí (vně hybridního modelového systému) a pomocné je zde velký.

Dalším teoretickým přínosem schématu je vytvoření umělé experimentální a implementační báze dat v reálném informačním systému s tzv. flexibilní časovou paralelní simulací reálného systému na „ostrých a modelových“ komparujících funkcích a datech (Švasta 1992).

Výše uvedený převážně konstrukční pohled na problematiku koncepce a tvorby hybridních modelových systémů se v abstraktní, respektive filosoficko metodologické rovině úzce dotýká nutnosti změny pohledu na celou problematiku klasického modelování („multimodelování“), jako současné tvorby či ověřování více typů modelů najednou (Habr, Vepřek 1972). Z teoretického hlediska je možno hierarchii modelových systémů neukončovat modelovým systémem hybridním, ale uvést ještě další vývojový stupeň ve formě **modelových metasystémů**, které se však neliší způsobem modelování reality, ale jsou kvalitativně vyšším modelovacím nástrojem.

3.2. Informační transformátory

Hybridní modelový systém je prvním z modelových systémů, umožňujících komunikaci mezi modely požadujícími vzájemně různorodé formáty vstupních/výstupních informací. Informační transformátory v hybridním modelovém systému slouží k převodu formátu výstupní informace jednoho modelu na formát vstupní informace modelu jiného. Fungují vždy mezi dvěma submodely hybridního

modelového systému, nicméně algoritmy v nich obsažené mohou být univerzálnějšího charakteru a převádět tak více různých vstupních formátů na více výstupních. Základním rysem každého transformátoru musí být možnost okamžité přeměny výstupní informace na vstupní v požadovaném formátu a bez zásahu uživatele.

Nahlíží-li se na tyto komponenty modelového systému z matematického hlediska, je možné s nejvyšší mírou zobecnění popsat informační transformátor jako vektorovou funkci vektorového algoritmu $\mathbf{y} = \mathbf{F}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$, kde \mathbf{y} je vektor vstupních informací transformátoru v požadovaném vstupním formátu následného modelu, \mathbf{x} je vektor výstupních informací transformátoru v poskytovaném výstupním formátu předchozího, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ je vektor skalárních transformačních funkcí (Šubrt, 1997).

3.3. Matematické modely

3.3.1. Simulační modely

Většina simulací se provádí s využitím konvenčních či simulačních programovacích jazyků a tak při jejich implementaci do modelového systému existuje velmi silná vazba na kvalitu jejich vstupů a výstupů.

Zatímco pojem **simulace** může mít různé významy, které závisí na jejím použití, v řízení simulací obvykle chápeme použití počítače k provedení experimentu na modelu reálného systému. Tyto experimenty mohou být provedeny předtím než je reálný systém funkční. Svou podobou napomáhají vidět, jak by systém mohl reagovat na změny ve svých funkčních pravidlech nebo slouží k ověření odpovědi systému na změny v jeho struktuře.

Simulace je obzvláště vhodná pro situace, ve kterých velikost (rozměr) nebo komplexnost problému je inhibujícím faktorem pro použití optimalizačních technik nebo kde jsou tyto techniky nepoužitelné. Simulace lze též použít v kombinaci s tradičními metodami Management Science a statistickými metodami.

Zejména zahraniční literatura uvádí, že **simulace** se stala standardním nástrojem užívaným v řízení. V provozu je **simulace** určena k plánování produkce, podpoře procedur, dále k plánování kapacit, plánování potřeby zdrojů, procesní plánování a mnohem více. Simulace často zachraňuje situaci v okamžiku, kdy jiné matematické techniky selhávají (Beránková, Nevřivová 2003).

Definice simulace:

Simulace je numerická metoda, která spočívá v experimentování se speciálním matematickým modelem reálných systémů na počítači. Simulace se v tomto pojetí chápe jako postup, s jehož pomocí se zkoumaný proces, respektive jeho kroky v čase generují na základě vlastností parametrů zobrazovaného systému (Brožová, Houška, 2002).

Simulační modely **jsou vhodné pro zobrazení dynamických a stochastických systémů.**

V poslední době výrazně stoupá zájem o nástroje určené pro modelování komplexních dynamických systémů, které navíc umožňují zavedení neurčitých prvků a rizika. Na obr.č.2 je schématicky zobrazen princip simulace.

Využívání počítačové simulace umožňuje poměrně rychle vyzkoušet a zvážit různé varianty řešení, a tím minimalizovat rizika chybných rozhodnutí; důležitější roli hraje fakt, že analytické metody jsou pro řešení dnešních komplexních, dynamických úloh příliš statické a často narážejí na hranice svých možností. Rovněž vývoj moderních simulačních systémů usnadňuje a urychluje zpracování simulačního projektu natolik, že dovoluje jejich takřka „denní“ použití.

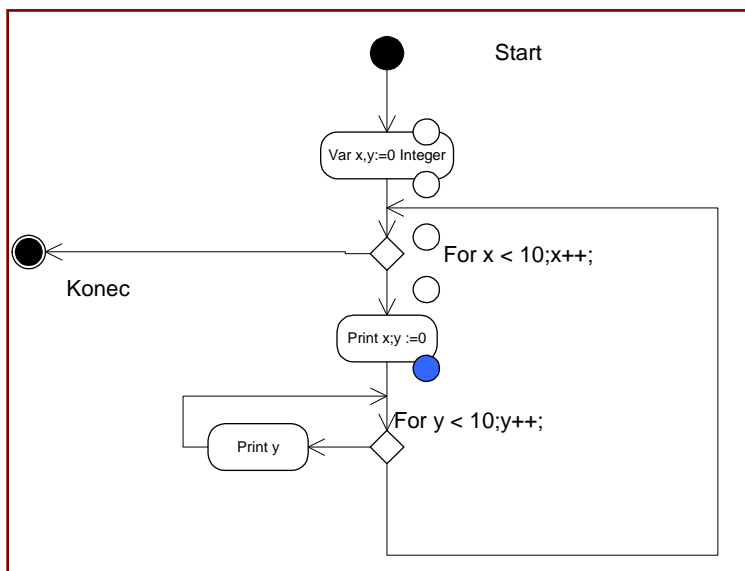
Obr. 2: Princip simulace



Použití simulačního modelovacího nástroje

Pomocí simulačních modelovacích programů (např.viz obr.3) je možné vytvářet jednoduché programy. Je možné si také graficky znázornit, jak daný program běží. Stav programu, respektive místo, ve kterém se zvolený program nachází je označeno modrým signalizačním symbolem. Prázdný symbol je místo, ve kterém se program již ocitl. Člověk, zkoumající průběh simulace, může odhalit špatně navržené simulační programy. Nekonečný cyklus se například projeví tak, že se „modrý symbol“ (viz obr.č.3 – „modrý symbol“ je vyznačen jako modré kolečko) nikdy nedostane mimo oblast své větve. Pomocí grafického zobrazení pak se snadno může nekonečný cyklus odhalit a odstranit, pokud je v daném typu programu nežádoucí.

Obr. 3: Příklad simulačního modelovacího nástroje (Beránková, Nevřivová, 2003)



Další výhodou je grafické znázornění špatných konstrukcí programů (např. funkce faktoriál se dá modelovat pomocí rekurse, ale také pomocí řady podmínek).

Přestože se v zahraničí používání počítačové simulace stalo téměř rutinní činností, u nás je její praktické využívání stále ještě „v plenkách“. I přes velmi dobré teoretické zázemí (80. a počátek 90. let) jejímu většímu rozšíření kromě poměrně vysoké ceny simulačního softwaru stále brání hlavně nízká úroveň znalostí, které jsou potřebné pro její efektivní využívání. Tím však nejsou myšleny teoretické znalosti z oboru simulace, spíše chybí povědomost o možnostech jejího využití, o jejích přínosech, o správném přístupu ke zpracování simulační studie a o moderních simulačních systémech, včetně podpůrných prostředků.

Počítačovou simulaci lze využívat pro řešení řady obchodních, logistických, projekčních a personálních úloh. Její hlavní využití je však v předvýrobních etapách pro prověření různých variant řešení s cílem minimalizovat rizika chybných rozhodnutí.

3.3.2. Stochastické modely

Stochastické modely zobrazují systémy, ve kterých je alespoň jedna ze vstupních informací zadávána jako náhodná veličina nebo náhodná (tzv. stochastická) funkce.

Náhodná veličina je definována svým pravděpodobnostním rozdělením a jeho charakteristikami. Stochastická funkce je speciální funkce, která obsahuje jak vlastnosti nenáhodné funkce tak i vlastnosti náhodné veličiny.

Součástí stochastického modelu může být funkce rozdělení pravděpodobností náhodné veličiny, stochastická funkce nebo jiný popis stochastického prvku, např. tabulka funkčních hodnot, funkce popisující hodnoty subjektivních pravděpodobností, apod.

Cílem stochastických modelů je najít zákonitosti vývoje modelovaného procesu a určit jeho chování v budoucnosti, což umožní hodnocení sledovaného procesu. Algoritmy řešení stochastických modelů jsou poměrně obtížné, a proto se často používají jiné speciální metody a postupy, založené na tzv. *heuristických přístupech*.

Jestliže je v modelu třeba jen jediná vstupní informace náhodná veličina (v modelu se vyskytuje stochastická funkce), všechny výsledné informace jsou náhodné veličiny (vstupní informace je třeba uvádět ve formě charakteristik náhodných veličin – průměrů, rozptylů, odhadů, apod.).

3.3.2.1. Základní stochastické procesy

Stochastickým procesem neboli náhodnou funkcí je nazývána každá funkce $X(t)$, jejíž hodnota při dané hodnotě argumentu představuje náhodnou veličinu, tedy

$$X(t)=X(e,t)$$

a je charakterizována pravděpodobností, že v určitém čase t nastane určitý jev e $P(X(t)=e)$.

Argument e je elementární jev, prvek množiny elementárních jevů I . Elementární jevy jsou často nazývány stavy stochastického procesu. Je-li množina I konečná nebo spočetná, jedná se o proces s diskrétním náhodným parametrem e nebo také o proces s diskrétními stavy. Je-li proměnná e spojitá náhodná veličina a množina I nekonečná, jedná se o proces se spojitým náhodným parametrem nebo také o proces se spojitými stavy (Brožová, Houška 2002).

Argument t představuje většinou čas. Obsahuje-li obor D konečný nebo spočetný počet hodnot t , znamená to, že stochastický proces $X(t)$ je diskrétní v čase nebo že tvoří stochastickou posloupnost. Nabývá-li parametr t všech hodnot určitého (konečného i nekonečného) intervalu D , znamená to, že $X(t)$ je spojitý v čase nebo je nazýván jako proces se spojitým parametrem t .

Diskrétní řetězec zobrazuje například počet strojů v opravně zajišťovaný každý den. Je to diskrétní řetězec, neboť oba parametry nabývají pouze celých hodnot. Časové okamžiky přicházejících požadavků na služby během jedné směny je diskrétní proces, neboť počet požadavků je vyjádřen celými čísly a čas je měřen spojitě.

Spojitý proces je například spojitě sledování teploty v laboratoři, čas i teplota jsou spojitě veličiny (Brožová, Houška, 2002).

Nejjednodušší stochastické procesy jsou diskrétní v čase i v jevech, jsou to diskrétní stochastické řetězce. Je to např. Bernoulliho posloupnost, která se též nazývá posloupnost nezávislých náhodných pokusů, např. posloupnost tažených čísel, pokud se vrací do osudí.

Čítací (counting) proces je diskrétní v jevech, ale spojitý v čase. Popisuje např. počty dotazů na infolince mobilních operátorů.

V teorii stochastických procesů má významné postavení Poissonův proces. Jeho význam lze přirovnat k významu normálního rozdělení v počtu pravděpodobnosti. Dá se totiž dokázat, že součet velkého počtu stochastických procesů s diskrétními stavy a různým rozdělením pravděpodobností je Poissonův proces.

Popisuje příchody událostí, resp. Jejich pravděpodobnost v čase, a splňuje následující podmínky:

- Je to proces s homogenními přírůstky.
- Je to proces s nezávislými přírůstky.
- Je to proces ordinární (události se vyskytují jednotlivě, ne ve skupinách).
- Délka intervalu mezi dvěma sousedními výskytmi jevů má exponenciální rozdělení s parametrem $\mu = 1/\lambda$.
- Pravděpodobnost, že se v intervalu délky t vyskytne n jevů je rovna

$$P\{X(t) = n\} = p_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad (\text{Brožová, Houška 2002}).$$

Poissonův proces je proces, který popisuje chování systémů, jejichž další vývoj závisí jen na přítomnosti a ne na minulosti. Jedná se tedy o proces bez minulosti. Takové procesy jsou nazývány Markovovské procesy.

3.3.2.2. Markovovy řetězce

Markovovy řetězce popisují chování procesů diskrétních v čase i jevech a umožňují pomocí jistěných zákonitostí hodnotit jejich chování v daleké budoucnosti. Na jednotlivé realizace Markovova řetězce lze pohlížet jako na posloupnost náhodných veličin $\{X_n\}$, kde n označuje časový krok. Jednotlivé stavy, které mohou v Markovovském řetězci nastat jsou vlastně jevy E_1, E_2, E_3, \dots , které lze popsat pomocí přirozených čísel. Zápis $X_n=i$ znamená, že v kroku t_n se vyskytl jev E_i .

Definice(Brožová, Houška 2002):

Markovovův řetězec je řetězec $\{X_n\}$, $n=1, 2, \dots$, který splňuje markovovskou vlastnost, tj. platí pro každé $m=2,3, \dots$ a pro všechny možné stavy vztah

$$\mathbf{P}\{X_m=i_m \mid X_{m-1}=i_{m-1}, \dots, X_1=i_1\}=\mathbf{P}\{X_m=i_m \mid X_{m-1}=i_{m-1}\}.$$

Z definice vyplývá, že stav Markovova řetězce v kroku m závisí vždy pouze na jeho stavu v kroku $m-1$. Tato závislost je vyjádřena podmíněnou pravděpodobností

$$p_{ij}^m=\mathbf{P}\{X_m=j \mid X_{m-1}=i\},$$

Která se nazývá pravděpodobností přechodu Markovova řetězce ze stavu i do stavu j v m -tém kroku. Právě stanovení těchto pravděpodobností přechodu je klíčovým prvkem Markovova modelu. Jestliže platí

$$p_{ij}^m=p_{ij},$$

tj. pravděpodobnost přechodu nezávisí na kroku m , lze říci, že řetězec je homogenní nebo také, že je stacionární v čase. U nehomogenního řetězce pravděpodobnost přechodu p_{ij}^m závisí na umístění řetězce na časové ose, tj. pravděpodobnosti přechodu jsou funkcí času (Brožová, Houška 2002).

Pravděpodobnosti přechodu p_{ij} , respektive p_{ij}^m je možné zapsat do čtvercové matice T , resp. T_m , která se nazývá **maticí pravděpodobností přechodu Markovova řetězce**

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \dots \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}.$$

Rozměr této matice je dán počtem jeho různých stavů, a proto může být konečná, je-li stavů konečný počet, nebo nekonečná. Všechny pravděpodobnosti p_{ij} v matici T jsou nezáporné a platí

$$\sum_j p_{ij} = 1.$$

Pravděpodobnost toho, že homogenní Markovovský řetězec přejde ze stavu i do stavu j právě po n provedených krocích, se nazývá **pravděpodobností přechodu ze stavu i do stavu j za n kroků** a je značena $p_{ij}(n)$, takže je

$$p_{ij}(n) = P\{X_n=j \mid X_0=i\}.$$

Příslušná matice pravděpodobností přechodu se nazývá **maticí pravděpodobností přechodu za n kroků** a značí se $T(n)$ (Brožová, Houška 2002).

Pro výpočet pravděpodobností přechodů homogenních řetězců platí následující vztah.

Markovova rovnice

$$p_{ij}(n) = \sum_k p_{ik}(m) \cdot p_{kj}(n-m), \text{ kde } m = 1, 2, 3, \dots, n-1.$$

V maticovém vyjádření zní Markovova rovnice takto:

$$\mathbf{T}(n) = \mathbf{T}^n$$

Cílem modelu Markovovského řetězce je stanovit pravděpodobnosti jednotlivých stavů Markovovského řetězce v kroku n . Označí se je jako $p_1^n, p_2^n, p_3^n, \dots$ a budou nazývány **absolutní pravděpodobnosti stavů** v okamžiku n , vektorově lze psát $\mathbf{p}^n = (p_1^n, p_2^n, p_3^n, \dots)$. Pravděpodobnosti $\mathbf{p}^0 = (p_1^0, p_2^0, p_3^0, \dots)$, tj. absolutní pravděpodobnosti stavů v okamžiku 0 se nazývají **počáteční pravděpodobnosti stavů**. Absolutní pravděpodobnosti stavů popisují jednorozměrné rozdělení Markovova řetězce v okamžiku n .

S rostoucím počtem kroků n se systém může stabilizovat, nastane etapa provozu, a absolutní pravděpodobnosti stavů mohou konvergovat ke konstantním limitním pravděpodobnostem $\mathbf{p}^\infty = (p_1^\infty, p_2^\infty, p_3^\infty, \dots)$.

Z Markovovy rovnice a pravidel pro výpočet pravděpodobností vyplývá následující věta pro výpočet absolutních pravděpodobností stavů.

Markovova věta

$$p_i^n = \sum_j p_j^0 p_{ji}^n = \sum_j p_j^m p_{ji}^{n-m} = \sum_j p_j^{n-1} p_{jk}$$

Vektorově lze tyto vztahy zapsat takto:

$$\mathbf{p}^n = \mathbf{p}^0 \cdot \mathbf{T}^n = \mathbf{p}^m \cdot \mathbf{T}^{n-m} = \mathbf{p}^{n-1} \cdot \mathbf{T}$$

Nechť homogenní Markovovův řetězec má konečný počet stavů r a matici pravděpodobností přechodu \mathbf{T} . Existuje-li takové přirozené číslo k , že matice pravděpodobností přechodu po k krocích \mathbf{T}^k má alespoň v jednom svém sloupci kladné prvky, potom existují limity

$$\lim p_{ij}(n) = p_j^\infty, \quad j = 1, 2, \dots, r \text{ a platí } p_1^\infty + p_2^\infty + \dots + p_r^\infty = 1.$$

Pravděpodobnosti jsou nazývány limitní nebo ergodické pravděpodobnosti stavů (Havlíček 1998).

Markovovský řetězec, jehož matice pravděpodobností přechodů po k krocích splňuje předcházející podmínku se nazývá **ergodický**.

Limitní pravděpodobnosti lze považovat za absolutní pravděpodobnost p^n , když počet kroků n nabývá vysokých hodnot, resp. když se blíží k nekonečnu. Tyto pravděpodobnosti popisují rozdělení Markovova řetězce v daleké budoucnosti, když se systém stabilizoval v průběhu času.

Pro praktický výpočet limitních pravděpodobností je nutno vycházet z Markovovy rovnice, ve které se přejde k limitě pro $n \rightarrow \infty$. Vztah, který je vhodný pro praktický výpočet limitních pravděpodobností je následující

$$p_j^\infty = \sum_{i=1}^r p_{ij} p_i^\infty \text{ pro } j = 1, 2, \dots, r$$

a kromě toho platí

$$p_1^\infty + p_2^\infty + \dots + p_r^\infty = 1 \text{ (Brožová, Houška 2002).}$$

Tento vztah je možno chápat i takto: jestliže se řetězec ustálil, jeho chování je i v každém následujícím kroku stejné. Pro praktický výpočet limitních pravděpodobností je tedy třeba řešit soustavu $r + 1$ rovnic o r proměnných $p_1^\infty, p_2^\infty, \dots, p_r^\infty$.

Z ergodického principu i z postupu výpočtu limitních pravděpodobností vyplývá, že limitní pravděpodobnosti nezávisí na počátečních pravděpodobnostech. Počítá-li se však postupně absolutní pravděpodobnosti $p^n = p^0 \mathbf{T}^n$ pro $n = 0, 1, 2, \dots$, jejich hodnoty se s rostoucím n nutně blíží k limitním pravděpodobnostem p_j^∞ .

Prvky modelu Markovova řetězce

I. výčet všech stavů Markovova řetězce,

II. počáteční stav nebo vektor počátečních pravděpodobností stavů,

III. matice pravděpodobností přechodu $T(n)$.

U homogenního řetězce zřejmě stačí, známe-li jeho chování v některém libovolném kroku a matici T .

Stanovit stavy Markovova řetězce a jeho počáteční chování nebývá po analýze procesu složitou záležitostí. Komplikovanější situace je však v případě stanovení pravděpodobností přechodů v určitém čase mezi určitými stavy. Pravděpodobnosti přechodů mohou být známy, to však není příliš častá situace. Nejčastěji jsou určovány na základě relativních četností přechodů určených z pozorování Markovova řetězce. V některých případech je však nutno je spočítat na základě znalosti pravděpodobnosti dějů, které jednotlivé přechody Markovova řetězce podmiňují (Kořenář. 2002).

Na základě tohoto modelu je pak možné vypočítat absolutní nebo limitní pravděpodobnosti jednotlivých stavů řetězce a podle jejich hodnot analyzovat chování modelovaného procesu a navrhnout případné změny v jeho organizaci.

Střední hodnotu a rozptyl a další pravděpodobnostní charakteristiky Markovova řetězce se spočítají jako souhrn těchto parametrů jednotlivých jeho průseků podle vztahů pro diskrétní náhodné veličiny, neboť jsou známy její jednotlivé hodnoty (stavy Markovova řetězce) a jejich pravděpodobnosti (Havlíček 1998).

Markovovy řetězce jsou nejjednoduššími stochastickými modely, které je možné využívat v rozhodovacích oblastech v mnoha procesech. Jejich předpoklady jsou natolik obecné, že je možné jejich široké využití. Jejich matematický aparát je jednoduchý, takže je možné snadno získat požadované výsledky .

Základem modelování pomocí Markovovských řetězců je stanovení stavů systému, které jsou z hlediska řešeného problému důležité a pokrývají všechny možnosti. Dále je nutno stanovit pravděpodobnosti přechodů systému mezi těmito stavy. To je možné buď na základě pozorování pomocí relativních četností nebo na základě znalostí příčin těchto přechodů a jejich pravděpodobností. Tyto

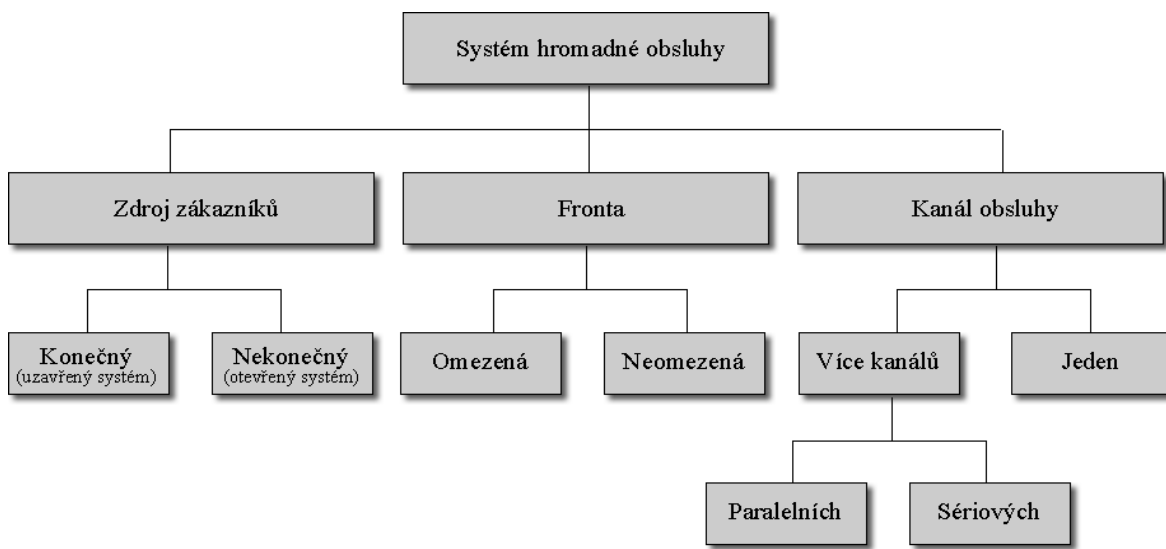
pravděpodobnosti mohou poskytnout zajímavé informace o chování sledovaného systému.

Nejdůležitějším výsledkem výpočtu Markovovských řetězců jsou absolutní a limitní pravděpodobnosti stavů, tedy pravděpodobnosti, se kterými se systém bude v daných stavech nacházet v budoucnosti. Tyto hodnoty hlavně umožňují analyzovat **efektivitu chování zkoumaného systému (Brožová, Houška 2002)**.

3.3.3. Systémy hromadné obsluhy

Teorie hromadné obsluhy (též teorie front) se zabývá studiem systémů, ve kterých dochází k procesu obsluhy mezi zákazníky a obsluhujícími centry – kanály obsluhy. Na obr. č.4 je schéma systému hromadné obsluhy, které zobrazuje všechny základní prvky tohoto systému.

Obr.4.: Schéma prvků systému hromadné obsluhy



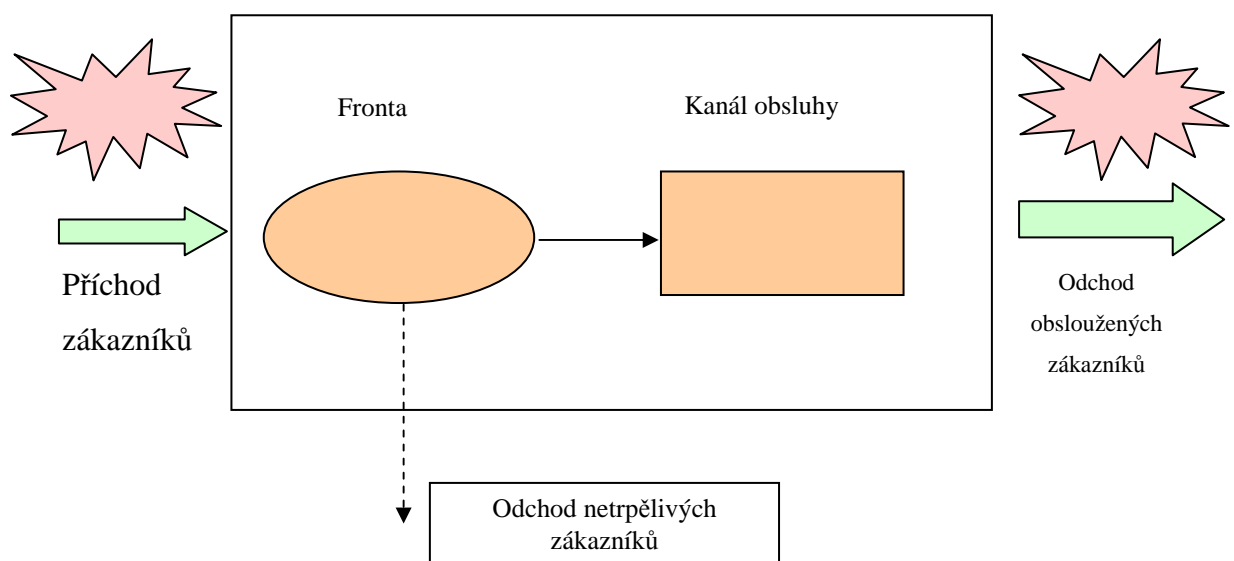
Cílem teorie hromadné obsluhy je poznání zákonitostí, podle kterých systém funguje. Činnost systému je posuzována ze dvou hledisek.

Z hlediska zákazníka, který se zajímá zejména o dobu strávenou ve frontě a rozhoduje se, zda se do fronty zařadí a vyčká obsluhy nebo zda odejde do jiného systému, který poskytuje ekvivalentní službu. Z hlediska obsluhy je důležité, jak jsou kanály vytížené, jak je využita jejich pracovní doba a jak velké jsou jejich prostoje. Dále jaký zisk plyne z obsluhy zákazníka, jaké jsou náklady na zvýšení počtu kanálů obsluhy nebo prodloužení pracovní doby (nutno zohlednit fixní a variabilní náklady) (Brožová, Houška 2002).

3.3.3.1: Základní pojmy

Teorie hromadné obsluhy (teorie front) se zabývá studiem systémů obsluhy zákazníků, ve kterých zákazníci mohou čekat ve frontách a v činnosti obsluhy mohou být prostoje. Cílem modelování a analýzy systémů hromadné obsluhy je nalezení jejich nejvýhodnější struktury chování, tak aby bylo dosaženo maximálního efektu systému. Ten je často vyjádřen požadavkem maximalizovat zisk nebo minimalizovat ztráty způsobené čekáním zákazníků či prostojemi obsluhy. Běžný a nejčastější typ systému hromadné obsluhy včetně struktury je uveden na obr. č. 5.

Obr.5: Základní struktura systému hromadné obsluhy



V praxi se vyskytuje značné množství různých typů modelů hromadné obsluhy, jejichž klasifikace je odvislá od vlastností prvků: jednotek, zdrojů, kanálů obsluhy, priority, disciplíny.

Při modelování systémů hromadné obsluhy je třeba zobrazit všechny základní prvky systému (Havlíček, 1998):

Zákazník (jednotka, prvek)

Představuje pasivní prvek systému požadující obsluhu.

Zdroj zákazníků (množina jednotek)

Množina požadavků, které do systému v průběhu jeho činnosti vstupují.

Fronta

Místo, ve kterém přicházející zákazníci ze zdroje mohou čekat na obsluhu.

Kanál obsluhy

Kanál obsluhy je místem obsluhy, je to aktivní prvek systému obsluhující zákazníky. Kanály obsluhy mohou být homogenní či nehomogenní. Pokud je jednotka obsloužena jakýmkoliv kanálem, tyto kanály jsou homogenní.

Otevřený systém

Otevřený systém je systém jehož zdroj obsahuje nekonečně mnoho jednotek a jednotky se po ukončení obsluhy zpět nevracejí.

Uzavřený systém

Uzavřený systém je naopak systém s konečným počtem jednotek ve zdroji. Jednotky se po ukončení obsluhy vracejí zpět do zdroje.

Vstupní potok

Požadavky na systém obsluhy jsou dány vstupem zákazníků do systému, který je modelován vstupním potokem jednotek. Je to deterministická nebo náhodná řada okamžiků, ve kterých zákazníci vstupují do systému.

Deterministický potok - vzdálenosti mezi vstupy dvou po sobě jdoucích jednotek jsou pevné, deterministické hodnoty.

Náhodný potok – vzdálenosti mezi vstupy dvou po sobě jdoucích jednotek jsou náhodně dlouhé. V tom případě je třeba je popsat pomocí funkce rozdělení odpovídající náhodné veličiny s příslušnými charakteristikami (zpravidla průměr a rozptyl).

Míra netrpělivosti jednotky

Mezi důležité vlastnosti zákazníků patří jejich chování ve frontě, jejich trpělivost při čekání na obsluhu. Míra netrpělivosti jednotky popisuje disciplínu jednotky a je vyjádřena délkou ochoty jednotky čekat ve frontě na obsluhu. Je možné rozlišit jednotky trpělivé a netrpělivé. Pokud by jednotka musela čekat déle než je její míra trpělivosti, ze systému odchází. Je-li $v=0$, jednotka je absolutně netrpělivá, není-li v okamžiku jejího vstupu do systému obsluha volná, odpadá ze systému (tzv. Erlangův systém). Je-li $v=\infty$, jednotka čeká na uvolnění kanálu obsluhy neomezeně dlouho. Míru netrpělivosti v je třeba popsat pomocí funkce rozdělení odpovídající náhodné veličině s příslušnými charakteristikami (zpravidla průměr a rozptyl).

Erlangův systém

Míra netrpělivosti $v=0$. Typickým příkladem jsou telefonní ústředny. Je-li obsazeno, uživatel zavěsí.

Intenzita vstupu

Průměrný počet jednotek, které vstoupí ze zdroje do systému obsluhy za časovou jednotku. U Markovovských systémů je standardně označována symbolem λ .

Intenzita obsluhy

Průměrný počet jednotek, které obslouží kanál obsluhy za časovou jednotku. U Markovovských systémů je standardně označována symbolem μ .

Priorita

Jednotky jsou obsluhovány podle určitých pravidel daných jejich prioritou. Priorita je pořadí výběru jednotky do obsluhy. Jsou to pravidla, podle kterých jsou čekající jednotky vybírány z fronty obsluhy. Existují následující pravidla:

- FIFO – first input, first output – v pořadí příchodu (tedy bez priority).
- LIFO – last input, first output – reciproká priorita (například ve skladech a zásobnících, kde zboží poslední uložené, odchází jako první).
- RANDOM – náhodný výběr
- Bodová preference – jednotka je ohodnocena body, které vyjadřují její důležitost, cenu, apod.

Odpadnutí ze systému

Odpadnutí jednotky ze systému zobrazuje odchod jednotky, která se nedočkala uvolnění kanálu obsluhy v důsledku své netrpělivosti.

Výstupní potok

Výstupní potok charakterizuje celkovou činnost systému, je to posloupnost okamžiků, ve kterých jednotky opouštějí systém po ukončení obsluhy. Zpravidla jsou to právě okamžiky ukončení obsluhy jednotek v kanálech obsluhy.

Vstupní a výstupní potok jednotek může být:

- Regulární – okamžiky vstupů (výstupů) jednotek do systému (ze systému) jsou deterministické.
- Náhodný – jednotky přicházejí (odcházejí) v náhodných intervalech.
- Ordinární – v každém časovém okamžiku vstupuje (vystupuje) do systému (ze systému) nejvýše jedna jednotka.

Systémy hromadné obsluhy jsou charakterizovány počtem kanálů obsluhy, rychlostí obsluhy a případně poruchami v činnosti kanály obsluhy. Rychlost obsluhy je charakterizována intenzitou obsluhy.

Poruchy kanálu obsluhy mohou být tří druhů:

- Porucha prvního druhu je pravidelná deterministická např. pravidelné seřizování zařízení či doba odpočinku, apod.
- Porucha druhého druhu vzniká v náhodném okamžiku a její odstranění trvá náhodně dlouhou dobu.

Porucha třetího druhu se liší od poruchy druhého druhu tím, že po jejím odstranění se mění spolehlivost celého zařízení a tím i funkce rozdělení pravděpodobností vzniku poruchy (např. generální oprava).

Kendalova klasifikace

Systémy hromadné obsluhy jsou podle svých základních charakteristik děleny do různých tříd, nejznámější je Kendalova klasifikace. Každý systém hromadné obsluhy je popsán čtyřmi symboly X/Y/S/F, kde

X označuje typ vstupního potoka (např. M znamená Markovovský potok, v němž intervaly mezi vstupy jednotek mají exponenciální rozdělení, D znamená deterministický vstup).

Y označuje intenzitu obsluhy jako typ výstupního potoku jednotek (např. M znamená Markovovský potok, v němž intervaly mezi výstupy jednotek z obsluhy mají exponenciální rozdělení).

S označuje počet kanálů obsluhy.

F označuje typ fronty a jejího zpracování (FIFO, LIFO, RANDOM).

Nejčastější typ systémů hromadné obsluhy jsou Markovovské systémy M/M/S/F. Jsou to systémy, do nichž vstupuje i z nichž vystupuje Poissonovský potok jednotek. Poissonovo rozdělení popisuje diskrétní náhodnou proměnnou veličinu, která vyjadřuje počet zákazníků za jednotku času, a exponenciální rozdělení popisuje odpovídající spojitou náhodnou veličinu, která vyjadřuje délku intervalů mezi příchody (odchody) jednotlivých zákazníků (Havlíček, 1998).

3.3.3.2. Modelování systémů hromadné obsluhy

Modely hromadné se používají pro řešení dvou základních typů problémů:

- **Stanovení důležitých pracovních charakteristik systému**

Většinou jde o náhodné veličiny k jejichž charakteristice se používají odhady středních hodnot a rozptylů, zjišťují se střední využití kanálů, střední délky front, střední čekací doby ve frontách, atd.

- **Stanovení optimálních parametrů systému**

Pro efektivní práci systému hromadné obsluhy je nutné stanovit vhodný počet kanálů, dobu obsluhy, regulaci vstupních toků atd. Cílem úprav systémů hromadné obsluhy je minimalizace celkových nákladů, minimalizace čekání jednotek, minimalizace prostojů kanálů obsluhy apod.

Systémy hromadné obsluhy jsou nejčastěji modelovány simulačními modely nebo analytickými stochastickými modely.

Cílem modelů je určit:

1. efektivitu práce kanálů obsluhy,
2. pravděpodobnost, že jednotka bude obsloužena,
3. pravděpodobnost, že jednotka odpadne z fronty v důsledku netrpělivosti,
4. pravděpodobnost, že jednotka bude čekat,
5. průměrnou dobu čekání ve frontě,
6. průměrný počet jednotek ve frontě a v systému,
7. průměrnou délku prostoje kanálu.

Pravděpodobnost p_n

Pravděpodobnost, že v systému je právě n jednotek (je třeba si uvědomit, že je-li např. v systému s jedním kanálem obsluhy právě k jednotek, potom je jedna z nich v obsluze a zbývajících $k-1$ ve frontě). Pravděpodobnost p_n bývá určována v systémech hromadné obsluhy jako základní charakteristika, pomocí níž se odvozují další charakteristiky efektivnosti systému.

p_0 – pravděpodobnost, že v systému není žádná jednotka,

p_n – pravděpodobnost, že v systému je právě n jednotek,

\bar{n} - průměrný počet jednotek v systému,

\bar{n}_f - průměrný počet jednotek ve frontě (tzv. délka fronty),

\bar{t} - průměrná doba, kterou jednotka stráví v systému (frontě a obsluze),

\bar{t}_f - průměrná doba, kterou jednotka čeká ve frontě.

Důležitá informace je také míra výkonnosti systému. Jsou to celkové náklady systému, které jsou obvykle založeny na nákladech doby čekání zákazníků a nákladech na dobu obsluhy.

3.3.3.3 Simulační model jednoduchého systému hromadné obsluhy

Postup modelování a výpočtu požadovaných charakteristik pomocí simulačního modelu je možné ukázat na jednoduchém obecném systému hromadné obsluhy s následujícími vlastnostmi:

Jednotky vstupují z nekonečného zdroje do systému náhodným ordinárním potokem s intervaly mezi jejich příchody s náhodnou délkou τ . V systému pracuje jeden kanál obsluhy, doba obsluhy je náhodně dlouhá a je zobrazena náhodnou veličinou δ . Poruchy kanálu obsluhy nejsou předpokládány. Jednotky jsou obsluhovány bez priorit a jsou netrpělivé, odpadají z fronty po naplnění míry trpělivosti. Doba ochoty čekat ve frontě je náhodná veličina v . Systém pracuje ve směnách délky T a každá jednotka, která přijde v této době, bude obsloužena.

Základní principy modelu

Jednotlivé kroky simulačního modelu je vhodné zobrazit nejprve na časové ose. Protože všechny zajímavé události systému jako je příchod zákazníka, začátek a konec zákaznickovy obsluhy i odchod zákazníka v důsledku netrpělivosti jsou náhodné, je nutné v modelu použít proměnlivý časový krok.

Každý zákazník se označí Z_j , indexy zákazníků budou $j=1,2,\dots$, počáteční hodnota indexu je $j=0$.

Na časové ose jsou zobrazeny okamžiky vstupu zákazníků jako t_j . Na začátku simulace v čase t_0 je v systému neexistující zákazník Z_0 , první zákazník přijde v okamžiku t_1 atd. Pro okamžiky vstupů zákazníků platí (Brožová, Houška 2002):

$$t_0 = 0 \text{ a } t_j = t_{j-1} + \tau_j \text{ pro } j = 1, 2, \dots,$$

kde τ_j jsou náhodně dlouhé intervaly mezi jednotlivými okamžiky vstupu po sobě přicházejících zákazníků s rozdělením $f_1(\tau)$.

V systému pracuje jeden kanál obsluhy, který obsluhuje náhodně dlouhou dobu δ s rozdělením $f_2(\delta)$. Je-li kanál v okamžiku vstupu zákazníka volný, jednotka vstupuje do obsluhy a je obsloužena. Okamžik zahájení obsluhy je roven v tomto případě okamžiku vstupu do systému, tedy

$$t_j^z = t_j$$

a konec obsluhy zákazníka se vypočítá jako

$$t_j^k = t_j^z + \delta_j.$$

V opačném případě je zákazník zařazen do fronty a čeká, až se kanál obsluhy uvolní. Jednotky jsou obsluhovány v pořadí příchodu, takže zákazník se dočká obsluhy v okamžiku ukončení obsluhy předcházejícího zákazníka, tedy

$$t_j^z = t_{j-1}^k,$$

a ukončení obsluhy tohoto zákazníka je opět rovno

$$t_j^k = t_j^z + \delta_j.$$

Zákazník bude v systému čekat, platí-li

$$t_j < t_{j-1}^k,$$

a prostoj kanálu obsluhy vzniká, je-li

$$t_j > t_{j-1}^k.$$

Doba ochoty zákazníka čekat ve frontě je náhodná veličina v s rozdělením $f_3(v)$. Pro každého zákazníka je nutno vypočítat okamžik, kdy v důsledku své netrpělivosti ze systému odejde, jestliže nebude obsloužen. Okamžik vyvrcholení netrpělivosti se vypočítá jako

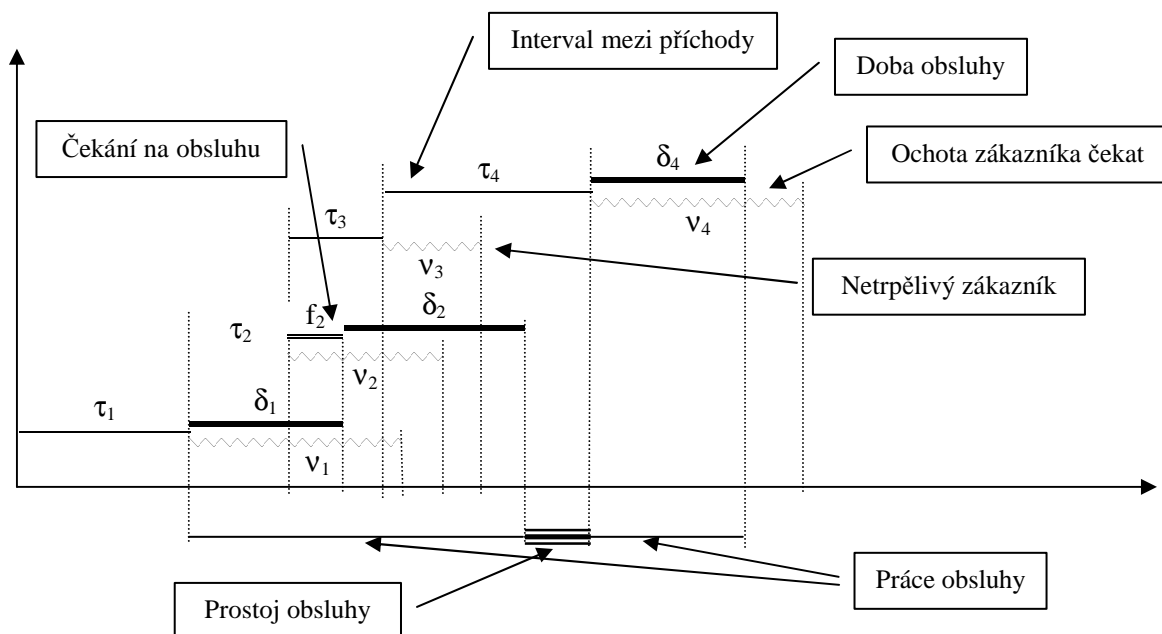
$$t_j^v = t_j + v_j,$$

jestliže

$$t_j^v < t_j^z,$$

jednotka opouští frontu a celý systém aniž by byla obsloužena (Brožová, Houška, 2002).

Obr.6.: Znárodnění časových okamžiků událostí v systému hromadné obsluhy (Brožová, Houška, 2002)



Na základě výpočtů časových kroků (viz. Obr.č.6) lze sledovat stav systému hromadné obsluhy, tj. počet jednotek v systému, ve frontě, počet odpadlých jednotek, celkové doby čekání jednotek a doby práce kanálů obsluhy. Tyto údaje jsou potřeba pro zhodnocení fungování modelového systému či porovnání jeho variant.

Veličiny jsou označeny následovně:

- k – počet prostojů obsluhy,
- p – celková délka prostojů obsluhy,
- m – počet jednotek, které čekaly ve frontě,
- \bar{m} – počet odpadlých jednotek,
- f – celková doba čekání jednotek,
- N – počet modelovaných směn.

Z výsledku simulačního modelu systému hromadné obsluhy lze určit např. následující údaje (Brožová, Houška).

Nejdůležitější je efektivnost kanálu obsluhy daná jako podíl doby práce a doby prostojů (pokud bude efektivita blízká 0, mělo by být v systému hromadné obsluhy méně kanálů obsluhy, protože je málo zákazníků a jsou velké prostoje, a naopak).

$$\Phi = \frac{d}{d + s}$$

Pravděpodobnost, že jednotka bude obsloužena závisí na počtu příchozích jednotek a obsloužených jednotek, tedy

$$P(\text{obsluhy}) = \frac{m}{m + m}.$$

Pravděpodobnost, že jednotka odpadne z fronty v důsledku své netrpělivosti je tedy rovna

$$P(\text{odchodu}) = \frac{\bar{m}}{m + m}.$$

Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat ve frontě závisí na počtu obsloužených a čekajících jednotek

$$P(\text{čekání}) = \frac{h}{m}.$$

Průměrná doba čekání jednotky ve frontě F je vypočítána jako podíl celkové doby čekání a počtu čekajících jednotek

$$F = \frac{f}{h}.$$

Podobně je vypočtena průměrná délka prostoje kanálu obsluhy S jako podíl celkové doby prostojů a počtu prostojů

$$E = \frac{s}{k}.$$

Průměrný počet jednotek ve frontě m_f , resp. v systému m_s je možné odhadnout jako podíl celkové doby čekání či celkové doby, kterou zákazník stráví v systému, a

délky směny (přesčasy, které vznikly tím, že každý dostatečně trpělivý zákazník, který přišel před koncem směny bude obslužen jsou zanedbatelné a není s nimi počítáno).

$$m_f = \frac{f}{T}, \text{ resp. } m_s = \frac{d+f}{T}$$

3.3.3.4. Analytické modely systémů hromadné obsluhy

Z analytických modelů hromadné obsluhy jsou používány především stochastické modely. Tyto modely umožňují vypočítat řadu různých ukazatelů, které charakterizují celkové chování procesu čekání a obsluhy za předpokladu, že jsou známy ukazatele jako počet kanálů obsluhy, rychlost příchodu zákazníků, rychlost obsluhy a případně další informace.

Otevřený systém typu M/M/1

Systém hromadné obsluhy M/M/1 je charakteristický Markovovským vstupním i výstupním potokem zákazníků a jedním kanálem obsluhy. Jednotky vstupují z nekonečného zdroje, míra jejich netrpělivosti je rovna $v = \infty$, tj. jednotky čekají na obsluhu libovolně dlouho a ze systému neodpadávají v důsledku netrpělivosti. Po skončení obsluhy se jednotka do zdroje nevrací.

Existují dva **klíčové parametry** tohoto systému hromadné obsluhy. Jsou to průměrné tempo příchodů (intenzita vstupu) λ a průměrné tempo obsluhy (intenzita obsluhy) μ . Necht' t je velmi malý časový interval. Potom intenzitu vstupu je možné popsat jako pravděpodobnost vstupu jedné jednotky do systému v tomto časovém úseku (Gros, 2003)

$$P\{V(t) = 1\} = \lambda t .$$

Intenzita obsluhy je pravděpodobnost ukončení obsluhy jedné jednotky během intervalu délky t

$$P\{O(t) = 1\} = \mu t .$$

Takovýto systém lze zobrazit pomocí Markovovského procesu. Důležité přitom je, že počet jednotek v systému se v libovolně krátkém časovém intervalu může změnit nejvýše o 1. Zákazník může být obslužen a odejde, další zákazník může přijít nebo žádný zákazník nepřijde ani neodejde.

Intenzita vstupu a intenzita obsluhy definují globální charakteristiku systému – intenzitu provozu.

Definice

Intenzitou provozu (průměrný počet jednotek v obsluze) systému hromadné obsluhy nazýváme podíl intenzity vstupu λ a intenzity obsluhy μ $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ (Brožová, Houška, 2002).

Teorie systémů hromadné obsluhy ukazuje, že intenzita provozu musí být menší než 1, tj. $\lambda < \mu$, jinak počet jednotek ve frontě roste do nekonečna. Praktické zkušenosti dokonce ukazují, že intenzita obsluhy musí být dostatečně větší než intenzita vstupu, aby systém obsluhy fungoval rozumně.

Nechť intenzita provozu systému $\rho \ll 1$, pak má systém hromadné obsluhy následující charakteristiky (ukazatele efektivnosti).

Pravděpodobnost, že v systému (ve frontě a v obsluze) je právě k zákazníků, je $p_n = P\{n = k\} = p_k = (1 - \rho) \rho^k$.

Pravděpodobnost, že v systému (ve frontě i v obsluze) je alespoň jeden zákazník, je (Brožová, Houška, 2002)

$$P\{n > 0\} = 1 - p_0 = \rho.$$

Pravděpodobnost, že v systému (ve frontě a obsluze) je více než N jednotek, je

$$P\{n \geq N\} = \rho^{N+1}.$$

Pravděpodobnost, že jednotka nebude čekat ve frontě, je

$$p_0 = P\{n = 0\} = 1 - \rho$$

Průměrný počet jednotek v systému (ve frontě a obsluze) je

$$E\{n\} = \bar{n} = \rho / (1 - \rho).$$

Průměrný počet jednotek ve frontě (průměrná délka fronty) je

$$E\{n_f\} = \bar{n} - 1 = \bar{n}_f = \rho^2 / (1 - \rho).$$

Průměrná doba strávená jednotkou v systému (ve frontě a obsluze) je

$$E\{t\} = \bar{t} = 1 / (\mu - \lambda).$$

Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě je

$$E\{t_f\} = \bar{t}_f = \lambda / (\mu (\mu - \lambda)).$$

Průměrná doba obsluhy je

$$E\{t_s\} = \bar{t}_s = 1 / \bar{\mu}.$$

Otevřený systém typu M/M/S

Systém typu M/M/S je opět Markovovský systém, který má S kanálů obsluhy. Zdroj vstupujících jednotek je nekonečný a má intenzitu vstupu λ . Všechny kanály jsou homogenní a mají stejnou intenzitu obsluhy. Je-li intenzita obsluhy každého kanálu rovna μ , bude potom intenzita obsluhy všech kanálů $\frac{\mu}{S}$ a intenzita provozu celého

systému bude $S\rho = \frac{\lambda}{\frac{\mu}{S}}$.

Systémy tohoto typu jsou v praxi velmi časté, např. několik pokladen v samoobsluze nebo odbavovací přepážky v letištní hale. Při výpočtech se obvykle hledá optimální počet kanálů obsluhy v souvislosti s nutnými náklady na dalšího pracovníka, další odbavovací přepážku apod. příslušné výpočty jsou mnohem složitější než v případě jednoho kanálu (systémy hromadné obsluhy s jedním kanálem obsluhy jsou v praxi velmi zřídka). Složitý analytický výpočet modelu hromadné obsluhy s více kanály obsluhy lze nahradit počítačovou simulací či jiným softwarovým programem (Gros, 2003).

4. Realizace integrovaného modelového systému

Teoretické úvahy a vyjmenované metodické nástroje z minulých kapitol jsou využity zde v této kapitole. Autorka se v první části praktické realizace zabývá úvodem do problematiky leteckého průmyslu a představuje profil společnosti, jejíž část procesu bude modelovat. Dále je v této kapitole navržen integrovaný modelový systém včetně praktické realizace modelu s využitím teorie hromadné obsluhy a návrhu optimalizace odbavovacího procesu s využitím v praxi.

4.1. Společnost České aerolinie

Profil společnosti

České aerolinie byly založeny jako Československé státní aerolinie 6. října 1923. První dopravní let z Prahy do Bratislavy se uskutečnil 29. října 1923. Tehdy překonal vzdálenost 321 km šéfpilot Karel Brabenec letounem Aero A-14 (Brandenburg).

České aerolinie a.s. (dále jen ČSA) jako vlajkový letecký přepravce České republiky zajišťují spojení z hlavního města Prahy do většiny hlavních měst v Evropě, dále do tranzitních bodů v Severní Americe, stejně jako do řady destinací na Blízkém a Dálném východě a v severní Africe. Díky více než osmdesátiletým zkušenostem v letecké přepravě jsou ČSA vyhledávaným poskytovatelem služeb i pro jiné letecké společnosti.

Základní oblastí podnikání ČSA je přeprava cestujících na pravidelných linkách. Společnost nabízí spojení do 119 destinací v 52 zemích světa, a svým zákazníkům tak umožňuje rychlé a pohodlné spojení do významných obchodních a politických center. Spolu se zajišťováním kvalitní přepravy na pravidelných linkách nabízejí ČSA cestovním kancelářím a dalším smluvním partnerům také nepravidelné charterové spoje. Po celý rok nalétávají letadla ČSA do hlavních mezinárodních turistických center, aby na dovolenou dopravila statisíce turistů.

Společnost ČSA také expanduje i do dalších oblastí podnikání.

V letecké nákladní přepravě (**ČSA Cargo**) ČSA disponují jedním z nejmodernějších Cargo terminálů ve střední Evropě. Kvalitní technologie zaručují šetrnou manipulaci se zásilkami a moderní skladové prostory také umožňují uložení zboží, které vyžaduje zvláštní péči při zacházení.

Kromě přepravy osob a nákladu zajišťují ČSA i **odbavení cestujících a letadel**. Díky špičkovému vybavení a zkušenému personálu odbavují každoročně téměř tři čtvrtiny všech cestujících na pražském letišti nejen na vlastní linky, ale i na lety dalších společností.

ČSA Catering pokrývá 95 % cateringového trhu letiště Praha-Ruzyně. Nově zrekonstruované prostory a vybavení evropské úrovně umožňují ČSA nabízet občerstvení špičkové kvality nejen cestujícím ČSA, ale i společnostem, které provozují pravidelnou i nepravidelnou leteckou přepravu na letišti v Praze, a dalším zákazníkům v režimu privátních letů. Mimořádně velkou pozornost věnují ČSA technické údržbě letadel.

Kromě údržby vlastní flotily jsou ČSA partnerem i pro řadu významných mezinárodních leteckých dopravců, kterým **zajišťují pravidelný certifikovaný servis**.

Na dlouholetých zkušenostech profitují ČSA i v **oblasti výcviku posádek**. Ve výcvikovém centru na letišti Ruzyně-Jih společnost organizuje specializovaný výcvik vlastních posádek i posádek jiných leteckých společností.

V neposlední řadě provozují ČSA na palubách letadel a v tranzitním prostoru letiště Praha-Ruzyně **duty free obchody** se širokým sortimentem dárkových a luxusních předmětů.

Správa a řízení společnosti

Tabulka č.1. sumarizuje akcionáře společnosti ČSA, a.s.

Tabulka 1.: Akcionáři ČSA, a.s.

Akcionáři	Podíl
Ministerstvo financí České republiky	56,92 %
Česká konsolidační agentura	34,59 %
Česká pojišťovna a.s.	4,33 %
Hlavní město Praha	2,94 %
Hlavní město Bratislava	0,98 %
Fond národního majetku Slovenské republiky	0,24 %

Správní orgány ČSA, a.s

Valná hromada

Valná hromada, tvořená akcionáři, rozhoduje o zásadních hospodářských, organizačních, provozních záležitostech a o strategickém zaměření společnosti. Její působnost a pravomoci určují obchodní zákoník a stanovy společnosti. Představenstvo svolává valnou hromadu zpravidla jedenkrát ročně.

Dozorčí rada

Dozorčí rada společnosti má dvanáct členů. Dohlíží na výkon působnosti představenstva a uskutečňování strategie společnosti včetně podnikatelské činnosti. Složení, působnost a pravomoci dozorčí rady určují obchodní zákoník a stanovy společnosti. Dozorčí rada zasedá zpravidla jednou za kalendářní měsíc, nejméně však osmkrát v kalendářním roce.

Představenstvo

Představenstvo se skládá ze sedmi členů a je statutárním orgánem, jenž řídí činnost společnosti a jedná jejím jménem. Statutární orgán je volen dozorčí radou a je zpravidla sestaven z členů vrcholového vedení ČSA. Představenstvo rozhoduje o všech záležitostech společnosti, které nejsou upraveny právními předpisy nebo stanovami nebo nespadají do působnosti valné hromady nebo dozorčí rady společnosti. Představenstvo zasedá minimálně jednou za kalendářní měsíc, nejméně však desetkrát v kalendářním roce.

Výbory dozorčí rady

Primárním úkolem výborů je zprůhlednit akcionářům činnost společnosti a zajistit, aby výkonní členové správních orgánů nijak neohrožovali zájmy akcionářů. Zároveň mají za úkol umožnit zasvěceně informovat akcionáře a vybrané zainteresované skupiny o činnostech ve společnosti. V podstatě se jedná o poradní a iniciativní orgány. Každý výbor má jasně definovanou působnost, popsány úkoly a pravidla jejich plnění ve statutu a jednacím řádu.

ČSA & Aliance leteckých společností

Od roku 2001 jsou ČSA součástí aliance SkyTeam. V současné době jsou členy aliance SkyTeam tyto společnosti: AeroMexico, Aeroflot, Air France, Alitalia, Continental Airlines, České aerolinie, Delta Air Lines, KLM Royal Dutch Airlines, Korean Air a Northwest Airlines.

Aliance SkyTeam byla jedním z hlavních lídrů v přepravě mezi Evropou a Severní Amerikou a dále zaujímala vedoucí postavení na relacích Evropa–Afrika a Evropa–Jižní Amerika. I vzhledem k výše uvedeným skutečnostem byla aliance SkyTeam vyhlášena renomovaným časopisem Global Traveller jako „Nejlepší letecká aliance roku 2005“.

ČSA v zahraničí

ČSA měly k 31. prosinci 2005 celkem 44 obchodních zastoupení na čtyřech kontinentech, 32 zastoupení je v Evropě a ostatní jsou v Severní Americe, Asii a Africe. V průběhu roku došlo v rámci optimalizace a úsporných opatření k uzavření 13 obchodních kanceláří (4 v Německu, 3 na Slovensku, 3 ve Velké Británii, 2 v Itálii, 1 ve Francii) a k otevření nového zastoupení v Bělorusku (ve městě Minsk).

Prodej služeb ČSA v zahraničí se uskutečňuje, jak prostřednictvím sítě vlastních zastoupení, tak ve spolupráci s General Sales Agents (GSA), zejména prostřednictvím sítě IATA cestovních agentur, napojených na Global Distribution System (GDS). IATA má s klíčovými partnery uzavřeny dlouhodobé obchodní smlouvy o distribuci produktů – Amadeus, Galileo, Sabre, Worldspan a další. Zároveň významným způsobem roste prodej přes přímý distribuční kanál – internet.

Struktura prodeje ČSA v zahraničí v roce 2005:

- 73,8 % prostřednictvím IATA cestovních kanceláří s využitím zúčtovacího systému BSP (Billing and Settlement Plan),
- 19,0 % přes vlastní obchodní zahraniční zastoupení (OZZ),
- 4,2 % přes internet,
- 2,1 % prostřednictvím GSA agentů,
- 0,9 % prostřednictvím kontaktního centra ČSA (call centrum).

V oblasti smluvní bylo významným úspěchem uzavření kontraktu se společností Delta Airlines, která nyní zastupuje ČSA na celém území USA při uzavírání obchodních smluv pro korporátní klientelu.

Letadlový park ČSA

Do roku 2005 vstoupily ČSA s flotilou 45 letadel (4 x A310-300, 14 x B737-500, 15 x B737-400, 4 x ATR72, 2 x ATR42-400, 3 x ATR42-320, 3 x ATR42-500).

Změny letadlového parku během roku 2005 znamenaly rozšíření flotily na 50 letadel. V současné době má ČSA 57 letounů.

Obr.7.: Fotografie letadel ČSA



4.2. Letecký přepravní proces

Prodej, distribuce a realizace leteckých přepravních služeb tvořící celý přepravní proces je souhrnem celé řady dílčí subsystému (modelů), kterým se v jednotlivých oblastech věnují zcela odlišné týmy pracovníků. Dílčí submodely, či v některých případech i dílčí modelové systémy, jsou např.: doprava na letiště, odbavení, čekání před odletem, nástup na palubu, služby na palubě, vlastní letecká přeprava, výstup z letadla do terminálu, odjezd letiště.

Doprava na letiště

Dnes tato služba již není přímou součástí ze služeb nabízených leteckou společností. Je vhodné cestujícímu podat veškeré informace týkající se jeho letu.

K získání takovýchto informací slouží buď letové řády příslušných leteckých společností, nebo speciální informační stránky některých distribučních systémů, resp. domovské www stránky letišť či leteckých společností, kde lze nalézt většinu informací o nabízených službách nebo dokonce on-line sledování příletů a odletů linek všech společností provozujících linky na daném letišti.

Odbavení

Při odbavení (angl. check in) cestující předkládá svou letenku, z níž je mu odebrán letový kupón odpovídající danému úseku jeho cesty. Cestujícímu jsou při odbavení převzata k přepravě jeho zavazadla, obvykle označena kabinová zavazadla a je mu nabídnuto místo odpovídající zaplacenému jízdnému. Po ukončení odbavení dostává cestující palubní vstupenku a zavazadlový lístek. Palubní vstupenku na většině letišť pak předkládá společně s pasem či identifikačním dokladem při pasové prohlídce. Doplňkovým úkonem při odbavení je kontrola cestovních dokladů, a to zejména u cestujících letících do zemí s vízovou povinností. Letecké společnosti se tak brání placení pokut za cestující, kteří by bez platných dokumentů mohli být vráceni do místa odletu na jejich náklady a současně prověřují shodu jména na přepravním dokladu se jménem v cestovním pase.

Obvykle jsou používány následující druhy odbavení:

Společné odbavení (angl. common check-in) – pro tento typ odbavení jsou určeny přepážky takto označené, u kterých je možné se odbavit na kteroukoliv linku v daný den. Přepážky jsou vždy rozděleny pro cestující business třídy a pro cestující ekonomické třídy.

Odbavení podle letu (angl. flight check-in, dedicated check-in) – pro tento typ jsou určeny přepážky, označené přímo letem, který se u příslušné přepážky odbavuje. Zase jsou vedle sebe určeny přepážky pro business třídu a ekonomickou třídu. Označení přepážek musí být takové, aby obsahovalo veškeré informace o této lince. Vzhledem k tomu, že většinou jsou nad přepážkami monitory a na těchto monitorech je uvedeno logo společnosti, číslo linky, destinace, čas odletu a tzv. „Gate“ je orientace pro cestujícího snadná.

Expresní odbavení (angl. express check-in) – je prováděno pouze pro cestující bez zapsaných zavazadel, pouze s tzv. kabinovými (příručními) zavazadly (angl. cabin luggage). Výhoda tohoto druhu odbavení je ta, že cestující, který má pouze příruční zavazadlo nemusí čekat u odbavovací přepážky

Telefonické odbavení (je k dispozici na některých letištích) – je určeno hlavně pro obchodní cestující, kteří většinou přicházejí k odbavení na poslední chvíli. Podmínkou tohoto odbavení je, že cestující nesmí mít zapsané zavazadlo a musí mít pouze kabinové (příruční) zavazadlo.

Samoodbavení (tzv. self-check-in) – pro tento typ odbavení slouží tzv. samoobslužné stojany, které jsou rozmístěné v odbavovací hale. Výhoda je, že se může cestující odbavit sám bez obslužného personálu. Spočívá v tom, že cestující vloží příslušný letový kupon na linku, kterou poletí, linku si na automatu zvolí a automat ho odbaví. Pro cestující, kteří mají kromě kabinových zavazadel i zavazadla k odbavení pak slouží tzv. „drop of pointy“ neboli zvláštní přepážky, kde odevzdají již odbavená zavazadla.

Gate check-in – je odbavení přímo v „Gate“. Toto odbavení může být použito pouze v případě, že cestující je už odbaven včetně zavazadel dříve, tj. v městské kanceláři, v hotelu apod.

Čekání před odletem

Po projití pasovou kontrolou cestující zpravidla určitou chvíli musí čekat, než je vyzván k nástupu do letadla. Během této doby má možnost navštívit prodejny bezcelního zboží, jiné obchody nebo restaurace v tranzitním prostoru. Většina letišť v dnešní době využívá právě toho, že cestující čekající na své spoje mají čas, který chtějí co nejpříjemněji strávit a jsou proto ochotni v případě možnosti utratit i poměrně velké množství peněz za nákupy a zábavu..

Nástup na palubu

Po výzvě k odchodu do příslušného „Gate“ cestující projdou bezpečnostní kontrolou (security check) a před vstupem do letadla je jim odebrána palubní vstupenka

(tzv. boarding card). Cestujícím je ponechán pouze ústřížek palubní vstupenky pro jeho informaci případně možnou kontrolu palubním personálem. Na ústřížku palubní vstupenky je vyznačeno příslušné místo v letadle. Cestující pak může pomalu zahájit nástup do letadla.

Služby na palubě

Služby na palubě letadla začínají obvykle uvítáním cestujícího a nasměrováním k jeho místu. Další služby se odvíjejí podle toho, ve které cestovní třídě je cestující přepravován. Obecně je větší pozornost věnována cestujícím Business a první přepravní třídy. Zatímco podání denního tisku, časopisů a nápoje na přivítanou (welcome drinku) je v Business přepravní třídě samozřejmostí, v ekonomické přepravní třídě tyto služby nejsou pravidlem.

Pro všechny cestující je však velmi důležité znát pravidla bezpečnosti na palubě letadla, které jim palubní průvodčí předvedou ihned po uzavření dveří letadla. Po startu je cestujícím nabídnuto občerstvení odpovídající délce letu.

Příjemným zpestřením služeb na palubě je u některých letů obvykle také Duty Free prodej, informace kapitána o letu nebo na dálkových letadlech i video a audio projekce, u modernějších letadel dokonce možnost interaktivní zábavy a využití internetu.

Před samým koncem letu pak obvykle následuje hlášení vedoucího kabiny se základními informacemi o letišti přistání, včetně informací o počasí a poděkováním za využití služeb dané letecké společnosti.

Výstup z letadla do příletové haly

Cestující po ukončení letu vstupuje do terminálu příletového letiště (příletové haly) a zpravidla míří k místu pasové kontroly nebo k nástupnímu místu linky, na kterou hodlá přesehnout.

Při nákupu letecké přepravy se společnostmi nabízejícími spoje s přeseháním, je potřebné aby cestující znal podmínky přestupu (vzdálenosti, možnost pomoci starším

osobám, jazykové asistence apod.) tak, aby stihl svůj navazující spoj bez zbytečných problémů a nervozity.

Po projití pasové kontroly si cestující vyzvedává odbavená zavazadla, prochází celním prostorem a vychází do veřejně přístupné části letiště. Až zde končí veškerá odpovědnost dopravce za přepravní služby. Cestující by si měl ve vlastním zájmu překontrolovat stav svých zavazadel ihned po jejich převzetí. V případě zjištění jejich poškození či ztráty je nutné kontaktovat kancelář dopravce nebo jím pověřeného agenta a sepsat hlášení. V případě zpoždění zavazadel má cestující nárok na bezplatné doručení svých zavazadel do místa pobytu. A v případě zpoždění více než 24 hodin má cestující nárok na zaplacení části výloh.

Odjezd z letiště

Z letiště cestující již odjíždí dopravním prostředkem dle své vlastní volby a místních možností (autobus letecké společnosti nebo letiště, místní veřejný autobus, metro, rychlodráha, vlak, taxi, vlastní auto apod.). Informace o možnostech přepravy z letiště jsou obvykle také k dispozici v letových řádech leteckých společností nebo distribučních systémech a v poslední době rostoucí měrou také na www stránkách příslušného letiště či letecké společnosti.

4.2.1. Dispoziční řešení letišť pro zajištění toku odlétajících a přilétajících cestujících

Odbavovací proces jak pro přílety, tak pro odlety je dán technologickým uspořádáním každého letiště. Letiště může být **jednourovňové**, což znamená, že odbavení cestujících a zavazadel na přílet i na odlet se odehrává na úrovni jednoho podlaží (např. Praha Ruzyně, terminál Server 1).

Další možné řešení je **dvourovňové**, které umožňuje, aby odletové odbavení cestujících a zavazadel bylo prováděno na jednom podlaží a příletové odbavení na podlaží jiném (např. Praha Ruzyně, terminál Sever 2). Tento druh technologického

odbavení je nejvýhodnější vzhledem k tomu, že se přilétávající a odlétávající cestující vzájemně nesetkávají a nekřížují si cestu.

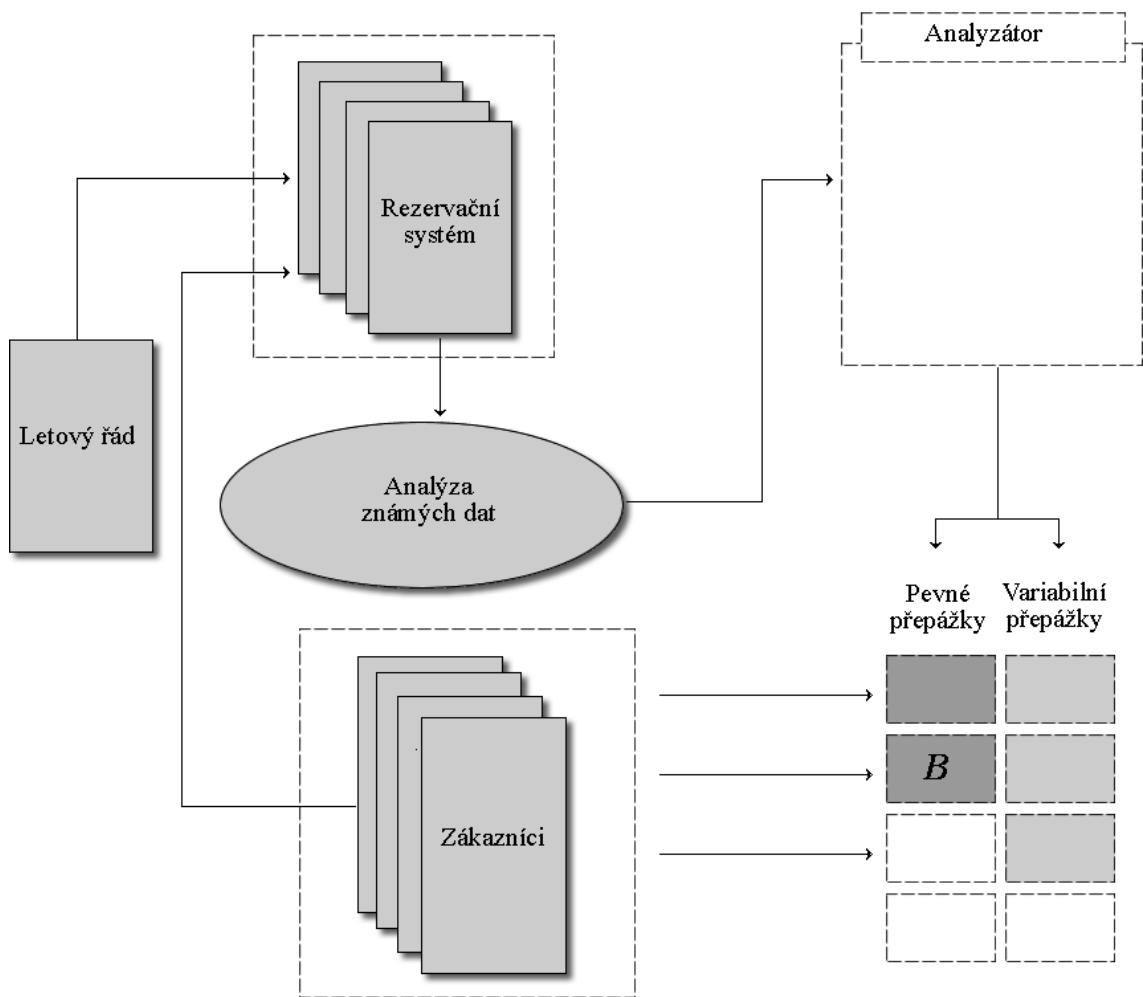
Současně je takové řešení vhodnější z pohledu boje proti terorismu, kdy je snižena možnost předání zbraní nebo jiných nežádoucích předmětů.

V příletové hale terminálu pak bývají půjčovny automobilů, směnárny, informační služba, kanceláře cestovních agentur, nabídka hotelů apod. Před budovou terminálu jsou pak umístěna stanoviště veřejné dopravy, taxi, parkoviště pro automobily apod.

4.3. Návrh integrovaného modelového systému

Na schématu uvedeném na obr.č.8 je navržen integrovaný modelový systém, který modeluje obsluhu cestujících letecké společnosti ČSA, a.s. na letišti Ruzyně v Praze.

Obr. 8.: Integrovaný modelový systém obsluhy cestujících společnosti ČSA, a.s.



Navržený integrovaný modelový systém zahrnuje následující části:

Model „Letový řád“

Tato část modelového systému slouží jako databáze letů, destinací a letadel ČSA. Každý let je označen specifickým číslem např. „OK 650“. Dále každému letu je přiřazena tzv. „destinace“, což je počáteční a cílové letiště. Ve chvíli, kdy je známo označení letu, let má definované destinace, je k tomuto letu přiřazen typ letadla např. 737-400 a poté jsou stanoveny dny a hodiny, kdy daný let bude realizován. Letový řád se vždy tvoří s ohledem na sezónnost, tzn. je definován letový řád pro letní sezónu a pro zimní období. Letový řád komunikuje s rezervačním systémem. V rámci této komunikace jsou předávány veškeré informace týkající se letů ČSA. Bez těchto informací by si žádný zákazník nemohl objednat letenku.

Model rezervační systém

Tato část modelového systému komunikuje za prvé s modelem „Letový řád“ a za další s tzv. „analyzátořem“ přes výkonný prvek nazývaný se „Analýza známých dat“. Rezervační systém je základní systém pro leteckou společnost. Právě pomocí tohoto systému je umožněno cestujícím si objednat letenku. Na základě dat, která zákazník předá obsluze rezervačního systému je vytvořen záznam v systému, tzv. „rezervace“. Na základě této rezervace je potom cestujícímu vystavena letenka. Cestující si může letenku koupit těmito prodejními kanály: v prodejní kanceláři ČSA, přes agenturu (cestovní kanceláře, které mají s ČSA smlouvy o prodeji letenek), přes vlastní on-line rezervační systém a přes jiné webové portály.

Modul analýza známých dat

Tento modul je v podstatě komunikační prvek, který si bere data týkající se letů a cestujících z rezervačního systému a předává je modelu „Analyzátoř“.

Analyzátoř

Analyzátoř je nejdůležitější částí modelového systému. Tento model na základě známých dat z rezervačního systému týkající se letů (datum, čas), data analyzuje a s využitím teorie hromadné obsluhy optimalizuje počet odbavovacích přepážek.

Pevné a variabilní přepážky

Právě výstupem z modelu „Analyzátor“ je počet tzv. pevných a variabilních odbavovacích přepážek. Návrhu použití a optimalizace pevných a variabilních odbavovacích přepážek se bude autorka věnovat detailněji dále v této kapitole.

Pevné odbavovací přepážky – jsou takové přepážky, které jsou vždy k dispozici při odbavení cestujících.

Variabilní odbavovací přepážky – jsou takové přepážky, které se mohou využít v případě potřeby při odbavování velkého množství cestujících.

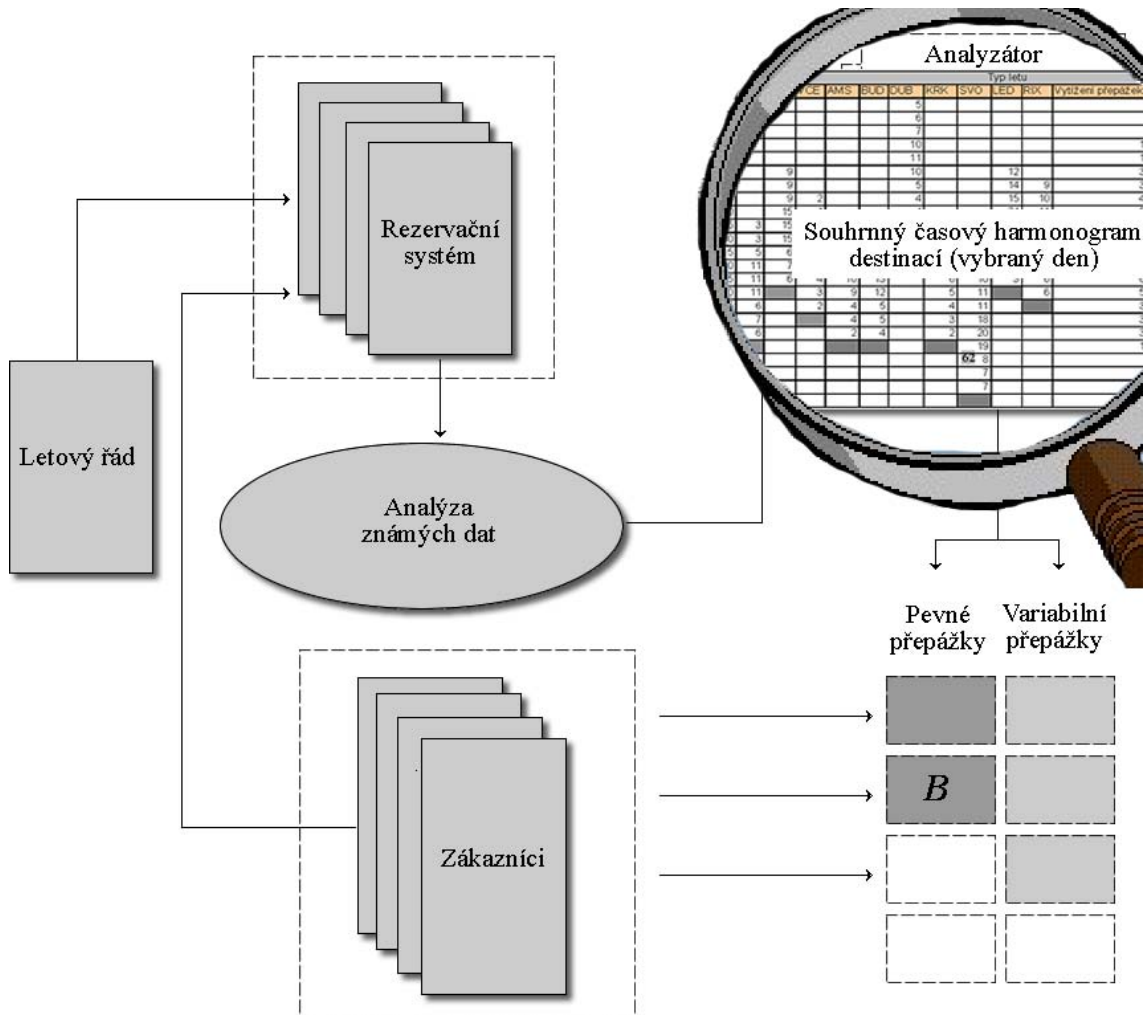
Právě výstup z modelu „Analyzátor“ přesně určí s časovým předstihem, kolik bude zapotřebí pevných a variabilních odbavovacích přepážek.

Označení „B“ znamená vyhrazená odbavovací přepážka pro cestující business přepravní třídy.

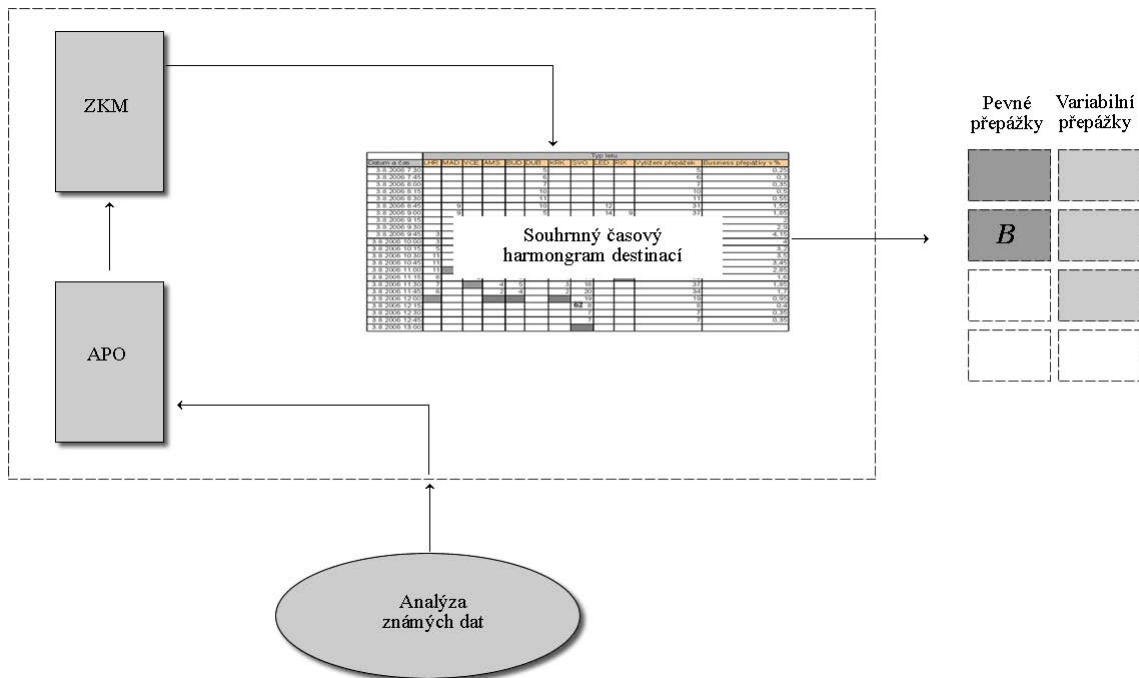
Zákazníci

Zákazníci jsou cestující letecké společnosti ČSA, kteří vstupují do kanálu obsluhy a chtějí být odbaveni na daný let.

Obr.9.: Detail zaměřený na model „Analyzátor“ jako součást modelového systému



Obr.10.: Model „Analyzátor“



Obr.č.10 zobrazuje detailní model modelu „Analyzátor“. V následujících bodech jsou popsány komponenty modelu.

APO (Aktualizované parametrické opravy)

Navržený model zohledňuje možné změny provedené v rezervačním systému (změny rezervací z důvodu změny data letu apod.,vrácené letenky, zrušení rezevace cestujícím apod.). Všechny tyto změny eviduje komponenta „APO“ a předává data dál do komponenty „ZKM“.

ZKM (Základní kvantifikační model)

Tato komponenta čerpá data z APO a její hlavní činností se syntéza letů a počtu cestujících pro vybraný den. (Pozn. Komponenta zohledňuje počty letů v daný den do různých destinací a synchronizuje se s daty z rezervačního systému týkající se počtu cestujících, kteří mají rezervaci (letenku) právě na daný den).

Souhrnný časový harmonogram destinací

Tato komponenta jako součást „Analyzátoru“ přebírá data z kvantifikačního modelu ZKM a na základě teorie hromadné obsluhy predikuje v předstihu (dle nastavení, např. 2 dny před odletem daného letu) počty potřebných variabilních a pevných odbavovacích přepážek

4.4. Analyzátor jako součást modelového systému a jeho využití v praxi

Autorka se v níže uvedeném praktickém modelu bude zabývat částí integrovaného modelového systému tzv. „Analyzátořem“. Modely komponenty „Analyzátoř“ jsou založeny na teorii hromadné obsluhy a výstupem těchto modelů by měly být optimální počty odbavovacích přepážek v závislosti na jednotlivých typech modelů a jejich charakteristikách. Veškerá vstupní data pro modely byla získána z veřejně dostupných zdrojů ČSA. Pro výpočty modelů hromadné obsluhy byl používán SW WinQSB, verze 1.0.

Dostupná data:

Počer odbavených cestujících v roce 2005 – 6 888 152

Počer odletů a přiletů v roce 2005 – 102 176

Podíl ČSA na celkových výkonech Letiště Praha v počtu odbavených cestujících v roce 2005 – 64%

Podíl ČSA na celkových výkonech Letiště Praha v počtu odbavených odletů a přiletů v roce 2005 – 63,3%

Počer přepravených cestujících za rok 2005 – 5 217 638

Počer letů za rok 2005 – 38 676

Cestující se musí k odbavení dostavit nejpozději do té doby než nastane časový okamžik uzavření linky (zavření odbavovací (check-in) přepážky). Tyto přepážky se uzavírají v časový okamžik tzv. „**Latest check-in time**“. Pokud přijde cestující později než je tento časový okamžik, není možné jej již odbavit. Časové limity pro uzavření linek ČSA, a.s. jsou ve většině případů 30 minut.

4.4.1. Model 1 – výpočet počtu odbavovacích přepážek na základě průměrných dat z roku 2005

Model vychází z dat z roku 2005, kdy bylo přepraveno 5 217 638 cestujících na 38 676 letů. Z toho vychází, že na jeden let bylo průměrně odbaveno 135 cestujících. V modelu je vycházeno, že během jedné hodiny je nutné odbavit 135 cestujících. Odbavení jednoho cestujícího u odbavovací překážky nesmí trvat déle než 3 minuty. Tento model bude stanovovat počet pevných přepážek pro cestující ekonomické třídy na základě dat z roku 2005

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 135.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.

Počet kanálů obsluhy musí být nejméně 7, čili $S = 7$.

Doba strávená ve frontě na odbavení nesmí překročit 15 minut. Tento parametr je stanovený na základě platných pravidel pro odbavení, která platí v ČSA. Samozřejmě je tento parametr jednoduše konfigurovatelný na základě požadavku.

Tabulka 2.:Výsledky modelu:

Charakteristika	Výsledek
System: M/M/7	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	135
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	135
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	135
Průměrný počet jednotek v systému (L)	31
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	24
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,23 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,18 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	0,025 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb)	89,49 %

Zhodnocení výsledků:

Z výstupů z modelu (viz. Tabulka č.2.) vyplývá, že při sedmi otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě 11 minut. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru a proto je možné jednoznačně říci, že na odbavení tohoto počtu cestujících stačí 7 odbavovacích přepážek.

4.4.2. Model 2 – výpočet počtu odbavovacích přepážek pro cestující business přepravní třídy na základě dat z roku 2005

V tomto modelu namodelováno odbavení obchodních cestujících do business přepravní třídy. Pro business přepravní třídu je vždy vyhrazena zvláštní přepážka. Výsledkem modelu je výpočet počtu odbavovacích přepážek nutných pro odbavení cestujících do business přepravní třídy. Doba čekání tohoto cestujícího ve frontě nesmí překročit 6 minut (tento parametr odpovídá skutečnosti vyžadované u ČSA, je libovolně konfigurovatelný). Odbavení jednoho cestujícího u odbavovací překážky nesmí trvat déle než 3 minuty.

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 7/hod.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20

Na základě výpočtu počtu kanálů S po nadefinování parametrů systému, jde vlastně o systém typu M/M/1.

Tabulka 3.: Výsledky modelu:

Charakteristika	Výsledek
Systém: M/M/1	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	7
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	7
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	7
Průměrný počet jednotek v systému (L)	0,54
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	0,19
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,23 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,02 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	65 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb)	35 %

Zhodnocení výsledků:

Z výstupů z modelu (viz. Tabulka č.3) vyplývá, že při jedné otevřené odbavovací přepážce cestující business přepravní třídy čekají ve frontě 2 minuty. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru a proto je možné jednoznačně říci, že na odbavení stačí 1 odbavovací přepážka.

4.4.3. Modelování reálné skutečnosti odbavení cestujících v průběhu zkoumaného dne

V těchto modelech je ukázána funkcionality „Analyzátoru“ ověřená na základě skutečně naměřených datech. Výstupem modelů by měl být odhad počtu pevných a variabilních přepážek a stanovení jejich optimálního rozložení.

Bylo provedeno měření počtu odbavených cestujících v intervalu od 7:30 do 13:00 ve zvoleném dni na základě dat získaných z rezervačního systému (viz. Tabulka č.4.).

Tabulka 4.: Počet příchozích cestujících k odbavení na linky ČSA

Datum a čas	Typ letu										Vytížení přepážek	Business přepážky v %
	LHR	MAD	VCE	AMS	BUD	DUB	KRK	SVO	LED	RIX		
3.8.2006 7:30						5					5	0,25
3.8.2006 7:45						6					6	0,3
3.8.2006 8:00						7					7	0,35
3.8.2006 8:15						10					10	0,5
3.8.2006 8:30						11					11	0,55
3.8.2006 8:45		9				10			12		31	1,55
3.8.2006 9:00		9				5			14	9	37	1,85
3.8.2006 9:15		9	2			4			15	10	40	2
3.8.2006 9:30		15	4			4			24	11	58	2,9
3.8.2006 9:45	3	15	5	6	7		2		28	17	83	4,15
3.8.2006 10:00	3	15	6	6	7		3		23	17	80	4
3.8.2006 10:15	5	6	6	7	7		3		14	16	64	3,2
3.8.2006 10:30	11	7	5	9	12		5		13	8	70	3,5
3.8.2006 10:45	11	6	4	10	13		6	10	3	6	69	3,45
3.8.2006 11:00	11		3	9	12		5	11		6	57	2,85
3.8.2006 11:15	6		2	4	5		4	11			32	1,6
3.8.2006 11:30	7			4	5		3	18			37	1,85
3.8.2006 11:45	6			2	4		2	20			34	1,7
3.8.2006 12:00								19			19	0,95
3.8.2006 12:15								8			8	0,4
3.8.2006 12:30								7			7	0,35
3.8.2006 12:45								7			7	0,35
3.8.2006 13:00												

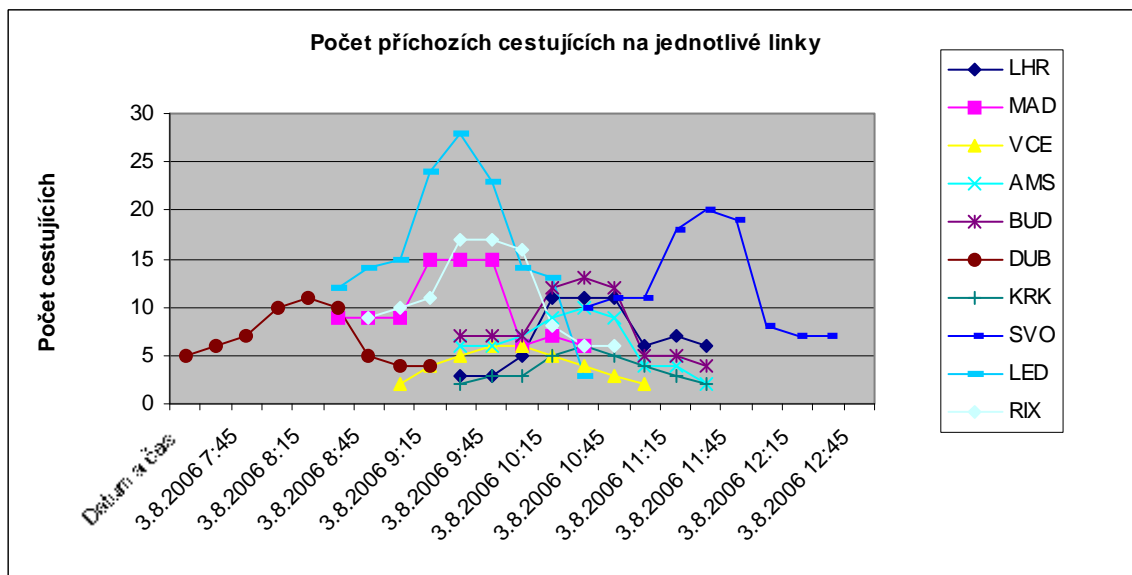
V tabulce č.4 je možné vidět typ letu a celkový počet cestujících čekajících na odbavení v daný časový okamžik. Ty jsou zobrazeny ve sloupci s názvem „Vytížení přepážek“ a „Business přepážky“. Sloupec „Business přepážky“ je procentuální hodnota počtu business cestujících v daném časovém okamžiku.

Šedivá pole znamenají uzavření odbavovací přepážky, průměrně 30 minut před odletem dané linky. Sloupce nazvané „ Typ letu“ a označené např. „LHR“ znamená název destinace (LHR=Londýn Heathrow¹, dtto MAD=letišťe Madrid apod.).

Z tabulky č.4 je zřejmé, že v době od 9:45 do 11:00 přišlo k odbavení nejvíce cestujících a v této době je nutné mít k dispozici nejvíce odbavovacích přepážek včetně odbavovacího personálu. Tento časový okamžik je označován jako „špička“

Grafické zobrazení počtu příchozích cestujících pak zobrazuje Graf č.1.

Graf 1.: Počet příchozích cestujících na jednotlivé linky

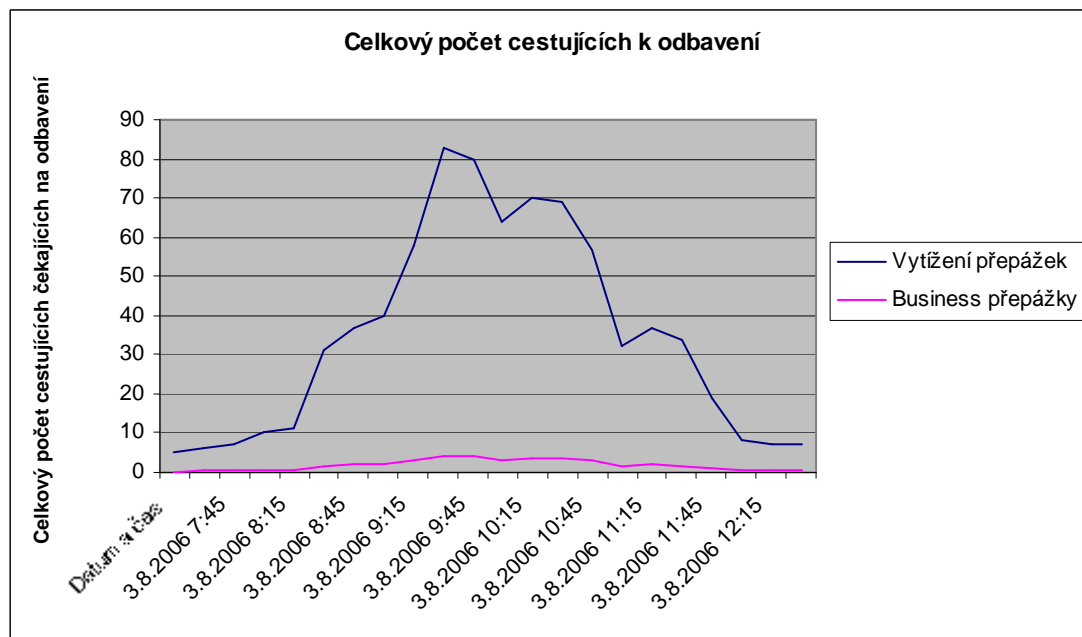


Na grafu č. 1 jsou barevně označeny křivky jednotlivých letů (s cílovou destinací). Dále je možné na grafu sledovat počty příchozích cestujících dle času a je možné vysledovat okamžik největšího vytížení odbavovacích přepážek.

¹ LHR je třípísmenná zkratka letišťe Londýn Heathrow

Graf č. 2 znázorňuje křivku vytížení přepážky pro cestující business přepravní třídy a cestující ekonomické přepravní třídy.

Graf 2.: Celkový počet cestujících k odbavení



Výpočty jednotlivých dílčích modelů jsou uvedeny v Příloze č.1.

Výsledky modelů a zhodnocení :

Na základě naměřených dat je možné konstatovat, že počty cestujících čekajících na odbavení se mění v průběhu dne, a že nelze vycházet z výše uvedeného předpokladu, že počet cestujících čekajících na odbavení je roven celkovému hodinovému průměru (viz kapitola 4.4.1.).

Tato skutečnost byla předpokládána, a proto bylo provedeno detailní měření na zúženém vzorku dat (letů uvedených v Tabulce č.3). Bylo zjištěno, že v průměrné době odbavení, jenž je rovna 90 minut se počty příchozích cestujících mění v poměru 30 % z celkového počtu v prvních 30 minutách, 50 % v dalších 30 minutách a 20 % ve zbývajícím čase. Tomu odpovídá i křivka zobrazující celkový počet cestujících čekajících na odbavení v Grafu č.1. a č.2. Simulace prokázala, že pro průměrný

hodinový počet cestujících čekajících na odbavení, který je roven 135 cestujícím, je možné odbavit za pomoci 7 odbavovacích přepážek. To je v první třetině doby potřebné na odbavení sice dostačující, ale v druhé třetině již tato kapacita nestačí. Protože je zapotřebí odbavit každého cestujícího maximálně do 15 minut od jeho příchodu, je potřeba otevřít odbavovacích přepážek mnohem více.

Modely ukázaly, že v případě špičky (od 9:30 do 11:30) viz. **Příloha č.1** (Modely 3 a 4) je potřeba mít otevřeno 15 odbavovacích přepážek. Tento počet zajistí požadovanou rychlost odbavení cestujících. Protože však tato špička trvá zhruba 2 hodiny, bylo by neefektivní udržovat stejné množství otevřených odbavovacích přepážek neustále (24 hodin).

Nabízí se tudíž myšlenka navrhnout optimální množství odbavovacích přepážek tak, aby jejich množství vždy umožnilo nepřekročit požadovanou dobu strávenou ve frontě a zároveň bralo v úvahu specifika odbavování cestujících v letecké dopravě.

4.4.4. Implementace výsledků v praxi

Je běžnou praxí, že cestující přicházejí k odbavení nejdříve 2 hodiny před odletem dané linky, nejpozději však půl hodiny před odletem. Poté se přepážka uzavírá a cestující již není odbaven na danou linku.

Této skutečnosti si je každý cestující vědom a proto volí čas svého příchodu někde uprostřed uvedeného časového intervalu. Jeho příchod je samozřejmě závislý na dopravní situaci a jiných faktorech, které mohou způsobit jeho zdržení. Z tohoto důvodu je i funkce zobrazující počet cestujících čekajících na odbavení kulminující někde kolem 60. minuty od začátku odbavení.

Protože v jeden okamžik může být odbavováno i více letů, které startují ve stejný časový okamžik (viz. Tabulka č.3.), dochází v druhé třetině času odbavení ke špičce. Právě v této špičce je nesmírně důležité odbavit cestující co nejrychleji. V opačném případě může dojít i ke zdržení letu, což má negativní ekonomické dopady

(ztráta důvěry cestujícího apod.). Na druhou stranu není ekonomicky přijatelné udržovat stále dostatečné množství odbavovacích přepážek v provozu.

Jak je z vzorových dat patrné špička trvá relativně krátký čas cca. 2 hodiny a poté ustává. Z naměřených dat a z jejich analýzy (viz modely v **Příloze č.1.**) lze konstatovat, že:

- v prvních 30 minutách přijde k odbavení 30 % cestujících,
- v dalších 30 minutách je nutné odbavit dalších 50 %, a
- a ve zbytku zbývajících 20 %.

Proto je nutné do modelu zahrnout i odbavovací přepážky, které jsou pouze dočasněho charakteru tzv. variabilní přepážky a budou otevřeny podle očekávaného počtu cestujících, kteří mají rezervaci na daný let.. Tento počet je velmi přesně znám. Může se stát, že některý cestující nepřijde k odbavení. Tato skutečnost funkčnost modelu neovlivní. Model pak bude složen ze dvou typů odbavovacích přepážek:

- přepážky pevného typu,
- přepážky variabilní.

Z analýzy naměřených dat pak vychází, že vhodný poměr mezi pevnými a variabilními přepážkami je 40:60.

Poměr pevných a variabilních přepážek se v čase mění a to v závislosti na předpokládaném počtu cestujících a na empiricky zjištěném trendu příchodu cestujících k odbavení.

Model by měl být koncipován tak, aby v první třetině byla otevřena alespoň jedna pevná přepážka, ostatní přepážky mohou být charakteru variabilního. To z důvodu obsluhy cestujících, kteří přijdou k odbavení dříve než 120 minut před odletem.

Samozřejmě je nutné udržovat větší množství přepážek pevného typu v závislosti na předpokládaném objemu cestujících přicházejících k odbavení během dne. Otevření variabilní přepážky sice urychlí obsluhu cestujících čekajících na odbavení, ale zase si vyžádá obsluhu příslušného vyškoleného zaměstnance, který by se tou dobou mohl věnovat jiné činnosti. Mimo to je nutné mít příslušného pracovníka v místě, kde se přepážka nachází a brát v úvahu jeho současnou pracovní činnost.

Využití teorie hromadné obsluhy umožní optimalizovat plánování počtů odbavovacích přepážek. Pokud by se při plánování počtu odbavovacích přepážek korektně využívala navržená teorie, bral v úvahu trend příchodu cestujících k odbavení, jenž byl empiricky zjištěn z výše uvedených měření, pak by se mohla zkrátit čekací doba u odbavovacích přepážek a současně by se mohlo docílit snížení nákladů na obsluhu cestujících.

Použití modelového systému je jednoduše zobecnitelné a parametrizovatelné.

5. Závěr

Již na konci šedesátých let bylo zřejmé, že každý typ modelu (myšleno matematického) má řadu implicitních vlastností, které vycházejí z konkrétního typu algoritmu užitého v řešení (linearita, deterministický charakter, stacionarita, aj.). Pouhé kvantitativní zvětšování, respektive desagregace narážely na hranice přehlednosti a vedly posléze i k faktickým problémům implementovatelnosti a interpretace řešení. Tyto zkušenosti ukázaly, že do budoucna bude výhodné konstruovat agregované modely systémů, provázané na dílčí specializované modely s využitím jiných modelových nástrojů.

Modelové systémy a zvláště integrované modelové systémy mají mnoho výhod. Umožňují modelování velmi rozdílných procesů probíhajících v reálném objektu, jejichž modelové ztvárnění jedním modelem by bylo obtížné či nemožné. Umožňují současně sledovat problémy z různých hledisek a různých kritérií, což jeden model vzhledem k jeho účelnosti nedovoluje. Je možné současně zkoumat problém z hlediska celku i z hlediska jeho částí. Další výhodou je jejich stavební charakter a přizpůsobivost požadavkům a možnostem uživatele – tedy tvorba modelů na míru. Jednotlivé modely jsou svým obsahem relativně samostatné, mohou být založeny na různých metodách. Pro každý řešený problém může být vybrán nejvhodnější modelový aparát.

Cílem této disertační práce bylo navrhnout integrovaný modelový systém, který by byl zobecnitelný a univerzálně použitelný v různých oblastech. V disertační práci byl navržen integrovaný modelový systém včetně praktické realizace s využitím teorie hromadné obsluhy. S využitím navržených komponent modelového systému byly nasimulovány a zanalyzovány modely pro leteckou společnost ČSA.

Na základě výsledků modelů teorie hromadné obsluhy byla navržena optimalizace struktury využití odbavovacích přepážek. Nejenom, že je možné přesně stanovit počet potřebných odbavovacích přepážek pro daný den, ale zároveň je možné optimalizovat strukturu přepážek. A to tak, že kromě tzv. pevných odbavovacích

přepážek se budou volit i tzv. variabilní odbavovací přepážky. Poměr mezi pevnými a variabilními odbavovacími přepážkami by měl být stanoven 60:40.

Pokud by se při plánování počtu odbavovacích přepážek korektně využívala navržená teorie, bral v úvahu trend příchodu cestujících k odbavení, jenž byl empiricky zjištěn z výše uvedených měření, pak by ČSA (obecně letecká společnost) mohli zlepšit své služby vzhledem k zákazníkům (zkrácení čekací doby u odbavovacích přepážek) a současně snížit náklady na obsluhu cestujících.

Výsledkem disertační práce je navržený integrovaný modelový systém aplikovaný do reálného prostředí letecké společnosti ČSA, a.s. Autorkou byla v disertační práci zjištěna možnost optimalizace procesu odbavení cestujících využitím teorie hromadné obsluhy tam, kde se dosud významně nepoužívá a zároveň byla navržena optimalizace struktury dělení odbavovacích přepážek na přepážky pevné a variabilní.

6. Slovník zkratek a výrazů

Gate – místo, kterým se vstupuje na palubu letadla.

Check-in – odbavovací přepážka.

Palubní vstupenka (Boarding card) – při procesu odbavení je cestujícímu odebrána letenka a dána palubní vstupenka. Na této vstupence je vyznačeno číslo „Gate“, kde se bude nacházet letadlo a dále číslo sedačky v letadle.

Knihovací třída – označení pro jednotlivé skupiny cen (tarifů). Jednotlivé tarify spolu vytváří knihovací třídu. Knihovací třídy jsou pak rozčleněny na třídy pro business přepravní třídu a ekonomickou přepravní třídu.

Business přepravní třída – třída pro business cestující. Tato třída umožňuje mnohem pohodlnější let a i jiný typ občerstvení apod. Tato třída v sobě zahrnuje ty nejdražší tarify.

První třída – některé letecké společnosti mají dva typy tříd pro business cestující. Jednak mají business přepravní třídu a pak ještě první třídu. Letenky do první třídy jsou pak mnohem dražší než do business třídy.

Ekonomická třída - třída pro ostatní cestující, kteří nepatří do skupiny v business přepravní třídě.

Kabinová (příruční) zavazadla - jsou zavazadla, která má cestující po celou dobu letu u sebe a sám se o ně stará. Jsou tedy po celou dobu letu pod jeho dohledem a každý cestující si za ně odpovídá sám.

ČSA – letecká společnost České aerolinie, a.s. Vlajkový letecký dopravce České republiky.

Duty Free – prodej zboží v bezcelní zóně letišť či na palubách letadel.

TS1 – označení Terminálu Sever 1 na letišti Ruzyně v Praze.

TS2 – označení Terminálu Sever 2 na letišti Ruzyně v Praze.

Naknihovaný cestující – cestující, který si koupil letenku a v rezervačním systému existuje záznam o této letence, včetně detailů cesty a cestujícího (či cestujících).

Latest check-in time (LCT) – minimální čas, který je nutný pro odbavení cestujícího až po nástup do letadla. V případě, že cestující přijde k odbavení později než je tento okamžik, není již možné takového cestujícího odbavit.

Letový řád – časový plán jednotlivých letů.

Rezervační systém – systém, který slouží letecké společnosti pro vytváření rezervací na konkrétní let. Každá rezervace končí vystavením letenky pro daného cestujícího.

THO – Teorie Hromadné Obsluhy.

7. Literatura a použité zdroje

- 1) ALLEN, A.O.: Probability, statistics, and queuing theory with computer science application, Academic Press, 1990, ISBN 0-12-051051-0.
- 2) BANKS, J., CARSON, J. S., NELSON, B. L., NICOL, D. M.: DISCRETE – Event System Simulation, Prentice Hall, USA 2000.
- 3) BERÁNKOVÁ, M., NEVŘIVOVÁ, P., PAVLÍČEK, J.: Výuka simulací na Provozně ekonomické fakultě in MendelNET 2003 Sborník příspěvků z konference studentů doktorského studia, Brno, 2003, ISBN 80-7157-719-7.
- 4) BERÁNKOVÁ, M., NEVŘIVOVÁ, P., PAVLÍČEK, J.: Vzdělávací aspekty simulačních modelů, Krnov, 2004, ISBN 80-85988-92-5.
- 5) BEYER, H., HOLTZBLATT, K.: Contextual design, Academic Press, 1998, ISBN 1-55860-411-1.
- 6) BONINI, Ch., HAUSMAN, W.H.: Quantitative Analysis for Management, Mc Graw-Hill, Boston, 1997, ISBN 0-256-14021-9.
- 7) BRANICKÝ, M.: Studies in Hybrid Systems: Modeling, Analysis and Control, PhD Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Electrical Engineering and Computer Science.
- 8) BROŽOVÁ, H., HOUŠKA, M.: Základní metody operační analýzy, ČZU v Praze, 2002, ISBN 80-213-0951-2.
- 9) ENGELL, S., FREHSE, G.: Modelling, Analysis, and Design of Hybrid Systems, Springer, 2002, ISBN 3-540-43812-2.
- 10) FISHWICK, P. A.: Quantitative Simulation Modelling and Analysis, Society for Computer Simulation Int., San Diego, California, USA, 1994.
- 11) GROS, I.: Kvantitativní metody v manažerském rozhodování, Grada, Praha, 2003.
- 12) HABR, J., VEPŘEK, J.: Systémová analýza a syntéza, SNTL, Praha, 1972.
- 13) HAVLÍČEK, J.: Metody operační analýzy I., II., SPN, Praha, 1983.
- 14) HAVLÍČEK, J.: Stochastické modely, Praha, ČZU v Praze 1998.
- 15) JABLONSKÝ, J.: Operační výzkum, VŠE, Praha, 2001.

- 16) JEŽEK, V.: Systémy automatické identifikace. Aplikace a praktické zkušenosti, Grada, Praha, 1993, ISBN 80-7169-282-4.
- 17) KLIR, J.G.: Facets of System Science, vydání Plenum Press New York, 1991.
- 18) KOŘENÁŘ, V.: Stochastické procesy, VŠE, Praha 2002.
- 19) KUBÁT, J., HORÁKOVÁ, H.: Řízení zásob. Logistické pojetí, metody, aplikace, praktické úlohy. 3. přeprac. Vydání, Praha: Profess Consulting, 1999. ISBN 80-85235-55-2.
- 20) KUNEŠ, J., VAVROCH, O, FRANTA, V.: Základy modelování, SNTL, Praha 1989.
- 21) MACUR, J.: Úvod do teorie dynamických systémů a jejich simulace, ČVUT, Brno, 1996, ISBN 80-214-0698-4.
- 22) MALÝ, J.V., VÍTEK, M.: Teorie systémů I, Gaudeamus, 2003, ISBN: 80-7041-821-4.
- 23) MALÝ, J.V., VÍTEK, M.: Teorie systémů II, Gaudeamus, 2003, ISBN 80-7041-833-8.
- 24) MANLIG, F.: Počítačová simulace diskretních událostí, technický měsíčník MM průmyslové spektrum, 1999.
- 25) MILGROM, P.,ROBERTS, J.: Modely rozhodování v ekonomii a managementu, Grada, 1997, ISBN: 80-7169-411-8.
- 26) M.LEE, A.: Applied queueing theory, St. Martin`s Press, New York.
- 27) NAHMIANS, S.: Production and Operations Analysis, Mc Graw-Hill, 1997.
- 28) NELSON, B. L.: Stochastic Modelling Analysis and Simulation, The McGraw-Hill Companies, Inc., USA, 1995.
- 29) NEVŘIVOVÁ, P.: Systémové kvantifikační problémy strukturalizace rozhodovacích prostorů v podmínkách trhu, Diplomová práce, Praha 2001.
- 30) NEVŘIVOVÁ, P., BERÁNKOVÁ, M., PAVLÍČEK, J.: Simulation as important tool for decision makung – in educional process in Proceeding of the Winter International Symposium on Information and Communication Technologies, Mexiko, 2004, ISBN 0-9544145-3-5.

- 31) NEVŘIVOVÁ, P.: Grafická tvorba simulací in Sborník příspěvků z doktorandského semináře, ČZU, Praha, 2004, ISBN 80-213-1150-9.
- 32) PERNICA, P.: Logistický management – teorie a podniková praxe, 1998, ISBN 80-86031-13-6.
- 33) PITEL, J., Ekonomicko matematické metody, Příroda Bratislava/SNTL Praha, 1986.
- 34) RÁBOVÁ, Z., ZENDULKA, J. a spol.: Modelování a simulace, Nakladatelství VUT, Brno, 1992.
- 35) ROSICKÝ, A.: Systémové myšlení – směřování k diversifikaci, In: Sborník konference Systémové přístupy 97, vydání Praha VŠE, 1997.
- 36) SCHAFFER, E.: Institutionalization of usability, Human Factors International, Boston, 2004, ISBN 0-321-17934-X.
- 37) SCHULTE, Ch.: Logistika, Victoria Publishing, Praha, 1995, ISBN 80-85605-87-2F.
- 38) SOL, H.G., VAN HEE, K.M.: Dynamic modelling of information systems, Publishers B.V., 1991, ISBN 0-444-88923-X.
- 39) ŠUBRT T., Metody koncepce a tvorby hybridních modelových systémů, Disertační práce, Praha 1997.
- 40) ŠUBRT, T., BOŽOVÁ, H., DOMEOVÁ, L., KUČERA, P.: Ekonomicko matematické metody II, Aplikace a cvičení, Praha, ČZU v Praze 2000, ISBN 80-213-0580-0.
- 41) ŠTEFAN, J.: Vybrané problémy simulačních modelů : Sborník 16. kolokvia, Brno 6.9 - 8.9., 1994, ISBN 80-901229-9-X.
- 42) ŠVASTA, J., ZÍSKAL, J., VRÁNA, L. Systémová analýza a modelování III, IV, 1. vydání. Praha: VŠZ ve vydavatelství Videopress MON, 1985.
- 43) ŠVASTA, J.: Koncepce a implementační problémy konstrukce hybridních modelových systémů, In: Sborník konference Agrární perspektivy I, vydání Praha VŠZ, 1992.
- 44) TANNER, M.: Practical queuing analysis, Mc Graw-Hill Book Company, Europe, 1995, ISBN: 0-07-709078-0.

- 45) ZÍSKAL, J. Systémová analýza zemědělské výroby pomocí optimalizačních modelů, 1. vydání. Praha VŠZ, 1989.
- 46) ZÍSKAL, J.: Metody optimálního rozhodování, Skriptum ČZU, Praha, 1994.
- 47) ZÍSKAL, J., BROŽOVÁ, H.: Ekonomicko – matematické metody II, Skriptum ČZU, Praha, 1996.
- 48) ZÍSKAL, J. Systémová analýza a modelování I, 1. vydání. Praha: PEF ČZU ve vydavatelství Credit, 1998.
- 49) ZÍTEK, P., PETROVÁ, R.: Matematické a simulační modely, ČVUT, Praha, 1996, ISBN 80-01-01524-6.
- 50) WOLFF, R. W.: Stochastic modelling and the theory of queues, Prentice Hall, 1989, ISBN 0-13-849845-8.
- 51) WALTER; Stochastické modely v ekonomii, SNTL, Praha 1970.
- 52) http://www.kip.zcu.cz/kursy/svt/eb/prum_eng/operacni_vyzkum.html
- 53) <http://www.fm.vslib.cz/~ksi/cz/mater/oa/obsluha/>
- 54) <http://prf.osu.cz/kip/dokumenty/Msm.pdf>
- 55) www.csa.cz

8. SEZNAM PŘÍLOH

Příloha č.1 – Modely

PŘÍLOHY

Příloha č.1.: Výpočty modelů systémů hromadné obsluhy naměřené v kapitole 4.4.3.

Tabulka 1.: Sumarizace výsledků modelů.

	Počet přeprázek
Hodiny	
1. hod (7:30-8:15)	2
2. hod (8:30-9:15)	7
3. hod (9:30-10:15)	15
4. hod (10:30-11:15)	12
5. hod (11:30-12:15)	6
6. hod (12:30-13:00)	1

1. Model pro první hodinu

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přeprázky.
- Intenzita vstupu (λ) = 28.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.
- Počet kanálů obsluhy 2.

Tabulka 2.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
Systém: M/M/2	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	28
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	28
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	28
Průměrný počet jednotek v systému (L)	3
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	1,35
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,098 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,05 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (P ₀)	17,65 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (P _w nebo P _b)	57,65 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při dvou otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě 3 minuty. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru.

2. Model pro druhou hodinu

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 119.

- Intenzita obsluhy (μ) = 20.
- Počet kanálů obsluhy 7.

Tabulka 3.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
Systém: M/M/7	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	119
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	119
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	119
Průměrný počet jednotek v systému (L)	9
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	3,4
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,08 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,03 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	0,17 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb)	59,7 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při sedmi otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě 1 až 2 minuty. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru.

3. Model pro třetí hodinu

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 285.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.
- Počet kanálů obsluhy 15.

Tabulka 4.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
System: M/M/15	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	285
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	285
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	285
Průměrný počet jednotek v systému (L)	29
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	15
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,1 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,05 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	0 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb)	78,7 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při patnácti otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě průměrně 3 minuty. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru.

4. Model pro čtvrtou hodinuZákladní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 228.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.
- Počet kanálů obsluhy 12.

Tabulka 5.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
System: M/M/12	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	228
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	228
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	228
Průměrný počet jednotek v systému (L)	27
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	15
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,12 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,07 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (P ₀)	0,0004 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (P _w nebo P _b)	80,9 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při dvanácti otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě 4 minuty. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru.

5. Model pro pátou hodinu

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/S.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 98.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.
- Počet kanálů obsluhy 6.

Tabulka 6.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
Systém: M/M/6	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	98
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	98
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	98
Průměrný počet jednotek v systému (L)	7
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	2,5
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,08 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,025 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	0,52 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb)	55,2 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při šesti otevřených odbavovacích přepážkách cestující čekají ve frontě 1, 5 minut. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru. V případě, že by bylo otevřeno pouze 5 odbavovacích přepážek, cestující by tak čekali ve frontě 28 minut, což by vyvolalo velkou netrpělivost cestujících.

6. Model pro šestou hodinu

Poznámka: Z naměřených hodnot vyplývá, že se jedná pouze o část hodiny, ale vzhledem k zjednodušení pro výpočet je definována hodina jako časový okamžik pro tento model.

Základní charakteristiky modelu:

- Systém typu M/M/1.
- Jednotka – cestující na lince ČSA.
- Kanály obsluhy – odbavovací přepážky.
- Intenzita vstupu (λ) = 14.
- Intenzita obsluhy (μ) = 20.

Tabulka 7.:Výsledky modelu

Charakteristika	Výsledek
Systém: M/M/1	
Intenzita vstupu (λ)/hod.	14
Intenzita obsluhy (μ)/hod.	20
Intenzita vstupu (počet jednotek)/hod.	14
Intenzita výstupu (počet jednotek)/hod.	14
Průměrný počet jednotek v systému (L)	2
Průměrný počet jednotek ve frontě (Lq)	1,6
Průměrná doba strávená jednotkou v systému (W)	0,17 hod.
Průměrná doba strávená jednotkou ve frontě (Wq)	0,12 hod.
Pravděpodobnost, že všechny kanály obsluhy jsou volné (Po)	30 %
Pravděpodobnost, že jednotka bude čekat (Pw nebo Pb))	70 %

Zhodnocení výsledků:

Z uvedené tabulky vyplývá, že při jedné otevřené odbavovací přepážce cestující čekají ve frontě 7 minut. Doba strávená ve frontě odpovídá požadovanému parametru.