

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

PROVOZNĚ EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA INFORMAČNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Teoretické nástroje procesního modelování

Doktorská disertační práce

Autor:

Školitel:

Ing. Martin Papík

Prof. RNDr. Jiří Vaníček, CSc.

Praha 2010

Rád bych poděkoval svému školiteli Prof. RNDr. Jiřímu Vaníčkovi, CSc. za vedení této práce
a Ing. Lubomírovi Bakulemu, CSc. plněního funkci školitele specialisty.

Obsah

1	Úvod.....	5
1.1	Procesní modelování.....	6
1.2	Souhrn.....	8
1.3	Summary.....	9
2	Současný stav	9
3	Formulace úlohy	11
3.1	Použité pojmy a konvence	11
3.1.1	Grafy.....	11
3.1.2	Petriho síť	17
3.1.3	Evoluce Petriho sítě.....	19
3.1.4	Invarianty Petriho sítě	26
3.1.5	Konkurence a paralelismus v Petriho sítích	27
3.1.6	Živé Petriho sítě	32
3.1.7	Jazyky Petriho sítí	35
3.1.8	Supervizor a zpětná vazba.....	38
3.2	Cíl disertační práce	40
4	Řešení.....	41
4.1	Řiditelnost a pozorovatelnost	41
4.2	Centralizovaný supervizor pro Petriho sítě	42
4.2.1	Syntéza supervizoru	42
4.2.2	Příklady	49
4.2.3	Sítě s dílčí pozorovatelností a dílčí řiditelností	54
4.3	Decentralizovaný supervizor pro Petriho sítě.....	55
4.3.1	Decentralizace	57
4.3.2	Decentralizovaná přípustnost	58
4.4	Decentralizovaný supervizor pro Petriho sítě s překrytím subsystémů.....	61

4.4.1	Syntéza decentralizovaného supervizoru	61
4.4.2	Příklad	67
5	Závěr	73
5.1	Výsledky	73
5.2	Význam výsledků	74
5.3	Možnosti dalšího výzkumu.....	74
5.4	Splnění cíle	75
6	Literatura.....	76
7	Seznam užívaných symbolů.....	82
8	Příloha č.1 – Simulace necyklické Petriho sítě	84
9	Příloha č.2 – Simulace s překrytím subsystémů	85

Klíčová slova

Petriho síť, invarianta míst, zpětná vazba, řídicí člen, supervizor, řízení, proces, řiditelnost, pozorovatelnost, překrytí, dekompozice, centralizované řízení, decentralizované řízení, přípustnost

Keywords

Petri nets, place invariants, feedback, controller, supervisor, process, controllability, observability, overlapping, decomposition, centralized supervisor, decentralized supervisor, admissibility

1 Úvod

Informační a komunikační technologie představují v současné době jednu z hlavních konkurenčních výhod každé podnikající organizace téměř v každém odvětví ekonomiky. Správně navržený, stabilní a funkční informační systém může představovat zásadní výhodu (v případě chyb i nevýhodu) mezi konkurencí v daném odvětví.

Pro dnešní a budoucí projekty jsou a budou velmi aktuální nároky na zvyšující se složitost, společně s požadavky na zkrácení doby jejich realizace, to vše při nižších finančních nákladech. Tato práce se zaměřuje na využití nástrojů procesního modelování v rámci návrhu informačních systémů určených pro informační a komunikační technologie. Konkrétněji na návrhové nástroje pro ověřování správnosti návrhu na úrovni abstrakce systémů diskrétních událostí.

Úkolem návrhu každého takového systému je získat jeho požadované chování, které nebude porušovat omezující podmínky, získané ze specifikace (zadání) a jiné než známé stavy tedy nemohou nastat.

Toto požadované chování lze vynutit dodatečnou implementací tzv. supervizoru, který může být k existujícímu návrhu dodán jako programový kód nebo hardware.

Disertační práce se zejména věnuje nástrojům, které slouží pro návrhy supervizorů. Konkrétně jde o matematický aparát založený na teorii grafů zvané Petriho sítě. Originální myšlenka Petriho sítě pochází od C.A. Petriho, který formuloval základní teorii v letech 1960-62 ve své disertační práci s názvem „Kommunikation mit Automaten“. Šlo o typ Petriho sítě C/E (Condition/Event). V pozdějších letech vzniklo mnoho variací na Petriho sítě, kterého pocházejí od mnoha různých autorů. Pro nás bude dále důležitou i přehledová práce od T. Muraty z roku 1989, ve které se objevuje nový typ Petriho sítě, tzv. P/T (Place/Transition). Tento nový typ sítě přináší nové vlastnosti.

Cílem této práce je zdokonalit postup řešící, jak je možné přesněji řídit probíhající složitý proces, který je modelován pomocí Petriho sítě. Na Petriho síť budeme pohlížet jako na diskrétní systém řízení událostmi.

Supervizor se bude skládat z míst, které budou připojeny do přechodů procesní Petriho sítě. Smyslem navrženého řízení je eliminovat nedovolené stavy procesní sítě. Konkrétně jde o generování invariant míst a přechodů navrženým zpětnovazebním řízením. Návrh řízení generuje omezení. Tyto omezující podmínky jsou vyjádřeny pomocí rovností, nerovností nebo logických výrazů, které mohou zahrnovat vektor značení Petriho sítě. Návrh řízení je numericky dán řešením příslušných algebraických rovností a nerovností nebo platností logických výroků. Řešení, ke kterému autor práce dospěl, umožňuje konstrukci supervizoru, kdy počet jeho míst (při popisu pomocí Petriho sítě) je lineární funkcí počtu omezujících podmínek, které je třeba dodržet. Tato vlastnost navrženého řešení zabezpečuje, že růst složitosti supervizorů nebude neúměrný a náklady na konstrukci supervizorů budou značně redukovány.

Složitým řízením rozumíme proces s velkým počtem stavů, generickou neurčitostí a s omezením informační struktury. Model takového procesu je reprezentován Petriho sítí mohutností množiny uzlů, řídkou incidenční maticí a z hlediska řízení decentralizovaným supervizorem s lokálními informacemi o přechodech.

1.1 Procesní modelování

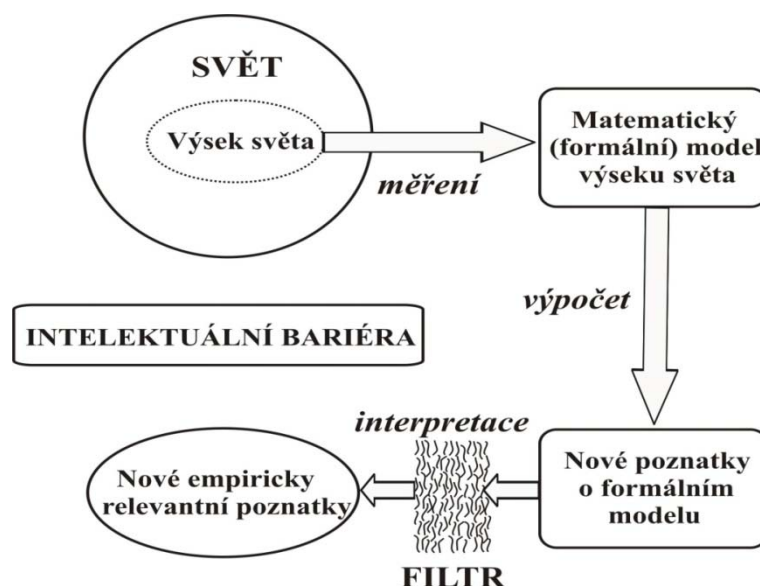
Slovo proces pochází z latinského slova processus (pohyb, vývoj, pochod). Obecný význam tohoto termínu je označení pro nějak zaměřené děje či změny. Proces je charakterizován přeměnou svých vstupů na výstupy. Pro typy dějů náhlých nebo chaotických se tento termín nepoužívá.

Pokud tedy dokážeme dopředu děj (stavy) předvídat říkáme, že jde o procesy zákonité, ty můžeme rozdělit na:

1. Deterministické procesy, kde následující stav nutně vyplývá z předchozího, tedy jde o určitou kauzalitu. Například pevně stanovené procesy výpočetní, mechanické, chemické apod.
2. Nedeterministické procesy, kde v každém stavu (kroku) uplatňujeme takové prostředky (nástroje) tak, aby proces probíhal tak jak potřebujeme. Zákonitost zde do procesu musí vkládat člověk (osoba), proto je zákonitost jen přibližná a podlého negativním vlivům. Například procesy administrativní, řízení, soudní jednání, komunikační procesy apod.

Další velkou skupinou procesů jsou procesy náhodné (stochastické), kde vývoj dovedeme předvídat jen s určitou pravděpodobností. Příkladem mohou být procesy meteorologické, společenské apod.

Skutečnost (realita) je však taková, že procesy v ní probíhající jsou do určité míry vždy stochastické. Představa deterministického procesu je tedy do značné míry idealizací (zjednodušením) skutečnosti. K takovému zjednodušení skutečnosti a jejímu následnému zkoumání můžeme použít formální prostředky. Vždy zkoumáme určitý výsek reality, důležitost formálních prostředků je znázorněna na následujícím obrázku č. 1.1.



Obr.č. 1.1 – Role formálních věd v procesu poznání, viz. [87]

My se budeme v této práci dopouštět určité idealizace reality také, v podstatě ve většině formálních modelů.

1.2 Souhrn

Disertační práce se zabývá návrhem supervizorů pro Petriho sítě metodou invariant míst. Práce je členěna na současný stav, základní pojmy umožňující formulaci cíle a následné řešení. Současný stav je analyzován v kapitole 2. Základní pojmy a vlastnosti Petriho sítí a jejich supervizi shrnuje kapitola 3. Cíl práce je formulován v podkapitole 3.2. Jde o rozvoj metod návrhu centralizované a decentralizované supervize Petriho sítí přístupem invariant míst a ověření navržené syntézy supervizoru na příkladech a simulacích. Řešení je obsahem kapitoly 4. Ta je členěna na podkapitulu 4.1 popisující říditelnost a pozorovatelnost v Petriho sítích, podkapitulu 4.2 zabývající se syntézou centralizovaného supervizoru pro Petriho sítě s úplnou říditelností a úplnou pozorovatelností a zahrnuje původní rozšíření návrhu supervizoru z cyklických na necyklické Petriho sítě a to včetně ověření na příkladu a simulací v příloze. Příklady a simulace ilustrují praktický návrh supervizorů. Dále je zmíněna možnost změny omezení pro případ dílčí říditelnosti a dílčí pozorovatelnosti. Podkapitola 4.3 objasňuje pojem decentralizace a decentralizované přípustnosti nezbytné k návrhu supervizorů pro lokální Petriho sítě. Podkapitola 4.4 prezentuje původní metodu návrhu supervizorů pro Petriho sítě s překrytím subsystémů. Metoda je doplněna příkladem

a simulacemi v příloze. Kapitola 5 shrnuje původní přínos práce. Kapitola 6 je závěr následovaný seznamem literatury, seznamem užívaných symbolů a přílohami.

1.3 Summary

The thesis deals with the design of supervisors for the Petri nets by using the method of place invariants. The thesis is divided into the current status, basic notations which enable the problem statement and consecutive solution. The current status is analyzed in Chapter 2. Basic notions and properties of the Petri nets including their supervision are surveyed in Chapter 3. The goal of the thesis is formulated in Section 3.2. The problem is the development of design methods for centralized as well as decentralized supervision for the Petri nets when applying the place invariant approach. Examples and simulation results verifying the proposed solutions are included. Main results are presented in Chapter 4. Section 4.1 introduces the notions of controllability and observability of transitions in the Petri nets. Section 4.2 presents the synthesis of centralized supervisors for the Petri net with full controllability and full observability of transitions. An original extension of supervisor synthesis from cyclic Petri nets to non-cyclic Petri nets is included here. Examples and simulations illustrate practical supervisors design and operation. Moreover, the synthesis of supervisors for partially controllable and partially observable Petri nets is surveyed when considering the constraint transformations. Section 4.3 introduces the notions of decentralization and decentralized admissibility which are necessary for the synthesis of supervisors for the local Petri nets. In Section 4.4, a new method for the synthesis of decentralized supervisors for the Petri nets with overlapping subsystems is derived. The method is supplied with an example and simulation in Appendix. In Chapter 5, main results of the thesis are surveyed. Chapter 6 is a conclusion which is followed by references, list of symbols and two appendices.

2 Současný stav

Rozbor současného stavu je zaměřen na decentralizovanou supervizi v Petriho sítích metodou invariant míst. Rozbor je rozdělen do několika tématicky souvisejících skupin s referencemi na současné výsledky z kterých plyne, že téma této disertace je plně v souladu s rozvojem nových metod v rámci tohoto tématu. Konkrétně jde o základní a pojmotvorné reference v oboru Petriho sítí, reference na supervizorové řízení, reference na metodu invariant míst,

reference na decentralizované supervizorové řízení, reference na dekompozice v Petriho sítích, a reference na aplikace. Výběr referencí je veden snahou o prezentaci podstatných a přehledových prací zahrnujících celou řadu dalších referencí na dílčí výsledky k tomuto tématu.

Základní a pojmotvorné reference na použité pojmy zavedené v kapitolách 3.1.1 až 3.1.7 jsou publikace [14], [15], [22], [57], [81], [82]. Petriho sítě byly poprvé zavedeny v práci [64]. Petriho sítě jsou alternativou automatů systémů diskrétních událostí neuvažujících faktor času. Proto je celá řada výsledků týkajících se Petriho sítí úzce svázaných s teorií automatů a jazyků [14], [57].

Supervizorové řízení je většinou logicky prezentováno v souvislosti s řiditelností a pozorovatelností a to úplnou nebo dílčí. Základní pojmy supervizor a zpětná vazba byly odvozeny z teorie systémů [4], [26]. Přehledové základní práce shrnující současný stav supervizorového řízení jsou publikace [9], [14], [16], [18], [19], [20], [23], [30], [31], [37], [38], [44], [50], [51], [57], [59], [73]. Řešením jednotlivých úloh centralizované supervize v Petriho sítích se zabývá celá řada publikací. Konkrétně uveďme práce týkající se řešení úloh eliminace uváznutí [6], [39], [45], [84]; supervize živých Petriho sítí [7], [36]; řiditelnosti a pozorovatelnosti v rámci syntézy supervizorů [33], [34], [49], [53], [60], [90]; maximální přípustnosti [48], [61], [75]; paralelismu a konkurence [52], [88]; dosažitelnosti [76]; optimality monitorů [10], [11].

Invarianty míst jsou strukturální metodou v Petriho sítích použitou pro návrh supervizorů. Alternativou je metoda zakázaných stavů Petriho sítí prezentovaná v publikacích [12], [43], [59], [90]. Návrh supervizorů metodou invariant míst je prezentován v publikacích [41], [42], [43], [57], [87].

Decentralizované supervizorové řízení je relevantním přístupem k supervizi složitých Petriho sítí. Složitá Petriho síť je Petriho síť s velkým počtem míst a přechodů. Syntéza složitých Petriho sítí s centralizovaným supervizorem vyžaduje značnou výpočetní složitost při návrhu a činnosti takové sítě. Redukce výpočetní složitosti vede k požadavku na decentralizaci supervizorového řízení a tím též ke zvýšení spolehlivosti činnosti zpětnovazební Petriho sítě [6], [63], [78]. Jde o rozšíření systematicky rozvíjených metod složitých systémů [4], [72] do oblasti decentralizované supervize v Petriho sítích a to většinou bez komunikace [5], [13], [17], [25], [43], [46], [47], [55], [63], [65], [67]. Příklad s komunikací zahrnuje publikace [8],

[43], [56], [59], [70]. Jde zde o Petriho sítě pojímané jako celek nebo nezávislé Petriho sítě. Dekompozice Petriho sítě je dalším účinnou metodologií k redukci výpočetní složitosti. Disjunktní dekompozicí Petriho sítě se zabývají práce [13], [21], [58], [75], zatímco publikace [1], [2], [3], [40] zahrnují dekompozici systémů diskretních událostí a Petriho sítí s překrytím, avšak nepoužívají metodu invariant míst. Transformace zachovávající invarianty míst i přechodů prezentuje reference [19].

Reference na různé aplikace použití supervizorů v Petriho sítích pouze doplňují aplikační význam této problematiky [24], [25], [27], [28], [29], [32], [39], [66], [84], [85], [86], [91].

Závěrem lze konstatovat, že na základě výše uvedeného rozboru s referencemi neexistuje systematické a úplné řešení úlohy syntézy decentralizovaného supervizorového řízení pro složité Petriho sítě metodou invariant míst. Tato disertace je vedena snahou přispět k rozvoji úloh tohoto typu s využitím dekompozičních metod pro Petriho sítě.

3 Formulace úlohy

3.1 Použité pojmy a konvence

Formulaci cílů nutně musí předcházet definice pojmů a jejich základních vlastností. Ty jsou logicky uspořádány do následujících navazujících kapitol.

Ukončení důkazů je označeno symbolem $\square$.

3.1.1 Grafy

Úmluva 3.1: Slovo „pokud“ je užíváno v této práci ve významu tehdy a pouze tehdy.

Definice 3.1: Neorientovaný graf (zkráceně jen graf) $\equiv U$ spořádaná trojice $G = (U, H, \varphi)$, kde U je neprázdňá konečná množina (uzlů nebo též vrcholů grafu), H konečná množina (hran grafu) a φ zobrazení U do množiny $\{\{x, y\} : (x \in U \wedge y \in U)\}$ všech dvouprvkových a jednoprvkových a podmnožin U (říká pro každou hranu grafu, které uzly tato hrana spojuje).

Definice 3.2: Orientovaný graf (zkráceně pro účely této práce pouze graf) je uspořádaná trojice $G = (U, H, \varphi)$, kde U je konečná neprázdňá množina, H je konečná množina a φ je zobrazení H do $U \times U$. Prvky množiny U se nazývají **uzly**, či **vrcholy**, grafu G , prvky množiny H se nazývají **orientované** (zkráceně pro účely této práce pouze hrany) grafu G .

Intuitivní význam: Uzly grafu se znázorňují obvykle jako jednoduché obrazce (kruhy, obdélníky, tečky ...) v rovině, hrany jako orientované úsečky (vektory) či orientované křivky, které neprotínají samy sebe. Orientace se vyznačuje šipkou. Zobrazení φ určuje, z kterého uzlu do kterého daná hrana vede.

Definice 3.3: Podgraf grafu (neorientovaného i orientovaného) $G = (U, H, \varphi)$ je každý graf $G = (U', H', \varphi')$ takový že $U' \subseteq U$, $H' \subseteq H$ a φ' je zúžení zobrazení φ na množinu H' . Podgraf tedy vznikne případným vynecháním některých uzlů a hran z grafu. Podstatné však je, že po tomto vynechání musí vzniknout graf. To znamená s každou ponechanou hranou musí být ponechány i oba uzly, s kterými je incidentní.

Poznámka: Neorientovaný graf i orientovaný graf (U, H, φ) se nazývá **prostý**, pokud je zobrazení φ prosté. Prostý orientovaný graf je zřejmě isomorfní se strukturou (U, R) , kde $R \subseteq U \times U$ je binární relace na množině všech jeho uzlů, definovaná vztahem $(x, y) \in R$ pokud existuje orientovaná hrana $h \in H$, taková, že $\varphi(h) = (x, y)$. Z prostoty zobrazení φ pak plyne, že existuje jedna a pouze jedna taková orientovaná hrana. Místo prostých orientovaných grafů pak lze bez ztráty informace vyšetřovat binární relace na množině uzlů grafu.

Definice 3.4: Smyčka. Hrana h prostého neorientovaného grafu se nazývá **smyčka**, pokud $\varphi(h) = \{x\}$ pro nějaké $x \in U$. Podobně hrana h prostého orientovaného grafu se nazývá (orientovaná) smyčka, pokud $\varphi(h) = (x, x)$.

Úmluva 3.2: Pro každou hranu $h \in H$ existuje jednoznačně určená uspořádaná dvojice uzlů $\varphi(h) = (u, v) \in U \times U$. Tuto uspořádanou dvojici budeme ztotožňovat s hranou h . Množinu H všech hran grafu G pak lze považovat přímo za podmnožinu kartézského součinu $U \times U$ a graf za uspořádanou dvojici $G = (U, H)$, kde $H \subseteq U \times U$. Jestliže $h = (u, v)$ je hrana grafu, potom uzel u se nazývá počáteční uzel hrany h a uzel v koncový uzel hrany h a říkáme, že tato hrana vede z uzlu u do uzlu v .

Definice 3.5: Říkáme že graf $G = (U, H)$ je **graf bez smyček**, pokud pro každé $u \in U$ platí, že $(u, u) \notin H$.

Intuitivní význam: Graf bez smyček je takový graf, v kterém žádná hrana nevede z nějakého uzlu do téhož uzlu.

Definice 3.6: Symetrizace orientovaného grafu je zobrazení, které orientovanému grafu (U, H, φ) přiřazuje neorientovaný graf (U, H, ψ) definované vztahem

$$\psi(h) = \{x, y\} \Leftrightarrow \varphi(h) = (x, y). \quad (3.1)$$

Poznámka: Neorientovaný graf, který vznikl symetrizací prostého orientovaného grafu může, ale nemusí být prostý.

Definice 3.7: Sled v neorientovaném grafu z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ je konečná posloupnost

$$(x_0 = x, h_1, x_1, h_2, \dots, h_N, x_N = y), \quad (3.2)$$

začínající uzlem $x_0 = x$ a končící uzlem $x_N = y$, v které se střídají uzly a hrany grafu a pro kterou platí, že pro každé $j = 1, 2, \dots, N$ hrana h_j spojuje uzly x_{j-1} a x_j (tedy $\varphi(h_j) = \{x_{j-1}, x_j\}$, pro $j = (1, 2, \dots, N)$).

Definice 3.8: Orientovaný sled v orientovaném grafu z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ je konečná posloupnost $(x_0 = x, h_1, x_1, h_2, \dots, h_N, x_N = y)$ začínající uzlem $x_0 = x$ a končící uzlem $x_N = y$, v které se střídají uzly a orientované hrany grafu a pro kterou platí, že pro každé $j = 1, 2, \dots, N$ hrana h_j vede z uzlu x_{j-1} do uzlu x_j (tedy $\varphi(h_j) = (x_{j-1}, x_j)$ pro $j = 1, 2, \dots, N$).

Definice 3.9: Cesta z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ v neorientovaném grafu je sled, v kterém se každý uzel vyskytuje nejvýše jednou.

Definice 3.10: Orientovaná cesta z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ v orientovaném grafu je orientovaný sled, v kterém se každý uzel vyskytuje nejvýše jednou.

Snadno se dokáže, že pokud existuje sled z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ v neorientovaném grafu, potom v tomto grafu existuje i cesta z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$.

Podobně pokud existuje orientovaný sled z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$ v orientovaném grafu, potom v tomto grafu existuje i orientovaná cesta z uzlu $x \in U$ do uzlu $y \in U$.

Orientovaná cesta $(x_0 = x, h_1, x_1, h_2, \dots, h_N, x_N = y)$ se nazývá **cyklus** v orientovaném grafu, pokud $x = y$. Cyklus je tedy orientovaná cesta z nějakého uzlu grafu do téhož uzlu.

Definice 3.11: Dosažitelnost uzlu v grafu. Budeme říkat, že v neorientovaném grafu (U, H, φ) je **uzel y dosažitelný** (někdy též dostupný) **z uzlu x** , pokud v tomto grafu existuje aspoň jeden sled a tedy i aspoň jedna cesta z uzlu x do uzlu y .

V orientovaném grafu (U, H, φ) říkáme že **uzel y je silně dosažitelný** (někdy též silně dostupný nebo orientovaně dostupný) **z uzlu x** , pokud v tomto grafu existuje aspoň jeden orientovaný sled a tedy i aspoň jedna orientovaná cesta z uzlu x do uzlu y .

V orientovaném grafu (U, H, φ) říkáme že **uzel y je slabě dosažitelný** (někdy též slabě dostupný, případně pouze dosažitelný či dostupný) **z uzlu x** pokud je dosažitelný neorientovaném grafu (U, H, ψ) , který vznikl jeho symetrizací.

Definice 3.12: Neorientovaný graf se nazývá **souvislý**, pokud je každý jeho uzel dosažitelný z každého jeho uzlu.

Orientovaný graf se nazývá **slabě souvislý** (někdy pouze souvislý), pokud je jeho každý uzel slabě dosažitelný z každého jeho uzlu.

Orientovaný graf se nazývá **silně souvislý**, pokud každý jeho uzel je silně dosažitelný

Vztah dosažitelnosti v neorientovaných grafech a slabé dosažitelnosti v orientovaných grafech je zřejmě relací ekvivalence na množině jeho uzlů.

Reflexivnost a tranzitivnost tohoto vztahu je zřejmá. Symetričnost plyne z toho, že je-li

$$(x_0 = x, h_1, x_1, h_2, \dots, h_N, x_N = y), \quad (3.3)$$

cesta z uzlu x do uzlu y je

$$(x_N = y, h_N, x_{N-1}, h_{N-1}, \dots, h_1, x_1 = x), \quad (3.4)$$

cesta z uzlu y do uzlu x .

Poznámka: Dosažitelnost v neorientovaném grafu a slabá dosažitelnost v orientovaném grafu tedy generuje rozklad množiny všech uzlů grafu na po dvou disjunktní podmnožiny uzlů, jejichž sjednocením je množina všech uzlů U . Tyto podmnožiny se nazývají komponenty souvislosti grafu. Jsou to souvislé podgrafy původního grafu, které jsou to „maximální

souvislé podgrafy“. To znamená prvky z různých komponent rozkladu již nejsou vzájemně dostupné. Na rozdíl od slabé dostupnosti není silná dostupnost uzlů v orientovaném grafu obecně symetrickou relací. Mohou existovat uzly $x \in U$ a $y \in U$ takové, že existuje orientovaná cesta z x do y , ale neexistuje orientovaná cesta z y do x . Silně souvislou komponentou orientovaného grafu nazýváme podgraf H grafu G , který je silně souvislý a je maximálním podgrafem s touto vlastností. To je jestliže existuje silně souvislý podgraf $H' \supseteq H$ grafu G , potom je $H = H'$.

Binární relace $\approx$ na množině U všech uzlů grafu G definovaná pro $x \in U$ a $y \in U$ vztahem $x \approx y$ pokud y je silně dostupný z x a současně x silně dostupný z y již symetrická je a je tedy relací ekvivalence. Generuje rozklad množiny U na po dvou disjunktní silně souvislé podmnožiny takové, že každý uzel leží v právě jedné z nich. Tedy rozklad grafu G na silně souvislé podgrafy, zvané silně souvislé komponenty.

Hrana je obsažená v nějakém cyklu právě tehdy, pokud oba její uzly leží v téže silně souvislé komponentě. Orientovaný graf je tedy silně souvislý, pokud je slabě souvislý a každá jeho hrana leží v nějakém cyklu. Každá silně souvislá komponenta, která obsahuje aspoň dva různé uzly obsahuje nějaký cyklus.

Pro orientované grafy je při vyšetřování silné dosažitelnosti a silné souvislosti užitečné vyšetřovat tak zvané kondensace orientovaného grafu.

Definice 3.13: Kondensace orientovaného grafu $G = (U, H, \varphi)$ je prostý orientovaný graf G' bez smyček, pro který platí:

- (1) Uzly grafu G' jsou všechny silně souvislé komponenty grafu G .
- (2) Uzly H_1 a H_2 (tj. silně souvislé komponenty G) jsou v grafu G' spojeny hranou z H_1 do H_2 pokud $H_1 \neq H_2$ a v grafu G existuje aspoň jedna hrana z nějakého uzlu komponenty H_1 do nějakého uzlu komponenty H_2 .

Kondensace neorientovaného grafu neobsahuje již žádný cyklus.

Definice 3.14: Bipartitní graf je uspořádaná dvojice $B = (G, P)$, kde $G = (U, H)$ je graf a $P \subset U$ je neprázdná podmnožina množiny U všech jeho uzlů taková, že množina $T = U \setminus P$ je též neprázdná a platí $H \cap (P \times P) = \emptyset$ a současně $H \cap (T \times T) = \emptyset$. Jinými slovy jestliže

$(u, v) \in H$, potom je buď nebo $u \in P$ a $v \in T$ nebo $u \in S$ a $v \in T$. Volbou množiny uzlů P je určen rozklad množiny všech uzlů U grafu G na dvě vzájemně disjunktní neprázdné množiny $P \neq \emptyset$ a $T \neq \emptyset$ tak, že $U = P \cup T$ a $P \cap T = \emptyset$ a hrany grafu spojují pouze uzly ležící v různých podmnožinách daného rozkladu.

Úmluva 3.3: Pro účely této práce budeme podmnožiny rozkladu množiny všech vrcholů bipartitního grafu nazývat množina míst (stavů) a množina přechodů. Hrany pak mohou vést pouze z místa do přechodu nebo z přechodu do místa. Bipartitní graf $B = (G, P)$, kde $G = (U, H)$, $P \subset U$, $T = U \setminus P$, budeme považovat za uspořádanou trojici $B = (P, T, H)$. Pak P a T jsou po řadě neprázdné konečné množiny míst a přechodů a H je podmnožina množiny $(P \times T) \cup (T \times P)$.

Věta 3.1: Každý bipartitní graf je grafem bez smyček.

Důkaz plyne ihned z toho, že množiny míst a přechodů jsou disjunktní koncový vrchol každé hrany musí být tedy různý od počátečního. $\square$

Úmluva 3.4: Pro účely této práce budeme užívat následující terminologii a značení:

Množinu všech kladných celých čísel (přirozených čísel budeme označovat $\mathbb{N}^+$, tj.

$$\mathbb{N}^+ = \{1, 2, \dots\}.$$

Množinu všech nezáporných celých čísel (kardinálních čísel konečných množin) symbolem $\mathbb{N}$, tj. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{N} = \mathbb{N}^+ \cup \{0\}$.

Množinu všech celých čísel budeme označovat symbolem $\mathbb{Z}$. Tedy $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Množiny $\mathbb{N}^+$ a $\mathbb{N}$ rozšíříme o umělý prvek, ∞ a přirozené uspořádání na $\mathbb{N}$ o pravidlo $\infty > n$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$ a aritmetické operace na $\mathbb{N}$ o pravidla $n + \infty = \infty + n = \infty$, $\infty - n = \infty - n = \infty$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$. Výsledek operace $\infty + \infty$ a $\infty - \infty$ není definován.

Prostota grafu vylučuje v grafech, které vyšetřujeme, přítomnost násobných hran. Přidáme ještě požadavek slabé souvislosti grafu.

Připomeňme, že orientovaný graf je slabě souvislý, když (již ne nutně prostý) neorientovaný graf, který vznikne jeho symetrizací (to je nahrazením uspořádané dvojice uzlů (a, b) dvouprvkovou nebo (v případě, že $a = b$) jednoprvkovou množinou $\{a, b\}$, je souvislý, to znamená mezi libovolnými dvěma jeho uzly existuje nějaký sled a tedy i cesta.

3.1.2 Petriho síť

Petriho síť může obecně modelovat velmi různé procesy, ze všech oblastí lidské činnosti. Existuje mnoho typů Petriho sítí [30], [62]:

- C/E Petriho síť,
- P/T Petriho síť,
- Barevné Petriho síť.
- Objektově orientované Petriho síť.
- A mnoho dalších, ale ne příliš rozšířených typů.

Připomeňme, že my v této práci použijeme pouze P/T Petriho síť. Právě tímto typem Petriho sítě se nyní budeme podrobněji zabývat v této podkapitole.

Typické nejčastější použití Petriho sítí v praxi je:

- Modelování a synchronizaci paralelních výpočtů.
- Petriho síť umožňují elegantně hlídat přeplnění vyrovnávacích pamětí, ve kterých si paralelní procesy předávají data.
- Řešení konfliktních situací, například pro prevenci uváznutí při přidělování prostředků paralelně probíhajícím procesům. Řešení těchto problémů je klíčové, například pro realizaci spolehlivě pracujících operačních systémů.
- Modelování výrobních procesů, například montážních linek.
- Dispečerské řízení v dopravních sítích, například železniční a silniční síť.

- Použití Petriho sítí se v žádném případě neomezuje pouze na použití v technické oblasti. Zejména již několik posledních let se tento nástroj používá k popisu, analýze a modelování různých systémů v administrativě. I toto využití se v budoucnosti jeví jako velice slibné.
- Mnoho dalších praktických aplikací lze nalézt v [30].

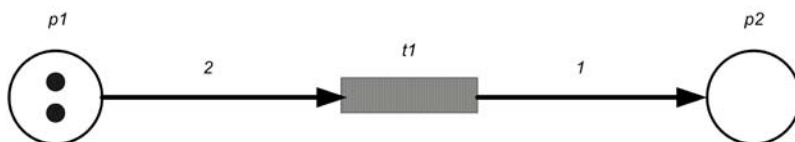
Definice 3.15: Petriho síť je uspořádaná pětice $N = (P, T, H, w, k)$ kde:

1. (P, T, H) je slabě souvislý bipartitní graf ve smyslu úmluv 2 a 3. Tedy $(P \cup T, H)$ je graf, množiny uzlů P a T jsou obě neprázdné a vzájemně disjunktní a hrany v H spojují pouze uzly z různých množin rozkladu $P \cup T$ množiny všech vrcholů tohoto grafu.
2. $w : H \rightarrow \mathbb{N}^+$ je zobrazení množiny všech hran do množiny přirozených čísel, určující **váhu** každé hrany v grafu.
3. $k : P \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ je zobrazení, které každému místu přiřadí celé nezáporné číslo nebo symbol ∞ , které určuje **kapacitu** daného místa.

Definice 3.16: Přípustné značení Petriho sítě (pro účely této práce zkráceně pouze **značení Petriho sítě**) $N = (P, T, H, w, k)$ je každé zobrazení $m : P \rightarrow \mathbb{N}$ množiny P všech míst P Petriho sítě N do množiny celých nezáporných čísel, které splňuje podmínku $m(p) \leq k(p)$ pro všechna $p \in P$. Každé Petriho síti vybereme jedno její přípustné značení m_0 , které prohlásíme za **počáteční značení** této Petriho sítě.

Intuitivní význam: Petriho síť slouží jako formální nástroj pro modelování vývoje diskrétních procesů při zadaných omezeních. Jsou representovány jako hranově ohodnocený a částečně uzlově ohodnocený bipartitní graf, v kterém místa jsou znázorněna jako kroužky a přechody jako obdélníky nebo úsečky. Ohodnocení uzlů tohoto grafu se týká pouze míst. Vývoj procesu je znázorněn užitím značení Petriho sítě. Značky se obvykle znázorňují pomocí teček (malých plných kroužků) •, umístěovaných do míst v síti. Tyto tečky se zakreslují do kroužků, které označují dané místo. Kapacita místa v síti udává maximální počet značek

(teček), které je možné do daného místa umístit. Hodnota kapacit $k(p) = \infty$ říká, že počet značek v daném místě není nijak omezen. Přírozené číslo udávající hodnotu ohodnocení hrany grafu se uplatní v evolučních pravidlech pro vývoj sítě tak, jak bude vyjasněno v dalším odstavci. Níže je na obrázku č. 3.1 příklad jednoduché Petriho sítě.



Obr. č. 3.1 – Příklad Petriho sítě

3.1.3 Evoluce Petriho sítě

Definice 3.17: Necht' $N = (P, T, H, w, k)$ je Petriho síť. Pro každý její přechod $t \in T$ označme $\bullet t = \{ p \in P: (p, (p, t)) \in H \}$ množinu všech míst, z kterých vede nějaká hrana do přechodu t a $t^\bullet = \{ p \in P: (p, (p, t)) \in H \}$ množinu všech míst, do kterých vede nějaká hrana z přechodu t . Přechod $t \in T$ se nazývá proveditelný přechod při značení m , pokud pro všechna $p \in \bullet t$ platí že $m(p) \leq w((p, t))$ a současně pro všechna $p \in t^\bullet$ platí že $m(p) \leq k(p) - w((t, p))$.

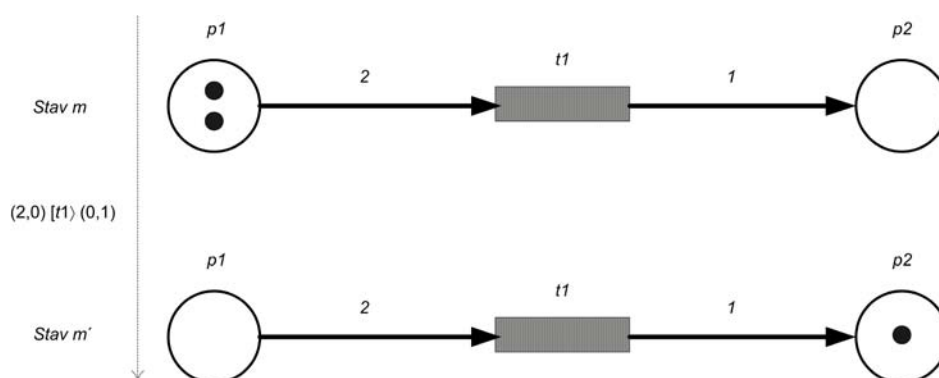
Intuitivní význam: Symbol $\bullet t$ označuje množinu všech míst, která jsou předchůdci přechodu t v grafu $(P \cup T, H)$ symbol $t^\bullet$ pak množinu míst, která jsou následovníky tohoto přechodu v grafu Petriho sítě. K tomu, aby přechod byl proveditelný při daném značení je nutné a stačí aby na všech místech, která přechodu předcházejí, byl aspoň takový počet značek, kolik odpovídá váze hrany směřující od příslušného místa k přechodu a aby současně kapacita každého cílového místa, do kterého vede z přechodu hrana nebyla po navýšení počtu značek překročena.

Definice 3.18: Je-li $t \in T$ proveditelný přechod, Petriho sítě se značením m , pak **značení Petriho sítě po provedení přechodu**, zvané též **bezprostředně následné značení** m' je definováno pro všechna $p \in P$ takto:

$$m'(p) = \begin{cases} m(p) - w(p, t), & \text{pokud } p \in {}^\bullet t \div t^\bullet, \\ m(p) + w(t, p), & \text{pokud } p \in t^\bullet \div {}^\bullet t, \\ m(p) - w(p, t) + w(t, p), & \text{pokud } p \in {}^\bullet t \cap t^\bullet, \\ m(p) & \text{jinak.} \end{cases} \quad (3.5)$$

Provedení přechodu t ze značení m do značení m' budeme zapisovat symbolicky $m[t]m'$.

Intuitivní význam: Při provedení uskutečnitelného přechodu míst, které přechodu předcházejí, zmizí takový počet značek, kolik si „vyžádaly“ váhy hran směřujících z tohoto místa do aktivního přechodu. Pokud místo patří do následovníků aktivního přechodu, doplní se takový počet značek, který odpovídá váhám hran směřujících z aktivního přechodu do tohoto místa. Pokud dané místo je pouze předchůdcem přechodu a ne následovníkem v grafu sítě, uplatní se první řádek ve změnovém vzorci pro značení sítě. Pokud je následovníkem a ne předchůdcem, uplatní se druhý řádek. Pokud je předchůdcem i následovníkem současně, uplatní se třetí řádek. Pokud místo není ani následovníkem ani předchůdcem, počet značek se v tomto místě nezmění (uplatní se čtvrtý řádek vzorce). Grafické znázornění provedení přechodu můžeme vidět na obrázku č. 3.2 níže.



Obr. č. 3.2 – Provedení přechodu v Petriho síti

Definice 3.19: Označme M množinu všech přípustných značení sítě N . Pro zadané značení $m \in M$ označme $[m]$ průnik všech podmnožin $N \subseteq M$, pro které platí současně:

- (1) $m \in N$.

(2) Jestliže pro nějaký přechod $t \in T$ a nějaké značení $n_1 \in N$ je $n_1 \xrightarrow{t} n_2$, potom je též $n_2 \in N$.

Tato množina $[m \rangle$ se nazývá **množina dosažitelných značení Petriho sítě ze značení m** .

Je-li pevně určeno počáteční značení m_0 Petriho sítě N , pak $[m_0 \rangle$ se nazývá **množina dosažitelných značení sítě N** , nebo též **stavový prostor Petriho sítě**.

Intuitivní význam: Definice 3.19 je rekurzivní. Podmínka (1) zajišťuje, že $m \in [m \rangle$. Podmínku (2) lze užít opakovaně. Zajišťuje, že každé značení, které vznikne ze značení m po provedení kteréhokoliv proveditelného přechodu je rovněž dosažitelné. Totéž platí pro každé již dosažitelné značení. Přitom lze vždy vybrat kterýkoliv přechod, který je při daném značení proveditelný a tyto přechody lze libovolně střídat. Množina značení $[m \rangle$ je tak „nejmenší“ množinou, která obsahuje značení m a je uzavřená vzhledem k operaci vytvoření bezprostředně následujícího značení sítě, neobsahuje žádná jiná značení než ta, která vzniknou popsáním způsobem. Jde o tak zvaný tranzitivní uzávěr daného značení vzhledem k vytváření značení bezprostředně následujícího proveditelnými přechody. Můžeme tedy vytvořit obecně řadu různých řetězců postupně prováděných proveditelných přechodů, které vedou k dalším dosažitelným značením sítě. Výběr, který proveditelný přechod uijeme, není předepsán. Chování sítě není tedy obecně deterministické a v obecném případě lze vytvořit řadu řetězců vedoucích k dosažitelným značením sítě vytvářejících její stavový prostor.

Věta 3.2: Množina dosažitelných značení $[m_0 \rangle$ (stavový prostor) Petriho sítě je konečná nebo nekonečná spočetná množina. Chování Petriho sítě lze popsat nedeterministickým (a tedy i ekvivalentním deterministickým) konečným automatem tehdy a pouze tehdy, je-li jeho stavový prostor konečná množina. Pokud je stavový prostor konečný, lze posloupnost všech proveditelných přechodů do každého dosažitelného značení sítě reprezentovat regulárním výrazem.

Důkaz: $[m_0] \subseteq P \times N$. Množina míst P je konečná. Kartézský součin konečně mnoha nejvýše spočetných množin je množina nejvýše spočetná. Stavový prostor proto tvoří konečnou nebo nekonečnou spočetnou množinu.

Je-li stavový prostor konečnou množinou potom vytvoříme nedeterministický konečný automat, jehož stavy budou odpovídat prvkům stavového prostoru a všechny tyto stavy budou koncové. Vstupní slovo automatu bude tvořit posloupnost proveditelných přechodů z počátečního značení sítě do příslušného dosažitelného značení. Regulární výraz reprezentující řetězec proveditelných přechodů je vytvářen nad vstupní abecedou daného automatu.

Jestliže stavový prostor je nekonečná množina, vyplývá nemožnost vytvoření konečného automatu, který reprezentuje jeho chování z Nerodovy věty [81]. Podmínkou, aby tato situace nastat mohla, je samozřejmě to, aby existovalo aspoň jedno místo p^∞ , jehož kapacita není omezená, tedy aby $k(p^\infty) = \infty$. $\square$

Úmluva 3.5: Je-li A konečná množina, označme:

A^+ - množinu všech konečných neprázdných posloupností (řetězců) prvků z množiny A ;

$A^* = A^+ \cup \{\varepsilon\}$ - množinu všech řetězců prvků z A , včetně prázdného řetězce označeného $\{\varepsilon\}$, kde ε je znak pro prázdný symbol;

Jsou-li $\alpha = (a_1, \dots, a_n)$ a $\beta = (b_1, \dots, b_n)$ dva řetězce z A^* , symbolem $\alpha.\beta$ (zkráceně někdy jen $\alpha\beta$) řetězec $(a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n)$.

Definice 3.20: Necht' $N = (P, T, H, w, k)$ je Petriho síť, m_0 její počáteční značení a $[m_0]$ její množina dosažitelných značení. **Přechodovou funkcí Petriho sítě** N nazýváme zobrazení δ množiny $[m_0] \times T$ do $[m_0]$, definované pro každé dosažitelné značení $m \in [m_0]$ a každý přechod $t \in T$ vztahem $\delta(m, t) = m' \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} m[t]m'$. Hodnotou přechodové funkce je tedy značení, které z daného dosažitelného značení a daného přechodu získáme provedením tohoto přechodu. Přechodovou funkci lze zobecnit na **posloupnost přechodů Petriho sítě**,

definovanou rekurzivně jako zobrazení $[m_0] \times T^*$ do $[m_0]$, vztahy: $\delta(m, \varepsilon) = m$, kde ε je prázdný symbol a $\delta(m, t.\tau) = \delta(\delta(m, t), \tau)$ pro $m \in [m_0]$, $t \in T$ a $\tau \in T^+$. Řetězec $\tau \in T^+$ nazýváme **výpočetní posloupnost Petriho sítě**.

Maticové representace Petriho sítí

Pro účely výpočtu je vhodné representovat Petriho síť pomocí matic. Pro tento účel zavedme následující úmluvu.

Úmluva 3.6: Necht' $N = (P, T, H, w, k)$ je Petriho síť. Označme $np = \text{card}(P)$ počet jejích míst a $nt = \text{card}(T)$ počet jejích přechodů. Místa i přechody libovolně uspořádáme a budeme je dále označovat po řadě $p_1, p_2, \dots, p_{np}$ a $t_1, t_2, \dots, t_{nt}$. Pro zjednodušení budeme místa a přechody v síti někdy identifikovat jejich pořadovými čísly (indexy).

Pro zjednodušení zápisu budeme někdy užívat symbol nazývaný „Kronekerovo delta“, definovaný jako funkce dvou proměnných, kterými jsou přirozená čísla vztahem

$$\delta_i^j = \delta(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{pro } i \neq j \\ 0 & \text{pro } i = j \end{cases}.$$

Pokud se v zápisech maticové algebry objeví k -členné vektory, budeme je považovat za matice o k řádcích a jediném sloupci (tzv. „sloupcové vektory“).

Připomeňme ještě, že podle úmluv 3.2 a 3.3 uvažujeme Petriho síť jejichž graf je prostý (nemá násobné hrany) a slabě souvislý. Množina H hran Petriho sítě pak podmnožinou množiny $P \times T \cup T \times P$.

Definice 3.21: Necht' $N = (P, T, H, w, k)$ je Petriho síť. **Vstupní matice Petriho sítě N** je matice o np řádcích a nt sloupcích vyjadřující zobrazení F^- , které je zobrazením $P \times T$ do $\mathbb{N}$, respektive $\{1, \dots, np\} \times \{1, \dots, nt\}$ do $\mathbb{N}$, definovaná vztahem $F^-(p, t) = \underline{w}(t, p)$, kde

$$\underline{w}(p, t) = \begin{cases} w(p, t) & \text{pro } (p, t) \in H \\ 0 & \text{pro } (p, t) \notin H \end{cases}. \text{ Podobně } \underline{\text{výstupní matice Petriho sítě } N} \text{ je matice o } np$$

řádcích a nt sloupcích vyjadřující zobrazení $P \times T$ do $\mathbb{N}$, respektive $\{1, \dots, np\} \times \{1, \dots, nt\}$

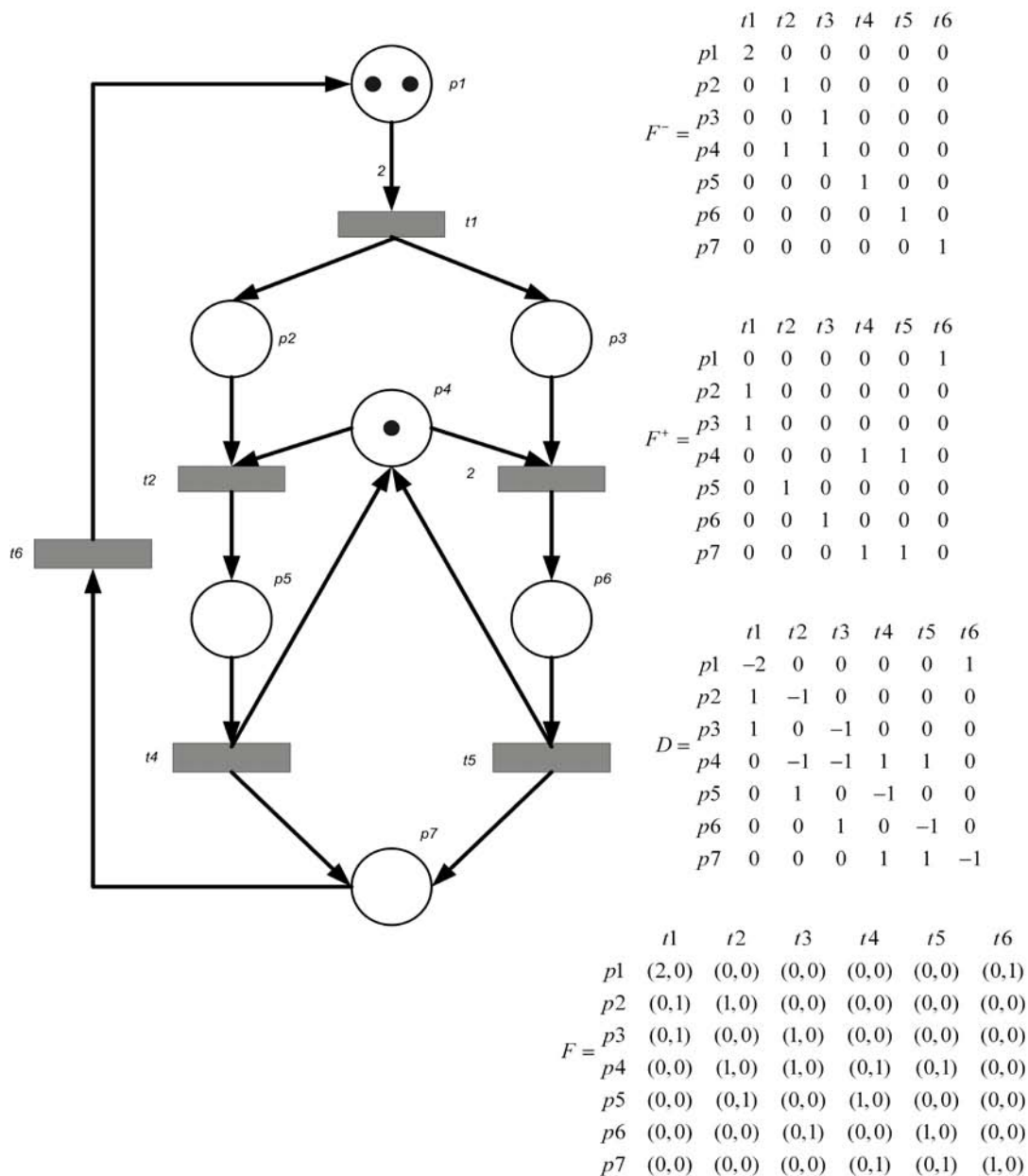
do $\mathbb{N}$, definovaná vztahem $F^+(t, p) = \bar{w}(t, p)$, kde $\bar{w}(t, p) = \begin{cases} w(t, p) & \text{pro } (t, p) \in H \\ 0 & \text{pro } (t, p) \notin H \end{cases}.$

Vstupní matici F Petriho sítě N označujeme $Pre(N)$, její výstupní matici pak $Post(N)$.

Toková matice F Petriho sítě N je matice typu (np, nt) , jejíž prvky jsou uspořádané dvojice $(\underline{w}(p, t), \bar{w}(t, p))$, vyjadřující $P \times T$ zobrazení, resp. $\{1, \dots, np\} \times \{1, \dots, nt\}$ do $\mathbb{N}^+ \times \mathbb{N}^+$. Tedy $F(p, t) = (\underline{w}(p, t), \bar{w}(t, p))$.

Matice změn D Petriho sítě N nazývaná též **incidenční matice** nebo **matice Petriho sítě** N , je definována jako matice typu (np, nt) definovaná vztahem $D(p, t) = \underline{w}(p, t) - \bar{w}(t, p)$ vyjadřuje zobrazení $P \times T$ do $\mathbb{I}$. Je tedy $D = Post(N) - Pre(N)$.

Intuitivní význam: Vstupní matice udává pro dané místo a daný přechod, kolik značek při uplatnění daného přechodu ubude v daném místě. Výstupní matice pak kolik značek při uplatnění přechodu v daném místě přibude. Obě matice současně zachycuje toková matice jako uspořádanou dvojici nezáporných celých čísel. Změnová matice pak reprezentuje pro dané místo jako celé (kladné číslo, záporné číslo či nulu) změnu počtu v něm umístěných značek. Ukázky všech typů matic spolu s ilustrační Petriho sítí můžeme vidět na obrázku č. 3.3.



Obr. č. 3.3 – Maticová reprezentace

Je zřejmé, že incidenční matice dostatečně popisuje Petriho síť. Lze proto uvést ekvivalentní definici Petriho sítě pomocí tohoto pojmu, která je navíc vhodnější pro následný návrh supervizorů, který je jádrem této práce.

Poznámka: Petriho síť lze ekvivalentně popsat uspořádanou čtveřicí $N = (P, T, D, m_0)$, kde P, T, D, m_0 jsou množina míst, množina přechodů, incidenční matice, počáteční značení.

3.1.4 Invarianty Petriho sítě

V této práci bude podstatné v Petriho sítích vyhledat a využívat tak zvané invarianty. Invarianty popisují situace kdy jsou některé objekty neměnné při určitých událostech. Můžeme najít vlastnosti Petriho sítí, které závisí pouze na topologii dané Petriho sítě, nikoliv na počátečním značení, jsou dva typy invariant:

Definice 3.22: Invarianta míst v Petriho síti, je množina míst, kde součet jejich všech značek zůstává vždy konstantní. Tuto invariantu můžeme popsat pomocí np řádkového vektoru X , kde np je počet míst v Petriho síti, jehož nenulové vstupy odpovídají místům, které patří do určité invarianty míst. Každý vektor X , který splňuje následující podmínku:

$$m^t X = m_0^t X, \quad (3.6)$$

kde m_0 je počáteční značení Petriho sítě a m reprezentuje následující značení definované invariantou míst. Dle výše uvedené rovnice to znamená, že součet počtu všech značek v místech invariant zůstávají konstantní při všech značeních a tento součet je určen počátečním značením Petriho sítě. Invarianty míst jsou definovány všemi vektory celých čísel, splňujícími podmínku:

$$X^t D = 0, \quad (3.7)$$

kde D je matice typu $(np \times nt)$ týkající se změn Petriho sítě, podle definice 3.21.

Definice 3.23: Invarianta přechodů v Petriho síti. Invariantu definujeme pomocí m řádkového vektoru Y , který obsahuje celá čísla v pozicích odpovídajících přechodům náležejícím k dané invariantě. Celé číslo označuje kolikrát musí být přechod proveden, aby bylo zopakováno počáteční značení. Invariantu přechodů můžeme vypočítat z následující rovnosti:

$$D Y = 0. \quad (3.8)$$

Invarianty míst a přechodů jsou důležité pro pochopení analýzy Petriho sítě, protože umožňují vyšetřovat strukturu Petriho sítí nezávisle na dynamice modelovaného procesu. Další výhodou je skutečnost, že analýza může být provedena pouze na určité části sítě (podsíti, podsystému), bez uvažování o celém systému (síť). Invarianty jsou také používány pro ověřování modelů Petriho sítí.

3.1.5 Konkurence a paralelismus v Petriho sítích

Petriho síť je velmi vhodným nástrojem pro modelování paralelismu. Paralelismus je možné modelovat pomocí dvou přechodů, které si vzájemně konkurují a nejsou kauzálně podmíněné. Paralelismu je využíváno i při konstrukci decentralizovaných supervizorů pro Petriho síť, těmito typy supervizorů se bude v pozdějších kapitolách zabývat tato práce.

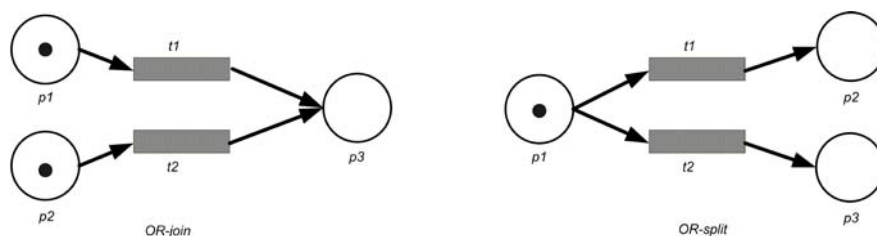
Nechť je pevně dána Petriho síť a nechť t_1 a t_2 jsou dva různé přechody v této síti. Obecně říkáme, že tyto přechody si konkurují, pokud existují dvě výpočetní posloupnosti v této síti takové, že v jednom z nich je přechod t_1 aktivován před přechodem t_2 a v druhém je přechod t_2 aktivován před přechodem t_1 . Konkurence přechodů je na množině všech možných kroků v síti. To je na množině všech modelovaných událostí reflexivní a symetrickou relací, která však není obecně tranzitivní a tedy není ekvivalencí generující rozklad na třídy.

Pro detailní modelování konkurence a paralelismu a zabezpečení determinismu procesů, které konkurenci a paralelismus připouštějí, je vhodné zavést následující speciální typy Petriho sítí.

Definice 3.24: Říkáme, že Petriho síť je **S-systém** nebo že je *stavový stroj*, pokud každý jeho přechod má jedno a pouze jedno vstupní místo a pouze jedno výstupní místo.

Pro popis S-systému jsou důležité jeho stavy. Pokud má přechod značky, je povoleno je přemístit do nového stavu, avšak přítomnost značky v daném stavu může dovolit obecně více konfliktních přechodů. Pomocí S-systému lze popsat zřejmě libovolný nedeterministický konečný automat.

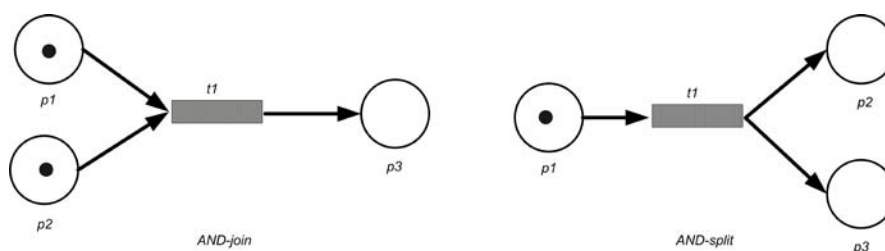
S-systémy jsou vhodný nástroj pro konfliktní rozhodování, neposkytují však prostředky pro synchronizaci paralelně probíhajících procesů. Můžeme také říci, že jde o logický prvek OR (OR-split) viz. následující obrázek č. 3.4.



Obr. č. 3.4 – OR-join a OR-split

Definice 3.25: Říkáme, že Petriho síť je **T-systém** nebo že je *cyklický označený graf*, pokud každé jeho místo má jeden a pouze jeden vstupní přechod a jeden a pouze jeden výstupní přechod.

Pro popis T-systému jsou důležité jeho přechody. Každé jeho místo přijímá značky pouze z jednoho přechodu a zasílá je do jiného přechodu, avšak přechody mohou značky přijímat z více míst současně a zasílat je do více míst současně. V podstatě se jedná o logický prvek AND (AND-join a AND-split), viz následující obrázek č. 3.5.



Obr. č. 3.5 – AND-join a AND-split

T-systémy jsou vhodný nástroj pro synchronizaci procesů, protože pouze výskyt značek na více místech současně může aktivovat provedení přechodu a tím i přenos značek na výstupní místa příslušného přechodu.

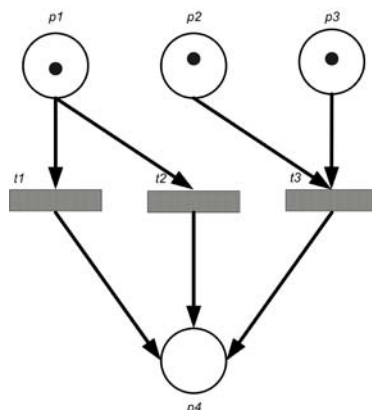
T-systémy tak neumožňují konflikt (konkurenci), avšak umožňují synchronizaci procesů. Některé Petriho sítě, například uzavřené cykly, ve kterých se střídají místa a přechody, jsou současně T-systémy i S-systémy a neumožňují ani konfliktní rozhodování ani synchronizaci.

Vhodným nástrojem pro modelování konfliktu a synchronizace současně jsou sítě s volným výběrem. Tento pojem vznikne zeslabením podmínek pro T-systémy a S-systémy tím, že připustíme jak konflikt, tak synchronizaci, na každé hraně grafu sítě, avšak pouze jednu z obou těchto možností.

Definice 3.26: Říkáme, že Petriho síť je **sít' s volným výběrem** pokud platí, že je-li $p \rightarrow t$ libovolná její orientovaná hrana vedoucí z nějakého místa p do nějakého přechodu t , potom je splněna aspoň jedna z následujících dvou podmínek:

- Přechod t nemá žádné jiné vstupní místo různé od místa p .
- Místo p nemá žádný jiný výstupní přechod různý od přechodu t .

Pro ilustraci uvádíme obrázek č. 3.6 níže.

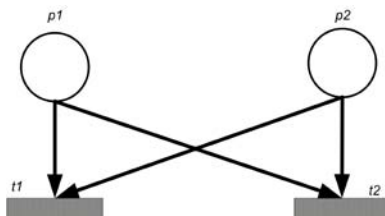


Obr. č. 3.6 – Petriho síť s volným výběrem

S-systémy i T-systémy jsou zřejmě zvláštním případem sítí s volným výběrem.

Pro modelování zabezpečení determinismu paralelních procesů lze ještě zeslabit podmínku na Petriho síť pro to, aby zůstali sítěmi s volným výběrem.

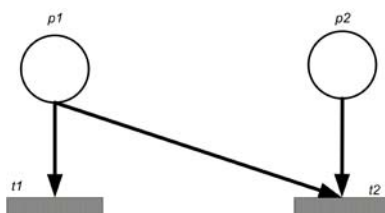
Definice 3.27: Petriho síť se nazývá Petriho síť s rozšířeným volným výběrem (Extended free choice, EFC-síť), pokud pro každou orientovanou hranu z jejího grafu z místa p do přechodu t existuje také orientovaná hrana ze všech vstupních míst pro t do všech výstupních přechodů pro p . Tedy v našem značení pokud platí $(p_1 \bullet \cap p_2 \bullet \neq \emptyset) \Rightarrow (p_1 = p_2)$. Pro ilustraci tohoto typu Petriho sítě uvádíme obrázek č. 3.7.



Obr. č. 3.7 – Petriho síť s rozšířeným volným výběrem

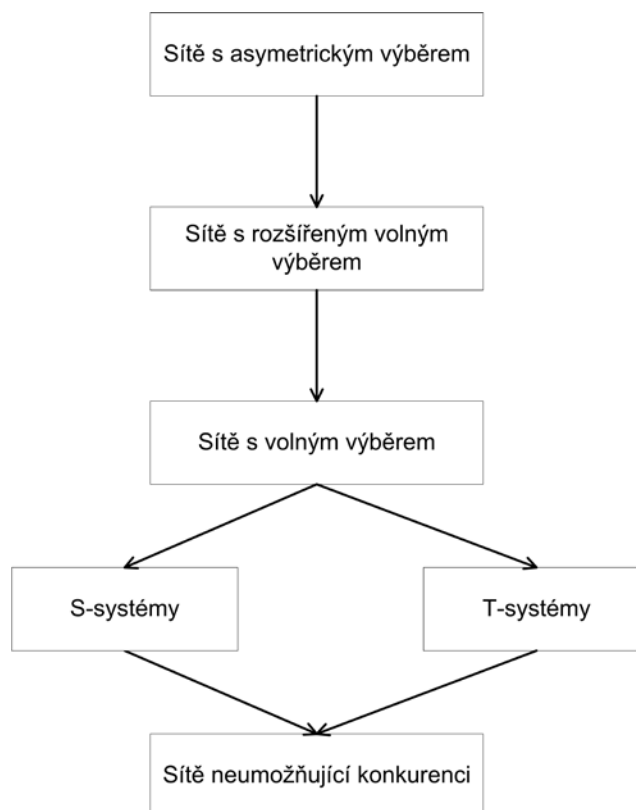
Definice 3.28: Petriho síť se nazývá **síť s asymetrickým výběrem** (Asymmetric choice, AC-síť) pokud pro každou dvojici míst p_1 a p_2 platí $(p_1 \bullet \cap p_2 \bullet \neq \emptyset) \Rightarrow ((p_1 \bullet \subseteq p_2 \bullet) \vee (p_2 \bullet \subseteq p_1 \bullet))$.

Pro ilustraci uvádíme obrázek č. 3.8.



Obr. č. 3.8 – Petriho s asymetrickým výběrem

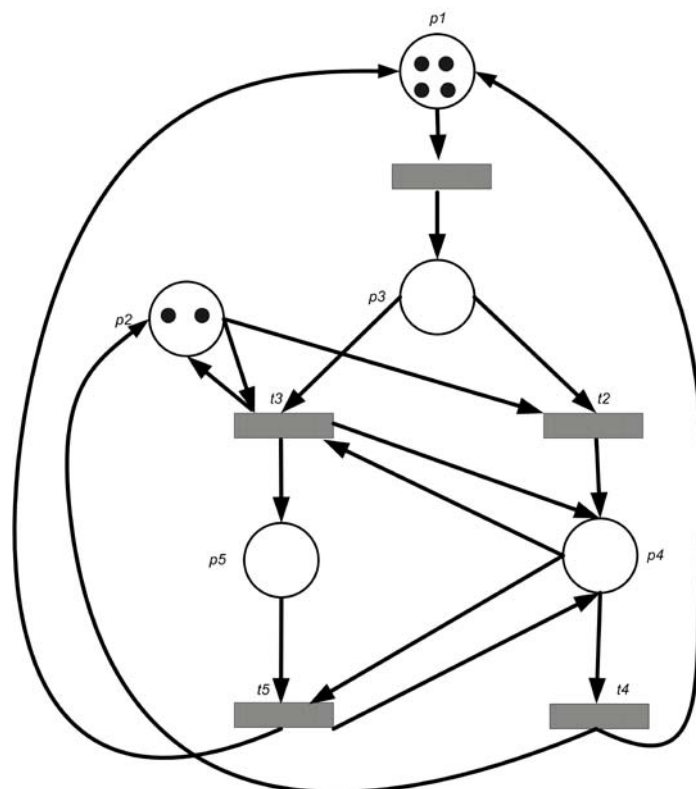
Zřejmě je každá síť s volným výběrem sítí s rozšířeným volným výběrem a každá síť s rozšířeným volným výběrem je sítí s asymetrickým výběrem. Přitom všechny inkluze znázorněné na následujícím Hasseho diagramu inkluze tříd daných kategorií jsou ostré. Na obrázku č. 3.9 je znázorněn Hasseho diagram relace $\supset$ mezi třídami zmíněných modelů. Slovu množina a množinová inkluze se zde vyhýbáme záměrně, protože při korektním používání terminologie teorie množin nelze označit predikáty „být Petriho sítí“, „být T-systémem“, Nevymezují množinu ve smyslu axiomatické teorie množin, ale pouze třídu struktur se zmíněnými vlastnostmi.



Obr. č. 3.9 – Diagram vztahů mezi třídami modelů Petriho sítě

Konkrétní příklad využití zmíněných speciálních typů Petriho sítí pro modelování paralelismu, konkurence a její synchronizace je uveden na následujícím obrázku č. 3.10.

Jde o multiprocessorový systém se čtyřmi procesory, třemi sdílenými paměťmi a dvěma sběrnicemi. Místo p_1 obsahuje značky reprezentující volnou výpočetní kapacitu (procesory). Místo p_2 obsahuje značky reprezentující volné sběrnice. Přejchod t_1 reprezentuje akci pro vstup požadavku a místo p_3 obsahuje požadavky, které zatím nebyly vyřízeny. Značky v místě p_4 reprezentují procesory, které mají přístup ke sdílené paměti. Značky v místě p_5 reprezentují procesory, které mají přístup ke stejné sdílené paměti (jako procesory v místě p_4). Aktivace přechodu t_5 reprezentuje konec přístupu do paměti, kde na její uvolnění čekají ve frontě procesory v místě p_5 . Aktivace přechodu t_4 reprezentuje konec přístupu do paměti (na její uvolnění už žádné další požadavky – procesory nečekají). Dva přechody t_2 a t_3 modelují výběr paměti, jež bude nasdílená procesoru v místě p_4 . Výběr jakékoliv jiné paměti odpovídá aktivaci přechodu t_2 . Podobné modely jako tento byly využívány pro výkonnostní studie pro multiprocessorové systémy.



Obr. č. 3.10 – Petriho síť multiprocesorový systém

3.1.6 Živé Petriho síť

V celé této podkapitole uvažujme pevně danou Petriho síť. Necht' p je místo v této Petriho síti. Množinu přechodů, ze kterých vede hrana do místa p , označme $\bullet p$, množinu přechodů do kterých vede hrana z místa p , označme $p\bullet$. Necht' S je neprázdná množina míst Petriho sítě. Potom $\bullet S = \bigcup_{p \in S} \bullet p$ označme množinu všech možných přechodů do některého místa v množině S a analogicky $S\bullet = \bigcup_{p \in S} p\bullet$ označme množinu všech možných přechodů z některého místa v množině S .

Definice 3.29: Říkáme, že množina S míst v síti je **past**, jestliže $S\bullet \subseteq \bullet S$ a že je minimální past, je-li S past a pokud R je past v této síti a platí $R \subseteq S$, je $R = S$.

Intuitivní význam pasti spočívá v tom, že pokud se nějaká značka v průběhu výpočtu sítě dostane do pasti, zůstane v ní již navždy během procesu práce sítě.

Definice 3.30: Říkáme, že množina S míst v síti je **sifon**, jestliže $\bullet S \subseteq S \bullet$ a že je **minimální sifon**, je-li S sifon a pokud R je sifon v této síti a platí $R \subseteq S$, je $R = S$.

***Intuitivní význam** sifonu spočívá v tom, že pokud se značení sifonu v průběhu výpočtu sítě vyprázdní, zůstane již navždy prázdné během procesu práce sítě a místa v sifonu z hlediska vývoje stavu sítě „odumřou“.*

Poznámka: algoritmus pro nalezení sifonů a pastí užitím maticového popisu sítě je uveden v [15].

Pojmy pastí a sifonů jsou důležité pro analýzu živosti Petriho sítě a kontrolu možných uváznutí v procesu výpočtu sítě.

Definice 3.31: Značení Petriho sítě je ve stavu **uváznutí**, pokud z něj nelze uskutečnit žádný přechod. Petriho síť se nazývá **prostá uváznutí**, pokud v ní neexistuje výpočetní proces, který ke stavu uváznutí vede.

Definice 3.32: Petriho síť se nazývá **živá**, pokud pro každé přirozené číslo k a každý její přechod t platí, že existuje nějaká její výpočetní posloupnost, při které se tento přechod provede aspoň k -krát.

***Intuitivní význam:** Zřejmě živá síť musí být prostá uváznutí. Na druhé straně však síť, která je prostá uváznutí nemusí být živá.*

Prevenici uváznutí lze charakterizovat pomocí sifonů.

Definice 3.33: Je-li μ_0 počáteční značení sítě, říkáme, že sifon je **řiditelný sifon**, pokud každé jeho dosažitelné značení je neprázdné.

Řiditelnost sifonu lze dosáhnout dvěma způsoby. **Řiditelnost pomocí pastí** spočívá v tom, že sifon obsahuje past, jejíž počáteční značení je neprázdné a která zabezpečí, že značky v této pasti ze sifonu neuniknou. Druhý způsob zabezpečení řiditelnosti sifonu je **řiditelnost pomocí invariant míst**. Takovou invariantou může být vážený součet počtu značek v místech sifonu. Neměnnost této invarianty zabezpečí, že sifon nebude vyprázdněn.

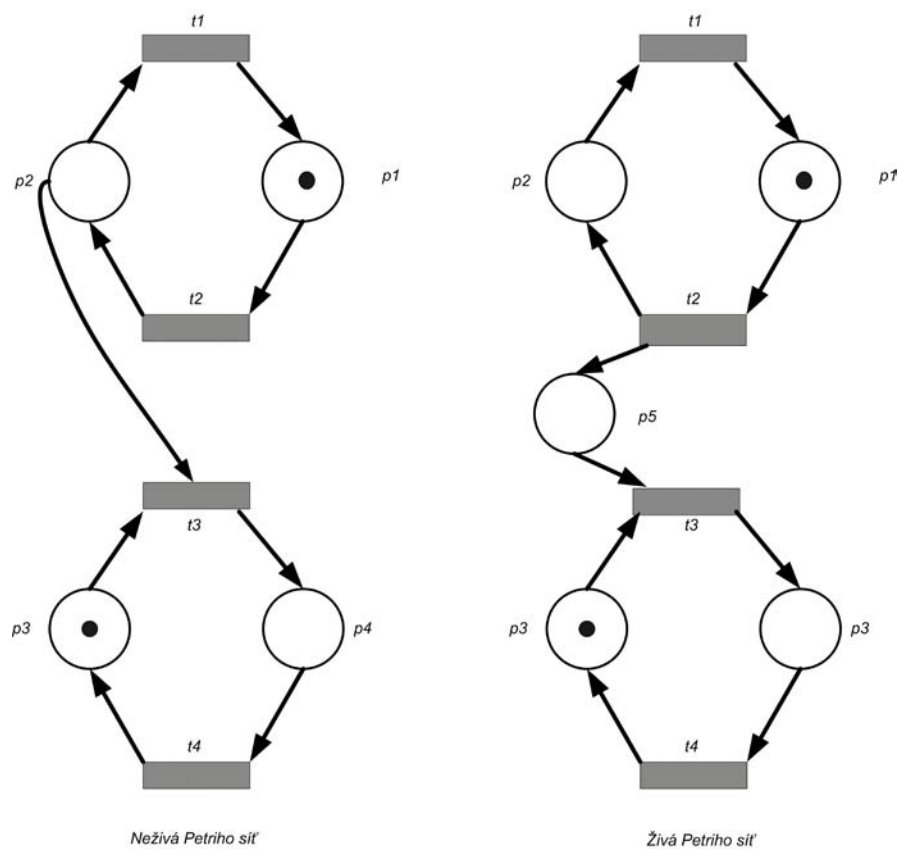
Poznámka: pro vztahy mezi uváznutím, živostí Petriho sítě a řiditelností jejích sifonů byly dokázány tyto věty, viz [6]:

- *Podmínka uváznutí:* Petriho síť, v které existuje stav uváznutí, obsahuje aspoň jeden sifon s prázdným značením. Petriho síť se sifonem bez značení není živá.
- *Prevence uváznutí:* Petriho síť je prostá uváznutí, jestliže každý její sifon je říditelný.

Pro Petriho síť s rozšířeným volným výběrem platí, že taková síť je živá, pokud každý její sifon je říditelný pomocí pasti.

Pro Petriho síť s asymetrickým výběrem platí, že taková síť je živá, pokud je každý její sifon říditelný.

Na následujícím obrázku č. 3.11 je uveden příklad neživé a živé Petriho sítě.



Obr. č. 3.11 – Ukázka neživé a živé Petriho sítě

3.1.7 Jazyky Petriho sítí

Petriho síť lze užít i jako prostředek k řešení problémů formalizovaných ve tvaru rozhodování, zda dané slovo nad konečnou abecedou patří, či nepatří do daného jazyka (vymezené podmnožiny množiny všech slov nad danou abecedou).

K tomu účelu se využívá posloupnost přechodů Petriho sítě.

Je-li zadána abeceda konečná abeceda Σ , je rozpoznávací Petriho síť pro jazyk L nad touto abecedou sestrojována na následujícím principu:

Všechny přechody T sítě ohodnotíme (obarvíme) prvky této abecedy, případně prázdným symbolem ε . Sestrojíme tedy zobrazení λ množiny T do $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$.

Za počáteční stav Petriho sítě lze považovat libovolné její značení M_0 . Je však přehlednější Petriho síť doplnit o počáteční startovací místo p_s , na kterém bude jediná značka a počet značek v ostatních místech bude nulový a je z něj proveditelný jediný přechod t_s . Takto doplněná síť je ekvivalentní z libovolnou sítí v tom smyslu, že jejich výpočetní posloupnosti se liší pouze tím, že u doplněné sítě každá výpočetní posloupnost začíná navíc přechodem t_s .

Nejobecnější množinu jazyků rozpoznávaných Petriho sítí lze vymežit jako jazyky, jejichž slova jsou složena ze symbolů množiny $\Sigma \cup \{\varepsilon\}$, které odpovídají symbolům $\lambda(t_j)$ pro přípustné posloupnosti přechodů v Petriho síti končící v zdané podmnožině Q_f množiny koncových stavů (s tím, že doplněnému počátečnímu přechodu odpovídá prázdný symbol ε). To odpovídá jazykům typu L^* podle [81].

Vymezením dalších podmínek ve tvaru výběru podmnožiny přípustných koncových stavů a omezením na koncová značení ve tvaru nerovností dostáváme další omezenější třídy jazyků G , T , P viz [81]. Kromě toho lze na ohodnocení přechodů Petriho sítě požadovat ještě určitá omezení, jmenovitě:

1. Zákaz prázdných přechodů (ohodnocených prázdným symbolem ε) s výjimkou startovacího přechodu, tedy aby λ bylo zobrazení do Σ .
2. Požadavek, aby zobrazení λ bylo prosté.

Vzhledem k doplnění startovacího přechodu je požadavek (2) zřejmě nejméně tak silný jako požadavek 1 a pro každý z uvedených 4 tříd jazyků dostáváme další 3 varianty, tedy celkem 12 tříd jazyků.

V dalším textu se budeme věnovat vlastnostem nejobecnější z tříd jazyků rozpoznatelných Petriho sítí, to je jazykům typu L^s , které budeme nazývat **jazyky rozpoznatelné Petriho sítí**, výstižněji patrně **jazyky generované Petriho sítí**.

Jazyky generované Petriho sítí mají obdobně jako regulární jazyky, bezkontextové jazyky a kontextové jazyky řadu důležitých uzávěrových vlastností.

Konkrétně:

1. Sjednocení dvou (a tedy i konečného počtu) jazyků generovaných Petriho sítí je jazyk generovaný Petriho sítí.
2. Průnik dvou (a tedy i konečného počtu) jazyků generovaných Petriho sítí je jazyk generovaný Petriho sítí.
3. Zřetězení $L_1 \cdot L_2$ dvou (a tedy i konečného počtu) jazyků generovaných Petriho sítí je jazyk generovaný Petriho sítí.
4. Reverze L^R jazyka L generovaného Petriho sítí je jazyk generovaný Petriho sítí.
5. Paralelní kompozice $L_1 \parallel L_2$ dvou (a tedy i konečného počtu) jazyků generovaných Petriho sítí, definovaná vztahem $L_1 \parallel L_2 = \{ x \parallel y \}$, kde paralelní kompozice $\parallel$ dvou řetězců $x, y \in \Sigma^*$ znaků nad abecedou Σ a symbolů $a, b \in \Sigma$ je definována rekurentně vztahy

$$ax \parallel by = a(x \parallel by) + b(ax \parallel y) \qquad a \parallel \varepsilon = \varepsilon \parallel a = a, \qquad (3.9)$$

kde je daný jazyk generovaný Petriho sítí.

Na rozdíl od regulárních jazyků, bezkontextových jazyků a kontextových jazyků není však množina jazyků generovaných Petriho sítí uzavřená vzhledem k operaci iterace jazyka (to je zřetězení libovolného počtu slov téhož jazyka).

Jazyky generované Petriho sítí jsou uzavřeny vůči substituci, při které nahrazujeme každý vybraný symbol $a \in \Sigma$ každého slova slovem nějakého konečného regulárního jazyka. Vůči obecné substituci uzavřené nejsou.

Vztah jazyků generovaných Petriho sítí k jazykům z Chomského hierarchie jazyků se zakládá na těchto jejich vlastnostech:

- A. Každý regulární jazyk je jazykem generovaným Petriho sítí:
 Důkaz podle [81] je založen na konstrukci konečného automatu k ohodnocené Petriho síti, který přijímá právě slova přijímaná touto sítí.
- B. Každý jazyk generovaný Petriho sítí je kontextový jazyk.

Důkaz viz. [81] je založen na konstrukci Turingova stroje, který rozhoduje jazyk rozpoznávaný Petriho sítí a odhadu počtu potřebných políček pásky, který je shora omezen lineární funkcí $S(k) = 1 + km$, kde k je délka výpočetní posloupnosti Petriho sítě a

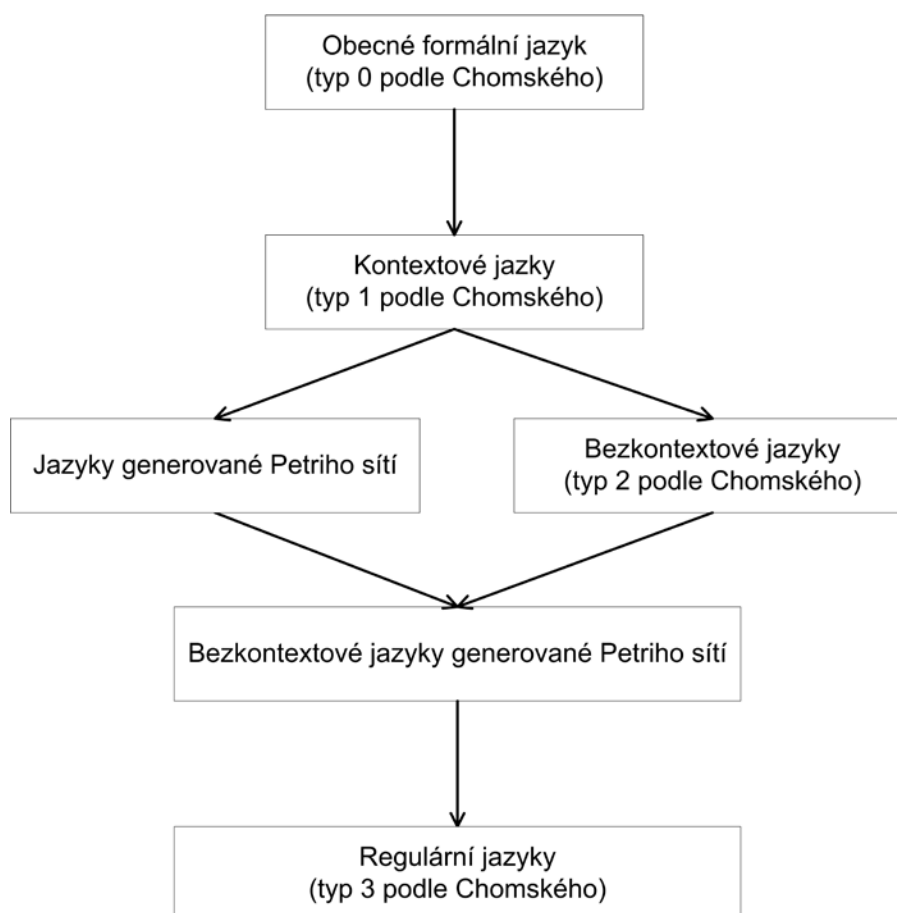
$$m = \max_{t \in T} \left(\sum_{p \in t^*} W(t, p) - \sum_{p \in {}^*t} W(t, p) \right). \quad (3.10)$$

- C. Existuje bezkontextový jazyk, který není generovaný Petriho sítí.

Tímto jazykem je například jazyk $L = \{w \cdot w^R : w \in \Sigma^*\}$, který je klasickým příkladem jazyka rozpoznatelného nedeterministickým zásobníkovým automatem. Lze však odvodit, že mohutnost stavového prostoru Petriho sítě, která by tento jazyk rozpoznávala, by musela být tak velká, že takovou Petriho síť sestavit nelze. Počet možných stavů Petriho sítě roste kombinatoricky, kdežto počet možných stavů zásobníkového automatu exponenciálně.

- D. Existuje (kontextový) jazyk generovaný Petriho sítí, který není bezkontextový., který zřejmě nelze rozhodnout zásobníkovým, automatem s jedním zásobníkem. Ve zdroji [15] uvádějí autoři Petriho síť, která jej generuje.

Vztah Petriho sítě k jednotlivým typům jazyků je znázorněn na následujícím obrázku č. 3.12.



Obr. č. 3.12 – Jazyky Petriho sítí

3.1.8 Supervizor a zpětná vazba

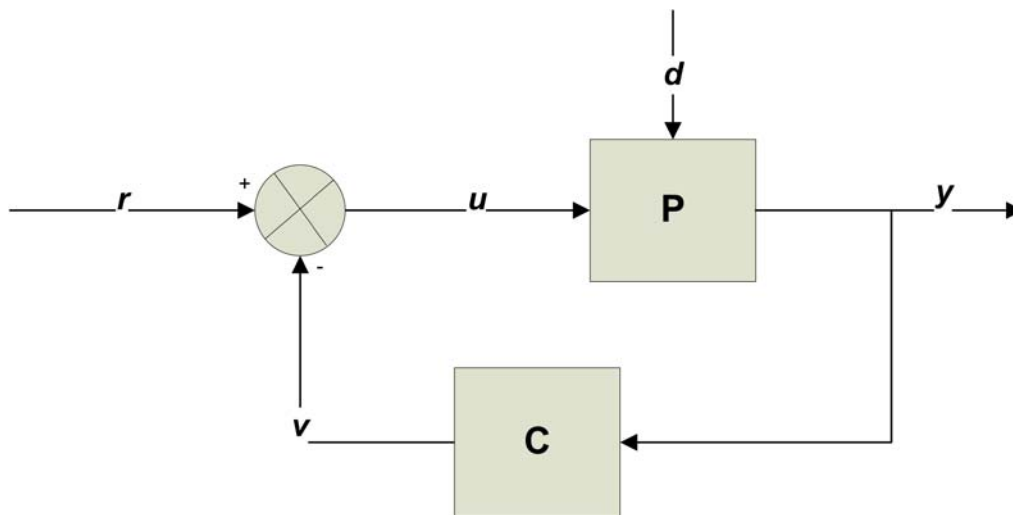
Tato práce se zabývá řízením systému modelovaného Petriho sítí. Kybernetika je vědecká disciplína, která se zabývá problematikou přenosu informací a řízením procesů ve strojích, živých organismech a společnostech. Předmět řízení budeme souhrnně nazývat termínem objekt. V této práci je chování objektů popisováno Petriho sítí. Pro zjednodušení vyjadřování budeme místo řízení těchto objektů hovořit o řízení Petriho sítě, která tyto objekty popisuje.

Nežádoucí vlastnosti systému lze měnit řízením, tak aby systém s řízením žádoucím vlastnostem vyhovoval. Základním principem řízení je zde zpětnovazební řízení. Jde zde o zpětné zavedení výstupu na vstup systému. To umožňuje kompenzovat vliv poruch a odchylek výstupu v případě negativní zpětné vazby. Zpětná vazba je v praxi základním principem používaným zejména v regulační technice.

Základní strukturu systému se zpětnou vazbou tvoří dvě komponenty (části) [26]:

1. Řízená soustava, kterou označujeme P . Vstupem do soustavy je řízení u a výstupem soustavy je signál y . Dále u technických aplikací uvažujeme vnější signál poruchy d .
2. Regulátor (řídící člen), který označujeme C . Vstupem do regulátoru je výstup ze systému y a výstupem je signál v .

Výše uvedený popis základního systému se zpětnou vazbou je znázorněn na obrázku č. 3.13. Vstup do systému P je $u = r - v$, kde r je řídicí signál. Základní úlohou je zde návrh regulátoru C tak, aby byly splněny požadavky kladené na zpětovazební systém. V případě dynamických systémů jsou to požadavky na stabilitu, nulovou odchylku $r - y$ pro čas $t \rightarrow \infty$ a dynamické požadavky na chování vstup – výstup.



Obr. č. 3.13 – Základní systém se zpětnou vazbou

Supervizor vychází z původní myšlenky regulátoru, avšak v poněkud modifikované podobě. Supervizor pro systém popsaný Petriho sítí monitoruje a řídí tuto síť dle zadaných požadavků. Supervizor je v tomto případě navržen jako další Petriho síť, které je spojena s Petriho sítí daného systému. Rozdíl mezi supervizorem a regulátorem ve výše uvedeném klasickém smyslu je v tom, že regulátor určuje vstupní signály do systému zatímco supervizor pouze omezuje množinu vstupních signálů do systému. Obecně je tato množina omezena dynamicky v závislosti na pozorování systému. Supervizor by měl zakázat pouze vstupy nevyhnutelně vedoucí k porušení zadané specifikace. Tato specifikace se může týkat dosažitelného značení nebo přípustných posloupností přechodů. Supervizor zakomponovaný do původní Petriho sítě

je rovněž Petriho síť a celý systém se nazývá zpětnovazebním systémem. Místa supervizoru se nazývají monitory.

Reference

Základní pojmy z teorie grafů a Petriho sítí jsou převzaty zejména z referencí Češka [15], Demel [22], Vaníček et al. [81], [82]. Supervizorové řízení vychází ze základní myšlenky zpětné vazby dle Bakule [4], Doyle et al. [26]. Rozšíření myšlenky zpětnovazebního řízení na supervizorové řízení udávají zejména reference Cassandras et al. [14], Lunze [57].

3.2 Cíl disertační práce

Je dána Petriho síť $N = (P, T, H, w, k)$ a podmnožina $Q \subseteq P$ vybraných míst sítě. Podmínka přípustnosti je $\sum_{p_j \in Q} m_j \leq b$, kde b je dané přirozené číslo a m_j počet značek v místě p_j .

Cílem je:

- Odvodit metodu návrhu supervizoru modelovaného Petriho sítí generující invarianty míst v síti pro následující základní struktury supervizoru:
 - centralizovaný supervizor,
 - decentralizovaný supervizor pro složité Petriho sítě.
- Ilustrovat metodu řešenými příklady a simulacemi.

4 Řešení

4.1 Řiditelnost a pozorovatelnost

Tato práce je zaměřena na analýzu systému a syntézu supervizoru pro invarianty míst. Z hlediska analýzy jsou podstatné dva případy:

1. Petriho síť s plnou řiditelností a plnou pozorovatelností.
2. Petriho síť s dílčí řiditelností a dílčí pozorovatelností.

Předpokládejme souběžnost realizovaných přechodů. Dále zavedeme v této práci pro nově navrhovanou metodu návrhu supervizorů následující pojmy.

Definice 4.1: Vnější akce. Pro daný konkrétní zvolený přechod $t \in T$ definujme místo $p_{et} \notin P$ systému N definující hranu $h_{et} = (p_{et}, t)$. Vnější akcí pro přechod t systému N rozumíme, že místo p_{et} je schopno aktivovat přechod t .

Definice 4.2: Neřiditelný přechod t daného systému N je přechod, jehož proveditelnost není realizovatelná vnější akcí. Opakem je řiditelný přechod.

Intuitivní význam: Fyzikální interpretace neřiditelného přechodu t daného systému N znamená, že supervizor má senzor k tomuto přechodu, ale nemá akční člen k jeho řízení.

Definice 4.3: Nepozorovatelný přechod t daného systému N je přechod, jehož proveditelnost nemůže být přímo detekována nebo měřena. Opakem je pozorovatelný přechod.

Intuitivní význam: Fyzikální interpretace nepozorovatelného přechodu t daného systému N znamená, že supervizor má akční člen, ale nemá senzor k monitorování t . Znamená to též, že neidentifikovatelná změna přechodu t vede k tomu, že nepozorovatelný přechod je rovněž neřiditelný.

Nový přístup ke konstrukci supervizoru spočívá v doplnění míst a přechodů do sítě modelující řízený systém. Styk je realizován pomocí nových míst a přechodů viz obrázek č. 4.1.

Speciální typy těchto míst jsou:

- **Monitor** (čidlo) je spojen s hranou z pozorovatelného přechodu, vedoucí do monitoru.
- **Vnější akce** (spouštěč) je místo, z kterého vede hrana do říditelného přechodu.



Obr. č. 4.1 – Vnější akce a monitor

Reference

Řiditelnost a pozorovatelnost přechodů v Petriho sítích zavádějí Iordache et al. [43] a Moody et al [59].

4.2 Centralizovaný supervizor pro Petriho síť

4.2.1 Syntéza supervizoru

Cyklické Petriho síť

Cyklickými Petriho sítěmi se nazývají Petriho síť, které jsou T-systémy, tedy cyklickými označenými grafy ve smyslu definice 3.25. Petriho síť, které tuto podmínku nesplňují, tedy v kterých existují místa s více vstupy nebo výstupy se nazývají necyklické. Pro cyklické Petriho síť byly centralizované supervizory navrženy Antsaklisem a Moodym v [59]. Princip jejich návrhu je následující.

Supervizor je řídicí člen, který ponechává volnost vývoje řízené soustavy a je aktivován pouze k zabránění nežádoucího chování řízené soustavy. Řídicí členy navržené pro řízení invariant jsou supervizory. Supervizor Petriho síť je implementován ve formě řídicích míst připojených k řízené soustavě (Petriho síti). Návrh supervizoru založeného na invariantách Petriho síť s plně říditelnými a pozorovatelnými přechody vede na bezproblémové vztahy procesu návrhu supervizoru.

Uplatněná specifikace pro návrh řízení supervizorem mají tvar omezení lineární nerovnosti

$$L m_p \leq b, \quad (4.1)$$

kde $m_p \in N^{np}$ je vektor značení Petriho sítě, $L \in N^{nc \times np}$, $b \in N^{nc}$ a nc je počet omezení.

Uvedeme nyní základní případ syntézy supervizoru se všemi přechody říditelnými a pozorovatelnými. Předpokládejme proto pro zjednodušení, že říditelný přechod je též pozorovatelný.

Metoda popisovaná v textu předpokládá, aby proces, který má být řízen byl modelován Petriho sítí. Řízení tohoto procesu bude navrženo pomocí Petriho sítě. Řízení je realizováno pomocí principu zpětné vazby. Omezení, která mají být procesem splněna, jsou vyjádřena pomocí logických výrazů, případně rovností a nerovností.

Nyní se pokusíme tuto myšlenku (metodu) popsat podrobněji. Předpokládejme, že proces je modelovaný Petriho sítí s np místy a nt přechody a splňuje následující podmínku:

$$m_i + m_j \leq 1, \quad (4.2)$$

kde m_i a m_j jsou označení míst p_i a p_j sítě pro všechna $i, j \in \{1, \dots, np\}$. Výše uvedená podmínka jednoduše znamená, že pouze jedno místo může obsahovat v daném stavu značku, jinak řečeno obě místa nemohou mít značky současně (ve stejném stavu).

Tuto nerovnostní podmínku můžeme převést na rovnost s využitím přídavné (volné) proměnné m_s . Podmínka se pak změní na rovnici:

$$m_i + m_j + m_c = 1. \quad (4.3)$$

Volná proměnná v tomto případě reprezentuje nové místo p_c , které na sebe váže (přijímá) přebytečnou značku. Toto místo zajistí, že suma značek na množině míst m_i a m_j je vždy menší nebo rovna jedné. Místo p_c patří do řídicí sítě. Je zřejmé, že v síti bude tolik řízených míst, kolik je použito omezujících podmínek typu (4.1), tj. velikost kontrolní sítě (řídicího prvku) je úměrná množství omezujících podmínek typu (4.1).

Protože bylo do sítě přidáno nové místo, pochopitelně došlo ke změně původní matice D , dále ji označujeme D_p . Tímto přidáním vznikla i nová matice D_c , která je doplněna o řádek s přídavnou proměnnou m_c . Hrany nově propojují řízené místo do původní Petriho sítě, původní síť bude vypočtena z rovnosti (4.3), kde neznámé jsou prvky nového řádku matice D výsledného zpětnovazební sítě, zatímco vektor X_i je invarianta míst definovaná rovností (4.3).

Nyní se pokusíme popsat výpočet. Problém můžeme uvést obecně následujícím způsobem. Všechna omezení typu (4.2) mohou být sjednocena a popsána nerovností (4.1).

Podobně všechny invarianty míst, které splňují podmínku podle (4.1) a mají zapracovanou přídavnou (volnou) proměnou m_c , mohou být vyjádřené v maticové formě následujícím způsobem:

$$L m_p + m_c = b, \quad (4.4)$$

kde m_c je vektor $nc \times 1$, který reprezentuje značení řídicích míst.

Invarianta míst definovaná podle (4.3) musí vyhovět podmínce rovnosti invarianty míst podle (4.2). Následující rovnost matice je rovností invarianty míst pro všechny invarianty podle (4.4):

$$X^t D = (L \ I) \begin{pmatrix} D_p \\ D_c \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$LD_p + D_c = 0 \Leftrightarrow$$

$$D_c = -L D_p, \quad (4.5)$$

kde I je nc dimenzionální jednotková matice. Matice D_c omezuje hrany, které spojují řídicí místa do přechodů procesní Petriho sítě. Tímto je dán model procesní Petriho sítě maticí D_p a omezení b , které musí proces splňovat. Řídicí člen Petriho sítě je definován podle (4.5).

Počáteční značení supervizoru Petriho sítě může být také vypočteno. Počáteční značení řídicích míst m_{c0} musí být taková invarianta míst, kde rovnosti podle (4.4) jsou splněny a závisí na počátečním značení procesní Petriho sítě, která participuje v invariantě míst. Rovnice (4.4) může být zapsána ve formě počátečního vektoru značení:

$$L m_{p0} + m_{c0} = b \Leftrightarrow$$

$$m_{c0} = b - L m_{p0}. \quad (4.6)$$

Shrnutím je následující návrh supervizoru pro plně říditelné přechody.

Věta 4.1 [59]: Syntéza supervizoru. Jestliže platí vztah $b - L m_{p0} \geq 0$, pak supervizor

$$D_c \in I^{nc \times nt}, \quad (4.7)$$

s počátečním značením m_{c0} , který je určen maticí

$$\begin{aligned} D_c &= -L D_p \\ m_{c0} &= b - L m_{p0}, \end{aligned} \tag{4.8}$$

aktivuje omezení $Lm_p \leq b$ pro systém v uzavřené smyčce se značením

$$\begin{aligned} D &= \begin{bmatrix} D_p \\ D_c \end{bmatrix} \\ m &= \begin{bmatrix} m_p \\ m_c \end{bmatrix} \\ m_0 &= \begin{bmatrix} m_{p0} \\ m_{c0} \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{4.9}$$

a za předpokladu, že přechody se vstupními hranami z D_c jsou říditelné.

Důkaz: Pokud vztah $b - Lm_{p0} \geq 0$ neplatí, pak zjevně nejsou splněna omezení. Pokud tento vztah platí, pak rovnice $m_{c0} = b - Lm_{p0}$ znamená, že jsou definovány počáteční podmínky supervizoru jako vektor reprezentující rozvolnění v každém z omezení reprezentovaných vztahem $Lm_p \leq b$.

Rovnice $D_c = -L D_p$ je řešením rovnice invariant

$$\begin{aligned} [L \ I] \begin{bmatrix} D_p \\ D_c \end{bmatrix} &= 0 \\ LD_p + D_c &= 0. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Protože $[L \ I]$ jsou invarianty, pak $Lm_p + m_c = Lm_{p0} + m_{c0}$ a dále $Lm_{p0} + m_{c0} = b$ dle tvrzení věty 4.1. Značení míst je vždy větší nebo rovno nule, tudíž $Lm_p + m_c = b$ pro $Lm_p \leq b$. $\square$

Necyklické Petriho síť

Syntéza supervizoru je založena na definici incidenční matice D_p , kdy přechody jsou definovány hranami mezi místy. Pojem incidenční matice jde však zobecnit zahrnutím vstupních přechodů, tedy přechodů vstupujícího do některého z míst dané Petriho sítě, ale bez konkrétního vstupu. Dále se zobecnění týká zahrnutí výstupních přechodů, tedy přechodů vystupujících z některého místa dané Petriho sítě, ale bez vstupu tohoto přechodu do některého z míst dané sítě. Předpokládejme, že takové přechody jsou říditelné. To rozšiřuje původní incidenční matici D_p na incidenční matici se vstupními a výstupními přechody označenou D_{pm} . Ta má obecně tvar

$$D_{pm} = (D_p \ D_m), \quad (4.11)$$

kde D_m je incidenční matice připojených vstupních a výstupních přechodů k dané Petriho síti. To modifikuje úlohu návrhu supervizoru pro Petriho síť N_m

$$N_m = (P, T_m, D_m, m_0), \quad (4.12)$$

kde T_m je množina přechodů mezi místy původní Petriho sítě a množinou vstupních a výstupních přechodů. Úlohou je nalézt supervizor D_{cm} splňující specifikaci $L \ m_p \leq b$. Označme $ntm = \text{card}(T_m)$. Syntéza takového supervizoru je obdobou věty 4.1.

Věta 4.2: Syntéza supervizoru. Jestliže platí vztah $b - L \ m_{p0} \geq 0$, pak supervizor

$$D_c \in I^{nc \times ntm}, \quad (4.13)$$

s počátečním značením m_{c0} , který je určen maticí

$$\begin{aligned} D_{cm} &= -L \ D_{pm} \\ m_{c0} &= b - L \ m_{p0}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

aktivuje omezení $L m_p \leq b$ pro systém v uzavřené smyčce se značením

$$D_m = \begin{bmatrix} D_{pm} \\ D_{cm} \end{bmatrix}$$

$$m = \begin{bmatrix} m_p \\ m_c \end{bmatrix}$$

$$m_0 = \begin{bmatrix} m_{p0} \\ m_{c0} \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

za předpokladu, že přechody se vstupními hranami z D_{cm} jsou říditelné.

Důkaz: je analogií důkazu věty 4.1. $\square$

Poznámka: Rozšíření syntézy supervizoru na případ zahrnující vstupní přechody umožňuje aktivním způsobem supervizorového řízení změnit funkci z pasivního pouze vstupního přechodu na aktivní přechod se vstupem ze supervizoru a tím umožnit též supervizi necyklických Petriho sítí. Vstupní přechody zde mohou například fungovat jako vstupní rozhraní (interface) pro komunikaci v rámci interoperability s jinými systémy (například Petriho sítěmi, konečnými automaty apod.). Obdobná úvaha platí pro výstupní přechody.

Myšlenka externího „spouštěče“ a „monitoru“, kterým je řízený systém doplněn je novým původním pojetím v této disertační práci. Zahrnutí pouze vstupních a výstupních přechodů umožňuje rozšířit návrh supervizorů metodou invariant míst z cyklických sítí na sítě necyklické.

Přípustnost

Pokud máme pracovat s neříditelnými a nepozorovatelnými přechody, je nezbytné se ujistit, že se řídicí místa nikdy nepokusí ovlivnit neříditelný přechod v řízené soustavě. Současně je požadováno, aby žádné místo supervizoru nebylo ovlivněno nebo měněno aktivací nepozorovatelného přechodu v uzavřené smyčce řízené soustavy.

Existují různé módy supervizoru, která závisejí na konkurenčních nastaveních a na říditelnosti a pozorovatelnosti daného systému. Způsob pojmání říditelnosti a pozorovatelnosti je důležitý pro návrh supervizoru. Tato práce vychází z jednotlivě říditelných a pozorovatelných přechodů pro deterministické supervizory.

Znamená to, že množina přechodů T je rozdělena na $T = T_c \cup T_{uc}$ a $T = T_o \cup T_{uo}$, kde T_c (T_o) je množina říditelných (pozorovatelných) přechodů a T_{uc} (T_{uo}) je množina neříditelných (nepozorovatelných) přechodů. Supervizor má schopnost řídit pouze přechody $t \in T_c$ a pozorovat pouze aktivace přechodů $t \in T_o$.

Označme D_{uc} a D_{uo} jako omezení incidenční matice D_p na sloupce korespondující s množinou neřiditelných stavů T_{uc} a sloupců korespondující s množinou nepozorovatelných přechodů T_{uo} .

Definice 4.4: Přípustnost. Je dána Petriho síť N s neřiditelnými a nepozorovatelnými přechody T_{uc} a T_{uo} , omezujícími podmínkami L a maticemi D_{uc} a D_{uo} . L je přípustné pokud platí vztahy

$$LD_{uc} \leq 0 \quad LD_{uo} = 0. \quad (4.16)$$

Omezení $Lm \leq b$, která splňují dva předchozí vztahy, lze zajistit vhodným supervizorem. Vztah $LD_{uc} \leq 0$ zajišťuje, že neexistuje žádná hrana z řídicího místa supervizoru do neřiditelného přechodu. Vztah $LD_{uo} = 0$ zajišťuje, že neexistuje žádná hrana mezi řídicím místem supervizoru a nepozorovatelným přechodem.

Pro supervizor pro řízení invariant Petriho sítě s neřiditelnými a nepozorovatelnými přechody, musí být omezení generovaná supervizorem přípustná.

Znamená to, že pokud daná Petriho síť má neřiditelné a nepozorovatelné přechody a síť splňuje podmínku přípustnosti, lze použít pro syntézu supervizoru větu 4.2 pro cyklické Petriho sítě, případně větu 4.3 pro necyklické Petriho sítě s řiditelnými vstupními přechody. Pokud však podmínka přípustnosti není splněna je třeba hledat postup jak provést syntézu supervizoru s jiným omezením.

Jsou různé postupy, které mohou být použity pro splnění omezení ve tvaru $L m_p \leq b$, ty však nesplňují dvě výše uvedené podmínky $LD_{uc} \leq 0$ a $LD_{uo} = 0$. Řešením je zde náhrada omezení $L m_p \leq b$ jinou množinou omezení ve tvaru $L' m_p \leq b'$ tak, že:

$$L' m_p \leq b' \Rightarrow L m_p \leq b, \quad (4.17)$$

kde L' splňuje podmínky $L'D_{uc} \leq 0$ a $L'D_{uo} = 0$. Tento vztah můžeme chápat tak, že všechna značení m_p splňují omezení $L' m_p \leq b' \Rightarrow L m_p \leq b$. Přípustné postupy ve tvaru $L' m_p \leq b'$ založené na specifikaci $L m_p \leq b$ se nazývají postupy pro transformaci omezení. Syntézu supervizoru založenou na transformaci omezení shrnuje podkapitola 4.2.3.

Podmínka pro splnění přípustného omezení supervizoru zahrnuje analýzu maximálně přípustného supervizoru, který slouží ke splnění zadaných omezení. V případě maximálně

přípustného supervizoru, supervizor potlačuje pouze aktivace přechodů vedoucí na stavy porušující zadaná omezení.

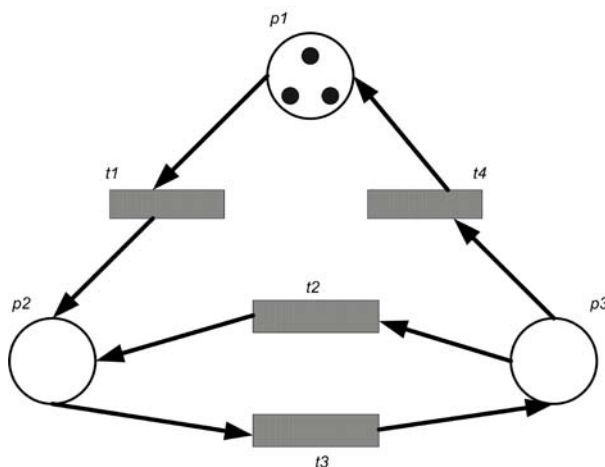
Metoda orientovaná na supervizi metodou invariant míst je maximálně přípustná. Maximální přípustnost popisuje supervizor, který umožňuje řízené soustavě nejvyšší možný stupeň volnosti během jejího vývoje, maximální přípustný supervizor pouze neumožní událost ve vývoji soustavy, jestliže výskyt této události by porušil přímo nebo nepřímo omezení během aktivace neřiditelných přechodů. K aktivaci Petriho sítě nemůže dojít, pokud by aktivace přechodu mohla způsobit, že by se značení kteréhokoliv z jeho vstupních míst stalo záporným. Takto postačí, aby řídicí člen pouze potlačil aktivaci přechodu, když by jeho aktivace vedla k podmínce $m_c < 0$. Invarinta vynucená supervizorem pro systém v uzavřené smyčce, $L m_p + m_c = b$ ukazuje, že pokud m_c nabývá záporných hodnot, potom $L m_p > b$. Supervizor bude potlačovat pouze situace, kde by aktivace přechodu sítě, zapříčinila přímé porušení omezujících podmínek nerovnosti.

4.2.2 Příklady

Příklad 1:

Formulace

Uveďme jednoduchý příklad, na kterém prakticky demonstrujeme výše uvedenou a popsanou metodu. Uvažujme cyklickou Petriho síť, která má tři místa $\{p_1, p_2, p_3\}$ a čtyři přechody $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$, viz. obrázek č. 4.2.



Obr. č. 4.2 – Příklad Petriho sítě

Matice Petriho sítě z obrázku č. 2 je:

$$D_p = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Počáteční značení je:

$$m_{p0} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Hodnost matice D_p je 2, tudíž je zde jedna invarianta míst, která zahrnuje celou síť, tj. $D_p^t X = 0$, kde $X = [1 \ 1 \ 1]^t$.

Úkolem naší demonstrace je řídit Petriho síť tak, aby místa p_2 a p_3 neobsahovala více než jednu značku. To můžeme vyjádřit omezující podmínkou:

$$m_2 + m_3 \leq 1. \quad (4.20)$$

Použijme-li maticový zápis podle rovnosti (6) dostáváme:

$$L = (0 \ 1 \ 1) \quad b = 1. \quad (4.21)$$

Uvažujme řešení pro cyklickou Petriho síť i možnost modifikace řešení pro necyklickou Petriho síť.

Výsledky

Neřízená síť nesplňuje požadovanou omezující podmínku, protože $(0 \ 1 \ 1)^t$ není invarianta míst Petriho sítě. Musíme tedy zavést přídatnou proměnnou m_c a nerovnost podle (4.20) převedeme na rovnost:

$$m_2 + m_3 + m_c = 1. \quad (4.22)$$

Přídavná proměnná m_c ukazuje na značení místa p_c , které patří do řízené sítě. Rovnost (4.22) reprezentuje požadovanou invariantu $X = (0 \ 1 \ 1 \ 1)^t$, která bude vynucena na řízené Petriho síti. Vektor řízené sítě bude vypočten podle rovnosti (4.5):

$$D_c = -L D_p = [-1 \ 0 \ 0 \ 1]. \quad (4.23)$$

Počáteční značení řízeného místa m_{s0} je vypočteno podle (4.6):

$$m_{p0} = 1 - L m_{p0} = 1. \quad (4.24)$$

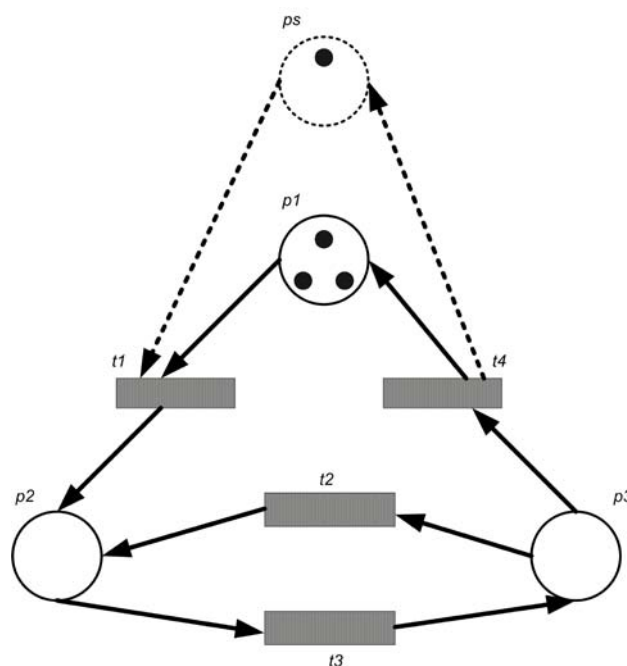
Struktura řízené Petriho sítě je popsána výslednou maticí D :

$$D = \begin{pmatrix} D_p \\ D_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

kde počáteční značení je:

$$m_0 = \begin{pmatrix} m_{p0} \\ m_{c0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Zpětnovazební Petriho síť je znázorněna na následujícím obrázku č. 4.3. Supervizor je zde znázorněn čárkovně.

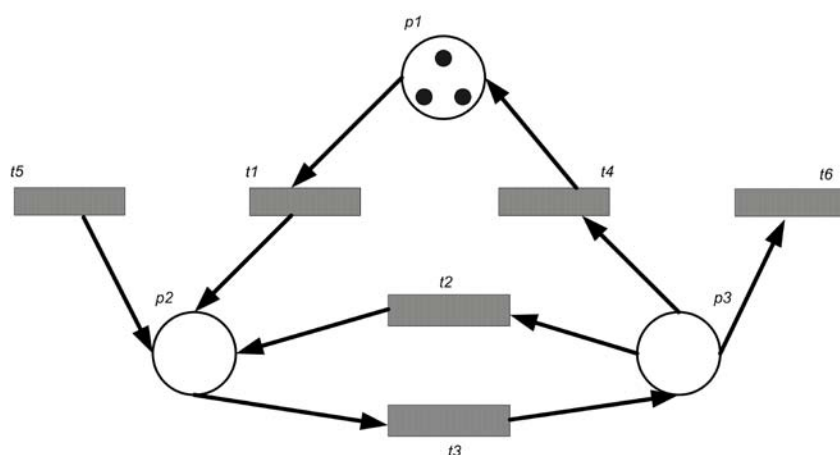


Obr. č. 4.3 – Příklad Petriho sítě s řízením

Příklad 2:

Formulace

Nyní ukažme jednoduchou modifikaci cyklické Petriho sítě z obrázku č. 4.3, že tato metoda se dá použít i pro necyklické Petriho sítě. Uvažujme tedy Petriho síť zobrazenou na obrázku č. 4.4 níže. Jde o necyklickou Petriho síť, protože byl přidán pro místo p_2 vstupní přechod t_5 a pro místo p_3 výstupní přechod t_6 .



Obr. č. 4.4 – Příklad necyklické Petriho sítě

Matice sítě je:

$$D_p = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

Počáteční značení zůstává neměnné.

Výsledky

Hodnost matice D_p je 3, tj. neřízená síť nemá žádné invarianty míst. Zadání je stále stejné podle (4.20), tj. součet počtu značek v místech p_2 a p_3 nesmí být větší než 1. Stejně jako v minulém příkladu je přidána pomocná proměnná m_c , která zavádí omezení podle rovnosti (4.22). Dostáváme tedy:

$$D_c = -L D_p = (-1 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 1). \quad (4.28)$$

Počáteční značení kontrolního místa je vypočteno podle (4.24):

$$m_{c0} = 1 - L m_{p0} = 1. \quad (4.29)$$

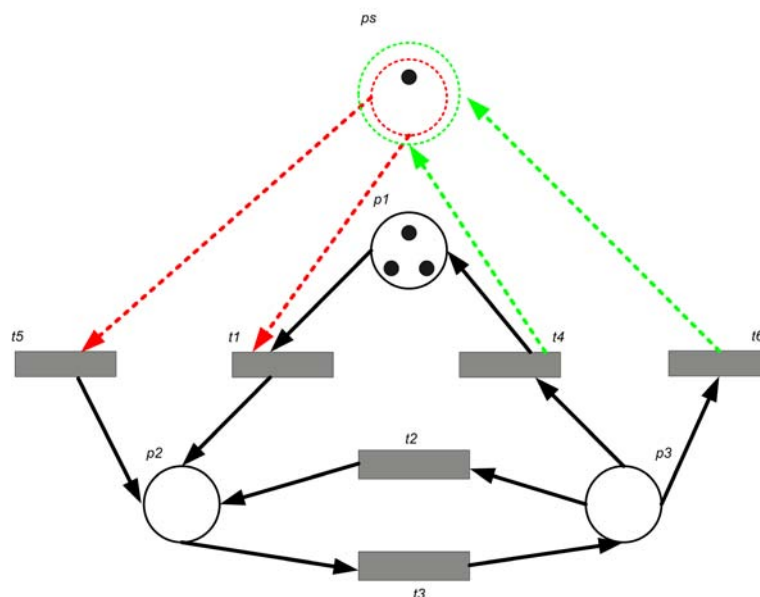
Struktura supervizoru popsaného Petriho sítí je pak dána výslednou stavovou maticí D :

$$D = \begin{pmatrix} D_p \\ D_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

kde počáteční značení je stejné tj.:

$$m_0 = \begin{pmatrix} m_{p0} \\ m_{c0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Výsledná zpětnovazební Petriho síť je na obrázku č. 4.5.



Obr. č. 4.5 – Příklad necyklické Petriho sítě s řízením

Simulace prvních šesti stavů tohoto systému bez supervize a se supervizorem je uvedena v příloze č. 1.

4.2.3 Sítě s dílčí pozorovatelností a dílčí říditelností

V praktických úlohách se často vyskytují systémy, u kterých při užití modelu Petriho sítě nelze některé přechody či místa pozorovat či řídit. Taková Petriho síť není tedy plně pozorovatelná a plně říditelná.

Předchozí nově navržená metoda návrhu supervizoru pomocí invariant míst je přímo použitelná pouze pro plně říditelné a plně říditelné Petriho sítě. Nicméně pro sítě s dílčí pozorovatelností a dílčí říditelností lze tuto metodu užít též provedením transformace omezení.

Metodu transformace omezení sítě z dílčí pozorovatelností a dílčí říditelností na síť, která splňuje podmínky přípustnosti je uvedena v [43] a [59]. Metoda spočívá v tom, že omezení typu $L m_p \leq b$, která se týkají míst procesní sítě se převedou na novou soustavu omezení $L' m_p \leq b'$, která budou splnitelná tehdy a pouze tehdy budou-li splnitelná omezení původní.

Transformační algoritmus úlohy s dílčí pozorovatelností a dílčí říditelností na úlohu splňující podmínky přípustnosti je uveden v [59] a založen na řešení úlohy celočíselného lineárního

programování. Zde navržený algoritmus též nalezne případy kdy omezení jsou navzájem rozporná a transformaci omezení nelze realizovat a nelze tak transformací omezení zajistit přípustnost.

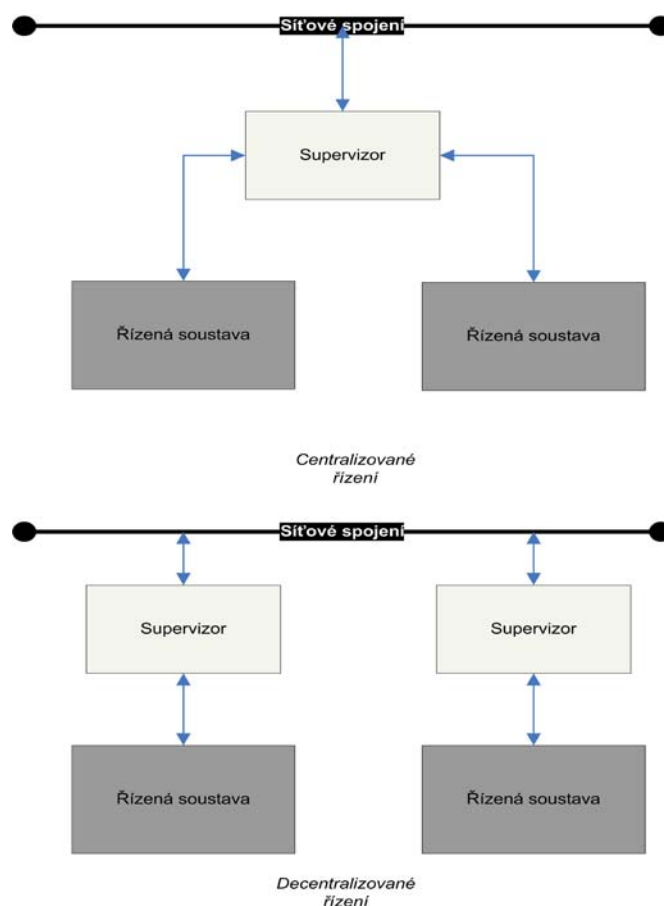
Převodem odstranění nepřípustných omezení a supervizí Petriho sítí s dílčí pozorovatelností a dílčí říditelností přechodů se proto dále v této práci zabývat nebudeme. Budeme předpokládat, že transformace podle [59] byla již provedena a systém, pro který supervizor navrhujeme je přípustný.

Reference

Centralizovaná supervize metodou invariant míst pro plně říditelné a plně pozorovatelné přechody v podkapitolách 4.2.1 a příkladů v 4.2.2 je předmětem prací autorů Iordache et al. [43], Moody et al. [59], Yamalidou et al. [87]. Syntéza supervizorů pro Petriho sítě s dílčí říditelností a dílčí pozorovatelností metodou transformace omezení je popsána v práci autorů Moody et al. [59], [60]. Doplnkovými referencemi jsou práce autorů Cassandras et al. [14] a Girault et al. [30].

4.3 Decentralizovaný supervizor pro Petriho síť

Decentralizace je jednou z obecně známých metodologií zaměřených na efektivní řešení problémů specifických pro složité systémy. Decentralizace globální úlohy znamená, že původní daný složitý problém rozdělíme na nezávislé nebo slabě vázané podproblémy tak, že řešení těchto podproblémů v podstatě řeší globální problém. Motivací pro použití a rozvoj metod decentralizace je omezení informační struktury ve zpětné vazbě dané fyzikální podstatou systému nebo redukce časové i paměťové složitosti při návrhu řízení i implementaci řídicích algoritmů. Uvedené obecné výhody decentralizovaných přístupů platí i pro návrh supervizorů pro Petriho sítě. Modely založené na Petriho sítích umožňují modelovat současné změny v systému mnohem přesněji než modely automatů pro decentralizované řízení, kde je popis automatu založen na prostoru stavů. Petriho sítě modelují přednostně strukturální vztahy a ne explicitně stavový prostor. Rozdíl mezi centralizovaným a decentralizovaným supervizorem ukazuje schematicky obrázek č. 4.6.



Obr. č. 4.6 – Petriho síť s centralizovaným a decentralizovaným řízením

Mezi strukturálními metodami pak supervizory založené na invariantách míst jsou efektivní metodou návrhu supervizorů. Decentralizace supervizorů zde znamená, že pro daný globální model Petriho sítě se zadanými specifikacemi realizuje supervizi pomocí n supervizorů S_i , $i = 1, \dots, n$. Každý supervizor S_i může řídit nebo pozorovat podmnožinu přechodů T_{ci} nebo T_{oi} dané soustavy. Pro decentralizovaný supervizor pro globální soustavu se obecně předpokládá možnost komunikace. Komunikací rozumíme skutečnost, že lokální supervizor S_i může pozorovat události přímo pozorované ostatními supervizory a dále může posílat ostatním supervizorům požadavky k vyloučení události, které mu nejsou lokálně přístupné, tj. říditelné.

Již dříve byl zaveden pojem přípustnosti, viz. definice 4.4, jako pojem nezbytný pro supervizi invariant míst pouze částečně říditelných a pozorovatelných Petriho sítí. Tento pojem při návrhu supervizorů klasifikuje specifikace na přípustné a nepřípustné. Přípustná omezení jsou použita k přímému návrhu supervizoru, zatímco v případě nepřípustných omezení tato

omezení nejprve transformujeme na přípustná a ta pak následně použijeme k návrhu supervizorů.

Rozšířením pojmu přípustnost pro decentralizovanou supervizi je decentralizovaná přípustnost (d-přípustnost). d-přípustnost umožňuje provést návrh lokálních supervizorů splňujících d-přípustné omezení s nízkou časovou složitostí, tj. d-přípustnost vymezuje třídu omezení umožňující snadný vlastní návrh supervizorů. d-přípustnost je pouze postačující podmínkou. Avšak testování d-přípustnosti může být výpočetně náročnější a může vyžadovat analýzu dosažitelnosti subsystémů. Řešením je zjednodušení generující pouze podtřídu d-přípustných omezení uvedenou jako globální d-přípustné omezení. Pro návrh decentralizovaných supervizorů nesplňujících d-přípustná omezení je možné zajistit d-přípustnost zavedením komunikace mezi lokálními supervizory a subsystémy. Omezení, která nesplňují d-přípustnost, jsou tak transformována na d-přípustná. Řešení je zde získáno pomocí celočíselného programování.

4.3.1 Decentralizace

Systém je zadán jako Petriho síť $N = (P, T, D, m_0)$. Decentralizovaný supervizor se skládá z množiny supervizorů $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ z nichž každý je schopen řídit (pozorovat) danou množinu přechodů řízené soustavy. Abychom odlišili jednotlivé decentralizované supervizory $S_1, \dots, S_n$, budeme říkat, že každý S_i je lokálním supervizorem. Dále označíme $T_{o,i}$ ($T_{c,i}$) podmnožinu přechodů dané Petriho sítě, které S_i může pozorovat (řídit). Trojici $(N, T_{c,i}, T_{o,i})$ nazveme subsystémem i . Subsystém reprezentuje objekt řízení, který je řízen a pozorován lokálním supervizorem S_i . Množina nepozorovatelných (neřiditelných) přechodů S_i je značena $T_{uo,i} = T \setminus T_{o,i}$ ($T_{uc,i} = T \setminus T_{c,i}$). Systém N se subsystémy s neřiditelnými a nepozorovatelnými přechody $T_{uc,i}$ a $T_{uo,i}$ označme $(N, T_{uc,1}, \dots, T_{uc,n}, T_{uo,1}, \dots, T_{uo,n})$. Formulujme obecnou úlohu decentralizovaného supervizoru následovně:

Úloha

Je dána globální specifikace množin neřiditelných a nepozorovatelných přechodů $T_{uc,1}, T_{uc,2}, \dots, T_{uc,n}$ a $T_{uo,1}, T_{uo,2}, \dots, T_{uo,n}$. Nalezněme množinu lokálních supervizorů $S_1, S_2, \dots, S_n$, jejichž současné chování zaručuje, že globální specifikace je splněna když každý S_i může řídit $T \setminus T_{uc,i}$ a pozorovat $T \setminus T_{uo,i}$.

4.3.2 Decentralizovaná přípustnost

V této části uvedeme pojem přípustnost pro decentralizované pojetí supervize, budeme ho nazývat *d-přípustnost*. Přípustnost pro centralizované řešení jsme již definovali v kapitole 4.1. Zde pro rozlišení s případem decentralizované přípustnost označme přípustnost *c-přípustnost*.

V případě decentralizovaného řízení nás stále zajímá definice přípustnosti s ohledem na danou Petriho síť (N, m_{p0}) , včetně příslušných požadavků ze zadání, a množiny říditelných a pozorovatelných přechodů s ohledem na jednotlivé subsystémy: $T_{c,1} T_{c,2}, \dots, T_{c,n}$ a $T_{o,1} T_{o,2}, \dots, T_{o,n}$. V takové případě nazýváme přípustnost v decentralizovaném řízení *d-přípustnost*. Stejně jako v případě *c-přípustnosti* bychom chtěli, aby *d-přípustnost* zaručila, že decentralizovaný supervizor může být navržen i pro takový systém. Zavedeme proto následující definici.

Definice 4.5: Předpokládejme daný systém $(N, m_{p0}, T_{c,1}, \dots, T_{c,n}, T_{o,1}, \dots, T_{o,n})$.

d-přípustnost znamená, že množina subsystémů $C_s \subseteq \{C1, C2, \dots, Cn\}$ je neprázdná. Pak omezení je *c-přípustné* pro systém (N, m_{p0}, T_c, T_o) , kde

$$\begin{aligned} T_c &= \bigcup_{i \in C} T_{c,i} \\ T_o &= \bigcap_{i \in C} T_{o,i} \end{aligned} \quad (4.32)$$

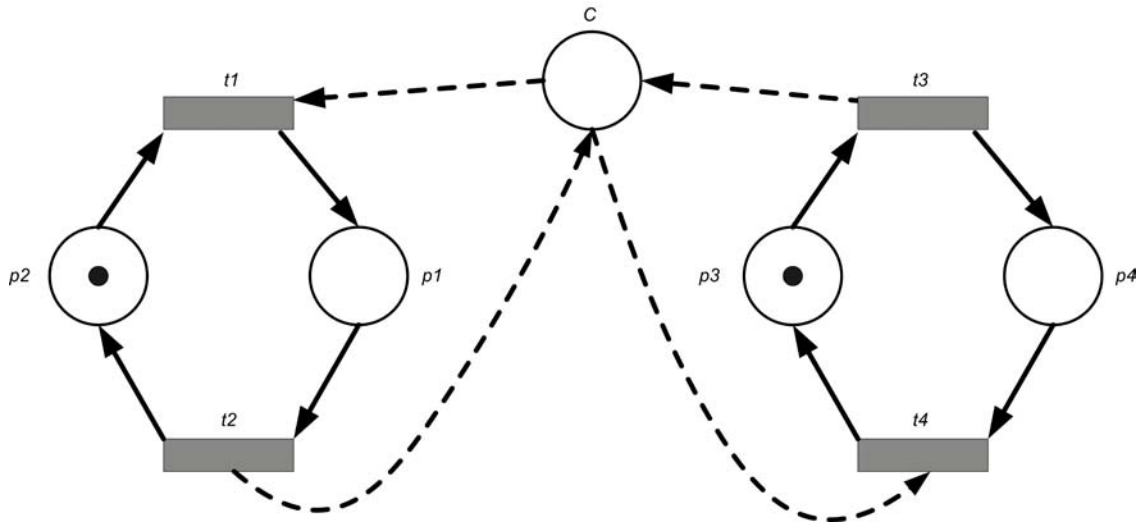
Množina omezení je *d-přípustná*, pokud každé její omezení je *d-přípustné*.

Dále není nutné, aby *d-přípustnost* definovalo omezení podle stejné množiny C_s . Předpokládejme omezení, které je *c-přípustné* ve vztahu k nějakému danému subsystému 1. Pak to znamená, že omezení je i *d-přípustné*, pokud máme $C_s = \{C1\}$. To můžeme dále rozvést v obecnější úvahu, pokud každé omezení ve tvaru $Lm_p \leq b$ je *c-přípustné* ve vztahu k nějakému zadanému subsystému, pak $Lm_p \leq b$ je současně i *d-přípustné*. Přesněji, jestliže každý subsystém má plnou pozorovatelnost a každý přechod je říditelný ve vztahu k nějakému subsystému, pak je jakékoliv omezení *d-přípustné*.

Příklad: Pouze pro úplnost uvedme rovněž případ centralizovaného supervizoru. Ilustrujme předchozí definici na příkladu decentralizovaného supervizoru s následujícím zadaným omezením. Pro konstrukci decentralizovaného supervizoru je zadáno omezení

$$m_1 + m_3 \leq 1. \quad (4.33)$$

Řešení pro centralizované řízení je ukázáno na následujícím obrázku č. 4.7.



Obr. č. 4.7 – Petriho síť s centralizovaným řízením

V případě decentralizovaného supervizoru jsou zde dva subsystémy. První má $T_{uo,1} = 0$ a $T_{uc,1} = \{t_3, t_4\}$ a druhý má $T_{uo,2} = 0$ a $T_{uc,2} = \{t_1, t_2\}$. Poznamenejme, že toto omezení není c-přípustné, vzhledem ani k jednomu ze subsystémů $(N, T_{c,1}, T_{o,1})$ nebo $(N, T_{c,2}, T_{o,2})$. Avšak, je d-přípustné pro $C_s = \{C1, C2\}$. Mějme dvě proměnné $x_1, x_2 \in \mathbb{N}$ pro decentralizovaný supervizor tvořený supervizory S1 a S2 s omezující podmínkou $m_1 + m_3 \leq 1$. Pak takový supervizor můžeme popsat následujícím výčtem pravidel:

Supervizor S1:

Přiřaďme $x_1 = 0$.

Neaktivuje se přechod t_1 , pokud $x_1 = 0$.

Zvětš x_1 , pokud t_2 nebo t_3 byly aktivovány.

Sníž x_1 , pokud t_1 nebo t_4 byly aktivovány.

Supervizor S2:

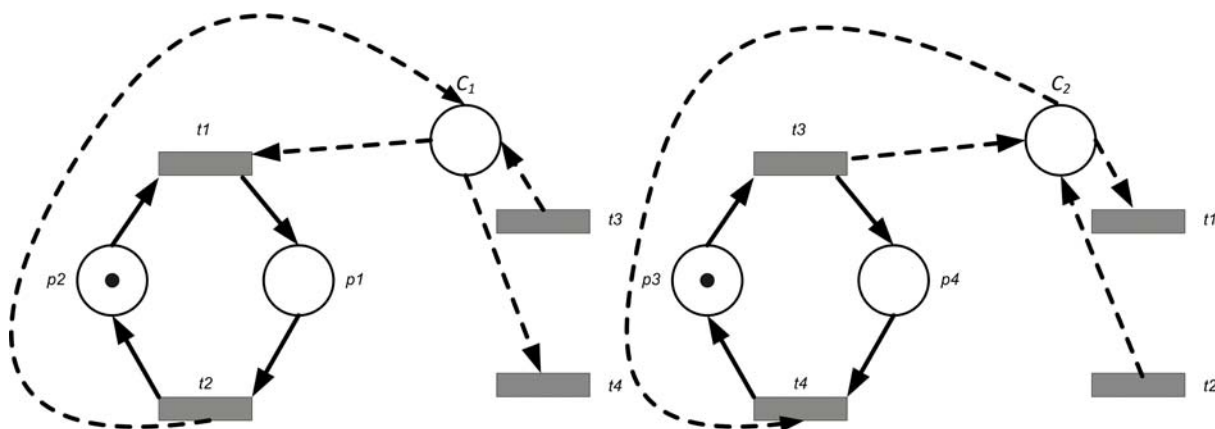
Přiřadíme $x_2 = 0$.

Neaktivuje se přechod t_4 , pokud $x_2 = 0$.

Zvětší x_2 , pokud t_2 nebo t_3 byly aktivovány.

Sníží x_2 , pokud t_1 nebo t_4 byly aktivovány.

Poznámka: S1 a S2 se liší pouze v druhém pravidle, kdy první supervizor neaktivuje přechod t_1 , zatímco druhý supervizor neaktivuje přechod t_4 . Grafická znázornění ukazuje obrázek č. 4.8.



Obr. č. 4.8 – Petriho síť s decentralizovaným řízením

Z obrázku vyplývá, že S1 je reprezentován místem C_1 a S2 je reprezentován místem C_2 . Dále x_1 je značení místa C_1 a x_2 je značení místa C_2 . Graficky jsou tedy místa C_1 a C_2 kopie původního místa C v centralizovaném supervizoru. Poznamenejme, že hrany (C_1, t_4) a (C_2, t_1) slouží k pozorování modelu, ale ne k jeho řízení. To je z toho důvodu, že S1 nikdy nebude zamezovat aktivaci přechodu t_4 a S2 nikdy nebude zamezovat aktivaci přechodu t_1 . Dále mají C_1 a C_2 stejné počáteční značení jako C , a i jejich ostatní značení bude stejné. Tak může kdykoliv nastat situace, kdy t_1 zabráni jeho aktivaci prostřednictvím místa C_1 . Dále kdykoliv bude zamezeno v aktivaci přechodu t_4 , bude akce implementována místem C_2 .

Reference

Souhrn současných metod decentralizovaného řízení uvádí Bakule [5]. Bourjij et al. se v práci [13] zabývají decentralizovaným pojetím pro výpočet invariant složitých Petriho sítí, zatímco Iordache et al. [43] prezentuje decentralizovanou supervizi disjunktních Petriho sítí a zavádějí pojem d-připustnosti. Lin et al. [55] prezentují decentralizované řízení systémů diskrétních událostí, zatímco Luo se v práci [58] zabývá decentralizovaným pojetím supervize v Petriho sítích na základě dekompozice struktury.

4.4 Decentralizovaný supervizor pro Petriho síť s překrytím subsystémů

V části 4.3 jsme se zabývali Petriho sítí popsanou lokálními disjunktními Petriho sítěmi. Tato část je zaměřena na návrh decentralizovaného supervizoru pro složité Petriho síť, kdy síť je považovaná za jeden rozsáhlý celek. Za složitou Petriho síť považujeme Petriho síť s velkým počtem míst i přechodů, kdy návrh centralizovaného supervizoru by byl z věcných nebo výpočetních důvodů neefektivní. V takových případech je mnohem vhodnější provést decentralizaci původní úlohy, to je rozdělení této úlohy na podúlohy s menší složitostí, jejichž lokální řešení řeší úlohu původní. K tomu je zapotřebí též vhodná dekompozice původní Petriho sítě na dílčí Petriho síť. Je evidentní, že takový postup lze realizovat za určitých předpokladů a řešení pomocí decentralizace musí splňovat určité podmínky. Decentralizace se tudíž týká omezení informační struktury při návrhu supervizoru. Formální definice složité Petriho sítě neexistuje a nemá ani smyslu se snažit jí formulovat. Místo toho je vhodnější akceptovat pragmatičtější pohled na tento pojem. Petriho síť považujeme za složitou, kdykoliv je nutné rozdělit danou úlohu analýzy nebo syntézy na řešitelné podúlohy. Toto pojetí je plně v souladu s obecným přístupem k tomuto pojmu zavedeného již v oboru řízení složitých systémů.

4.4.1 Syntéza decentralizovaného supervizoru

Konkrétní úloha, která je v disertační práci řešena, je původní úloha zahrnující podstatu návrhu decentralizovaného supervizoru složité Petriho sítě s využitím dekompozice

s překrytím subsystémů metodou invariant míst. Znamená to, že se zde omezíme pouze na dva subsystémy s překrytím tvořenými pouze místy, která nejsou propojena přechody, a pro jedno omezení $nc = 1$. Použijeme zde definici 3.22 s tím, že označíme incidenční matici dané procesní sítě D_p pro odlišnost od navržené incidenční matice supervizorů D_c .

Nechť je dána Petriho síť N s množinou všech míst P , množinou všech přechodů T , incidenční maticí D_p s počátečním značením m_{p0} , kde $P = P1 \cup P2 \cup P3$, $P1 = \{p_1, \dots, p_{p1}\}$, $P2 = \{p_{p1+1}, \dots, p_{p2}\}$, $P3 = \{p_{p2+1}, \dots, p_{p3}\}$. Dále $T = T1 \cup T2 \cup T3$, $T1 = \{t_1, \dots, t_{t1}\}$, $T2 = \emptyset$, $T3 = \{t_{t1+1}, \dots, t_{t3}\}$.

Na tuto Petriho síť klademe následující předpoklady:

- A1. Všechny přechody jsou říditelné a pozorovatelné.
- A2. Přechody množiny $T1$ jsou pouze mezi místy množiny $PE1 = P1 \cup P2$.
- A3. Přechody množiny $T3$ jsou pouze mezi místy množiny $PE2 = P2 \cup P3$.
- A4. Množina přechodů $T2$ mezi místy množiny $P2$ je prázdná, tj. $T2 = \emptyset$.

Dále nechť je zadané omezení ve standardním tvaru

$$L m_p \leq b, \quad (4.34)$$

s rozdělením na tři části tak, že vektory $L = (L1 \ L2 \ L3)$, $m_p = (m_{p1}^t \ m_{p2}^t \ m_{p3}^t)^t$, kde $L1 \in \mathbb{N}^{n1}$, $L2 \in \mathbb{N}^{n2}$, $L3 \in \mathbb{N}^{n3}$, $m_{p1} \in \mathbb{N}^{n1}$, $m_{p2} \in \mathbb{N}^{n2}$, $m_{p3} \in \mathbb{N}^{n3}$, kde $n1 = \text{card}(P1)$, $n2 = \text{card}(P2)$, $n3 = \text{card}(P3)$, $b > 1$ je přirozené číslo. Označme $LE1=(L1 \ L2)$, $LE2=(L2 \ L3)$, $m1_p = (m_{p1}^t \ m_{p2}^t)^t$, $m2_p = (m_{p2}^t \ m_{p3}^t)^t$.

Úloha

Pro danou složitou Petriho síť N dle splňující předpoklady A1 – A4 a dané omezení (4.34) je cílem navrhnout decentralizovaný supervizor s využitím dekompozice s překrytím míst $P2$ metodou invariant míst.

Řešení

Prvním krokem je provedení decentralizace úlohy dané Petriho sítí N a omezení (4.34) na podúlohy.

Označíme nejprve $P2'$ množinu míst takovou, že místo p_i' množiny $P2'$ je duplikátem místa p_i množiny $P2$. Dále nechť $b = b_1 + b_2$.

1. podúloha. Navrhnout supervizor pro Petriho síť

$$N1(PE1, T1, D1_p, m1_{p0}), \quad (4.35)$$

a omezení

$$LE1 \ m1_{p0} \leq b_1, \quad (4.36)$$

kde $D1_p$ je určeno množinami $PE1$, $T1$ a počátečním značením $m1_{p0} = (m_{p1}^t \ m_{p2}^t)^t$.

2. podúloha. Navrhnout supervizor pro Petriho síť

$$N2(PE2', T2, D2_p, m2_{p0}), \quad (4.37)$$

a omezení

$$LE2 \ m2_{p0} \leq b_2, \quad (4.38)$$

kde $PE2' = P2' \cup P3$, $D2_p$ je určeno množinami $PE2'$, $T2$ a počátečním značením $m2_{p0} = (m_{p2}^t \ m_{p3}^t)^t$.

Pro obě podúlohy (4.35),(4.36) a (4.37),(4.38) provedeme nyní návrh supervizoru dle věty 4.1. Výsledkem jsou matice $D1_c$ a $D2_c$. Zpětnovazební lokální Petriho sítě zajišťují daná omezení a incidenční matice mají tvar

$$D_1 = \begin{pmatrix} D1_p \\ D1_c \end{pmatrix} \quad D_2 = \begin{pmatrix} D2_p \\ D2_c \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

s počátečním značením

$$m1_{c0} = b_1 - LE1 m1_{p0} \quad m2_{c0} = b_2 - LE2 m2_{p0}. \quad (4.40)$$

Označme tyto zpětnovazební Petriho sítě

$$N1_c(P1_c, T1_c, D1_c, m1_0) \quad N2_c(P2_c, T2_c, D2_c, m2_0). \quad (4.41)$$

kde $P1_c = PE1 \cup PC1$, $T1_c = T1 \cup TC1$, $m1_0 = (m1_{p0}^t \ m1_{c0}^t)^t$, $P2_c = PE2 \cup PC2$, $T2_c = T3 \cup TC2$, $m2_0 = (m2_{p0}^t \ m2_{c0}^t)^t$. $PC1$ je množina míst supervizoru 1 a $TC1$ je množina přechodů supervizoru 1 zahrnující jak přechody mezi místy supervizoru $PC1$ tak přechody mezi místy supervizoru $PC1$ a místy $PE1$. Stejný význam jako v Petriho síti $N1_c$ mají pojmy v Petriho síti $N2_c$. Označme dále kontrakci Petriho sítí $N1_c$ a $N2_c$ do jedné sítě

$$N_c(P_c, T_c, D_c, m_{c0}), \quad (4.42)$$

tak, že provedeme fúzi míst $p_i \in P2$ a $p_i' \in P2'$ do jednoho místa p_i . Lze to interpretovat například tak, že původní místo p_i množiny $P2$ zadané Petriho sítě N se po dekompozici na místa p_i a p_i' v sítích $N1$ a $N2$ použitých pro návrh supervizorů vrací na své původní místo v síti N_c a to pro všechna dekomponovaná p_i . Popis globální zpětnovazební Petriho sítě N_c uvedeme pomocí incidenční matice D_c určené maticemi $D1_c$ a $D2_c$. Reprezentace těchto matic je následující

$$\begin{array}{cc} D1_c & D2_c \\ \begin{array}{c} t_1 \quad t_{t1} \\ P1 \begin{pmatrix} D1_{p11} & \cdots & D1_{p1t1} \\ P2 \begin{pmatrix} D1_{p21} & \cdots & D1_{p2t1} \\ P1_c \begin{pmatrix} D1_{c1} & \cdots & D1_{ct1} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} & \begin{array}{c} t_{t1+1} \quad t_{t3} \\ P2' \begin{pmatrix} D2_{p21} & \cdots & D2_{p2t3} \\ P3 \begin{pmatrix} D2_{p31} & \cdots & D2_{p3t3} \\ P2_c \begin{pmatrix} D2_{c1} & \cdots & D2_{ct3} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \end{array} \end{array} \end{array} \quad (4.43)$$

Překrytí v původní Petriho síti (1) se zde týká řádků $P2$ u $D1_c$ a řádků $P2'$ u $D2_c$. Provedeme nyní permutaci řádků matice $D1_c$ vhodnou pro následnou prezentaci

$$\begin{array}{cc} P1 & P1 \\ P2 & \rightarrow P1_c \\ P1_c & P2 \end{array} \quad (4.44)$$

Smyslem této permutace je mít řádky týkající se překrytí v matici $D1_c$ na posledním místě. Pro zjednodušení popisu považujeme nadále označení $D1_c$ za tuto matici po provedené permutaci. Výsledná incidenční matice Petriho sítí tvořené sítěmi $N1_c$ po výše uvedené permutaci a $N2_c$ má tvar blokově diagonální matice kde pro zjednodušení značíme $r = t1 + 1$.

$$\begin{array}{c}
D_{ce} \\
\begin{array}{c}
P1 \\
P1_c \\
P2 \\
P2' \\
P3 \\
P2_c
\end{array}
\begin{array}{c}
t_1 \quad \dots \quad t_{t1} \quad t_r \quad \dots \quad t_{t3} \\
\left(\begin{array}{cccccc}
D1_{p11} & \dots & D1_{p1t1} & 0 & \dots & 0 \\
D1_{c1} & \dots & D1_{ct1} & 0 & \dots & 0 \\
D1_{p21} & \dots & D1_{p2t1} & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & 0 & D2_{p2r} & \dots & D2_{p2t3} \\
0 & \dots & 0 & D2_{p3r} & \dots & D2_{p3t3} \\
0 & \dots & 0 & D2_{cr} & \dots & D2_{ct3}
\end{array} \right)
\end{array}
\end{array} \quad (4.45)$$

Kontrakce matice D_{ce} sítě tvořené $N1_c$ a $N2_c$ vede na matici D_c sítě N_c

$$\begin{array}{c}
D_c \\
\begin{array}{c}
P1 \\
P1_c \\
P2 \\
P3 \\
P2_c
\end{array}
\begin{array}{c}
t_1 \quad \dots \quad t_{t1} \quad t_r \quad \dots \quad t_{t3} \\
\left(\begin{array}{cccccc}
D1_{p11} & \dots & D1_{p1t1} & 0 & \dots & 0 \\
D1_{c1} & \dots & D1_{ct1} & 0 & \dots & 0 \\
D1_{p21} & \dots & D1_{p2t1} & D2_{p2r} & \dots & D2_{p2t3} \\
0 & \dots & 0 & D2_{p3r} & \dots & D2_{p3t3} \\
0 & \dots & 0 & D2_{cr} & \dots & D2_{ct3}
\end{array} \right)
\end{array}
\end{array} \quad (4.46)$$

Návrh lokálních supervizorů řešením podúloh 1 a 2 vede k požadovaným omezením míst v sítích $N1_c$ a $N2_c$. Vzniká zde logicky otázka jak se změní tyto invarianty kontrakcí sítí $N1_c$ a $N2_c$ do sítě N_c . Odpovědí je následující věta 4.3. Nejprve však označme množiny míst $PII \subseteq P1 \cup PC1, PI \subseteq P2, P2I \subseteq P3 \cup PC2, PI' \subseteq P2'$ v sítích $N1_c$ a $N2_c$. Předpokládejme, že $p_i \in PI$ má pro všechna i korespondenci v $p_i' \in PI'$. Tedy $\text{card}(PI) = \text{card}(PI')$.

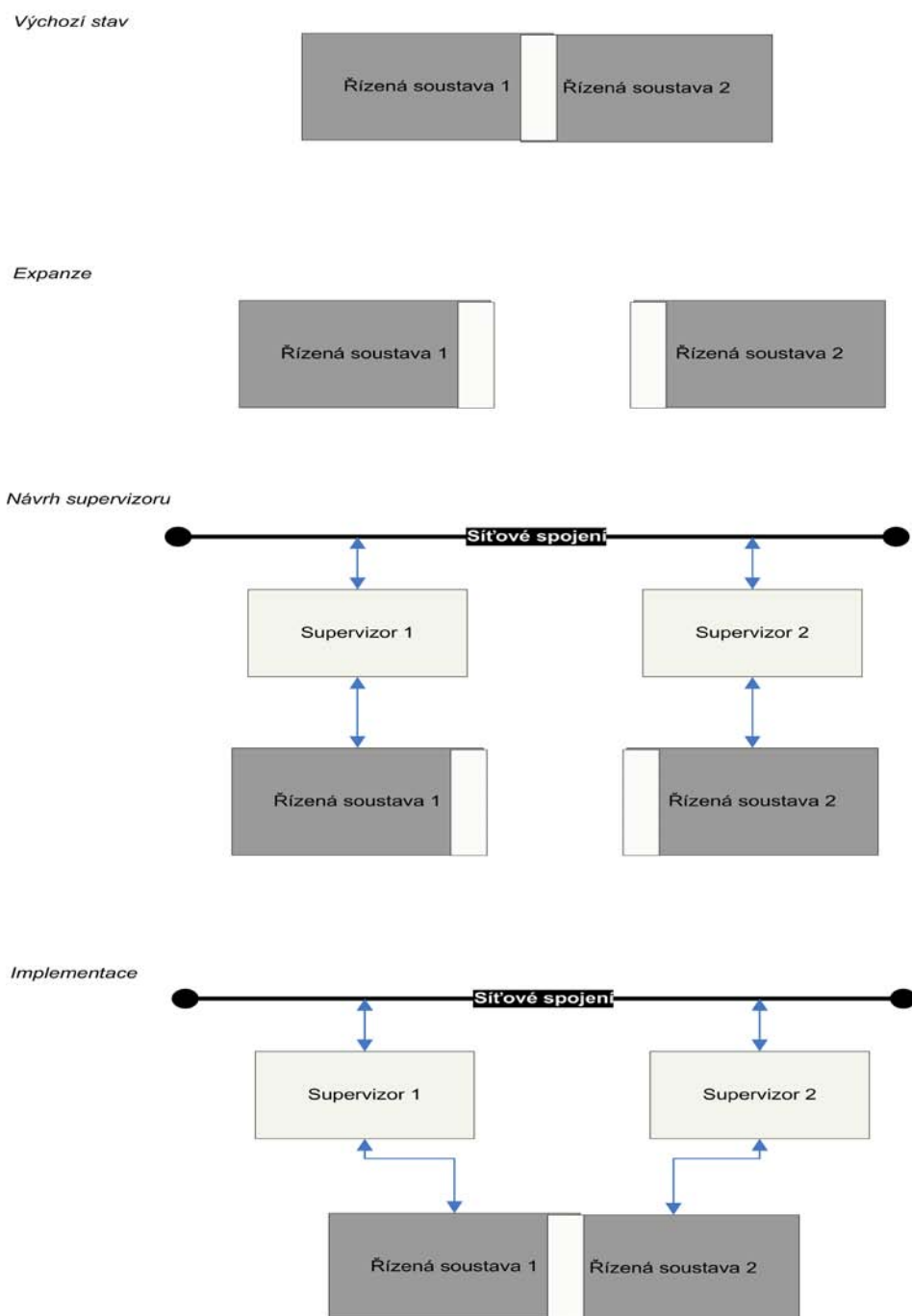
Věta 4.3: Necht' jsou dány Petriho sítě $N1_c, N2_c$ a N_c . Pokud $PII \cup PI$ jsou invariantní místa sítě $N1_c$ a obdobně $P2I \cup PI'$ jsou invariantní místa v síti $N2_c$, pak $PII \cup PI \cup P2I$ jsou invariantní místa sítě N_c . Dále pro omezení (4.36), (4.38) v $N1_c$ a $N2_c$ je splněno omezení (4.34) v síti N_c .

Důkaz: Tvrzení věty plyne z přímého použití věty V.I v referenci [19] aplikované na zpětnovazební sítě $N1_c, N2_c$ a N_c . Dále ze součtu omezení (4.36), (4.38) po fúzi m_2 v $N1_c$ a m_2' v $N2_c$ do m_2 v N_c plyne splnění omezení (4.34) pro síť N_c . $\square$

Poznámka: Řešená úloha má charakter nového typu úlohy s původním řešením. Jde o využití dekompozice Petriho sítě s překrytím míst, návrhu lokálních supervizorů metodou invariant

míst a vlastnosti zachování invariant míst mezi sítěmi $N1_c$, $N2_c$ na jedné straně a N_c na druhé straně transformacemi typu kompozice.

Odvozený postup lze shrnout do výpočetního algoritmu. Postup je též ilustrován v obrázku č. 4.9.



Obr. č. 4.9 – Výpočetní postup - ilustrace

Uvedený následující postup vede na následující algoritmus návrhu decentralizovaného supervizoru metodou překrytí subsystémů.

Algoritmus.

1. Dána plně říditelná Petriho síť N s požadavkem na omezení (4.34) a splňující předpoklady A1 – A4.
2. Určení struktury rozdělení sítě N na subsystémy s překrytím.
3. Expanze Petriho sítě N a formulace podúloh.
4. Návrh lokálních supervizorů pro formulované podúlohy.
5. Kontrakce lokálních zpětnovazebních Petriho sítí N_{1c} a N_{2c} do globální Petriho sítě N_c .

Poznámka: Řešená úloha včetně kroků algoritmu je základní prototypovou úlohou a je zobecnitelná hned v několika různých směrech. Potenciál rozvoje této metody je značný. Jednou z možností je zahrnout též přechody mezi místy množiny překrytí. Jinou možností rozvoje je uvažovat dílčí říditelnost a dílčí pozorovatelnost přechodů včetně návrhu supervizorů. To povede k testování a zahrnutí návrhových postupů založených na dosažitelnosti. Další možností je provést expanzi na podsítě, ale ponechat původní omezení bez dekompozice. To povede při návrhu decentralizovaných supervizorů k testování a zahrnutí návrhových postupů na základě d-přípustnosti. Další možností je zobecnění z dvou překrytých subsystémů na více než dva subsystémy s jedním překrytím nebo více subsystémů s násobným překrytím.

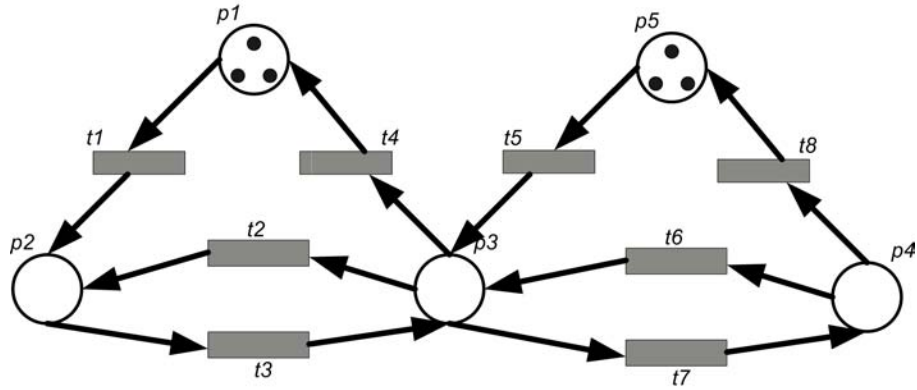
4.4.2 Příklad

Uvedme nyní komplexní příklad na decentralizované řízení s překrytím subsystémů.

Formulace

Stanovíme si globální omezující podmínku $m_2 + m_3 + m_4 \leq 2$, kterou se budeme snažit vynutit pomocí supervizoru na původním systému. Původní systém bez supervize je

znázorněn na obrázku č. 4.10, jde o Petriho síť se dvěma zásobníky značek v místech p_1 a p_5 . Cílem definované omezující podmínky je, aby součet značek uvnitř míst p_2 , p_3 , p_4 nikdy nepřekročil hodnotu 2 a to během jakéhokoliv stavu, který může v této Petriho síti nastat.



Obr. č. 4.10 – Původní systém bez supervize

Matice Petriho sítě z obrázku č. 4.10 je:

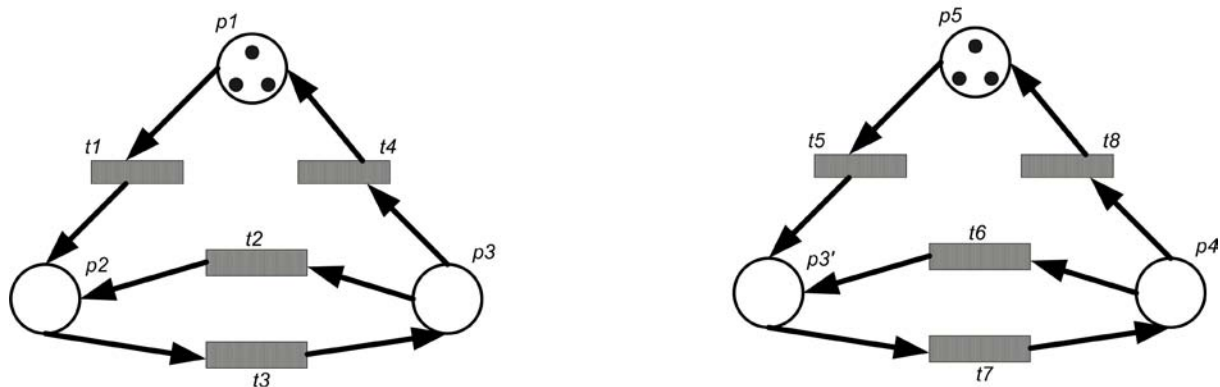
$$D_p = \begin{pmatrix} \begin{array}{cccc|cccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \end{pmatrix} \quad (4.47)$$

Počáteční značení je:

$$m_{p0} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (4.48)$$

Výsledky

Nyní provedeme dekompozici na dva subsystémy, kde oba splňují lokální omezující podmínku $m_2 + m_3 \leq 1$, viz obrázek č. 4.11.



Obr. č. 4.11 – Dekompozice na subsystemy

Matice Petriho sítě je pro oba subsystemy stejná:

$$D1_p = D2_p = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

Počáteční značení je také pro obě sítě stejné je:

$$m1_{p0} = m2_{p0} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

Cílem je řídit Petriho síť tak, aby pro první subsystem místa p_2 a p_3 neobsahovala více než dvě značky. Totéž platí pro druhý subsystem, kde se omezení týká míst p_3' a p_4 . To můžeme vyjádřit lokálními omezujícími podmínkami:

$$m_2 + m_3 \leq 1 \wedge m_3' + m_4 \leq 1. \quad (4.51)$$

Pro maticový zápis můžeme tyto podmínky na základě invariant míst zapsat jako:

$$\begin{aligned} LE1 &= (0 \ 1 \ 1) \\ LE2' &= (1 \ 1 \ 0) \\ b1 &= 1 \quad b2 = 1. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Dalším krokem je návrh supervizorů pro tyto dva subsystémy. Podle vzorců $D_c = -L D_p$ a $m_{c0} = b - L m_{p0}$.

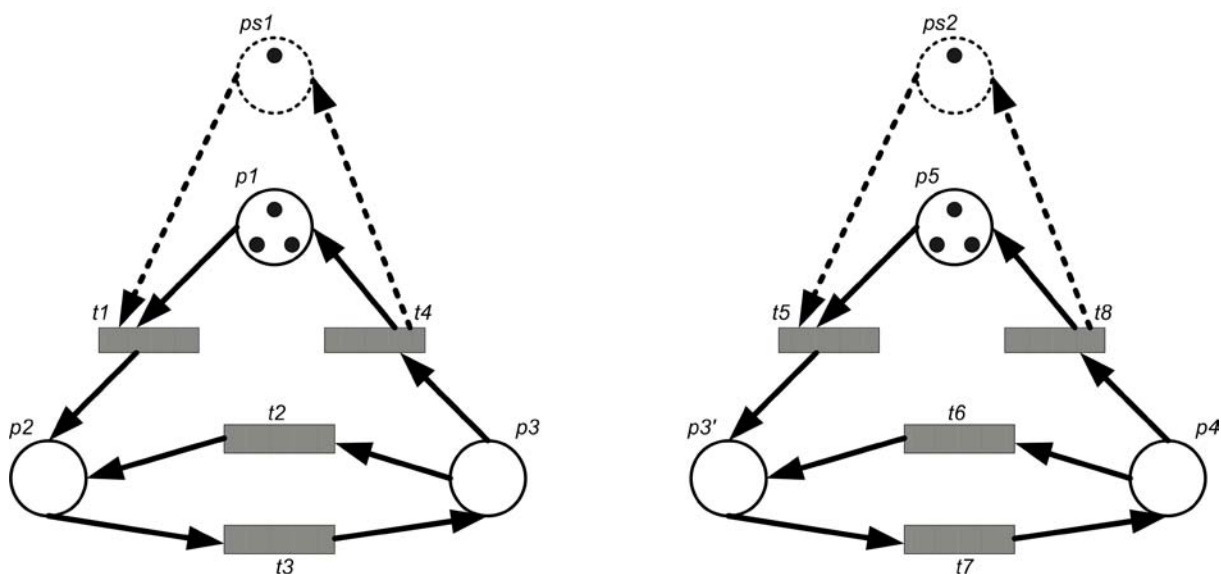
Struktura dvou řízených Petriho sítí je popsána složenou maticí D :

$$\begin{aligned} D1 &= \begin{pmatrix} D1_p \\ D1_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ D2 &= \begin{pmatrix} D2_p \\ D2_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.53)$$

kde počáteční značení je:

$$\begin{aligned} m1_0 &= \begin{pmatrix} m1_{p0} \\ m1_{c0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ m2_0 &= \begin{pmatrix} m2_{p0} \\ m2_{c0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Dvě sítě, nyní včetně supervizorů, jsou znázorněny na obrázku č. 4.12. Řídící člen je zde znázorněn čárkovaně.



Obr. č. 4.12 – Petriho sítě s řízením

Posledním krokem návrhu je převedení dvou oddělených subsystémů zpět na jeden původní systém, avšak doplněn o řízení. Toto je možné pomocí překrytí subsystému, v tomto případě místy p_3 a $p_{3'}$. Tento výsledný systém pak bude splňovat globální omezení definované na začátku příkladu tj. $m_2 + m_3 + m_4 \leq 2$.

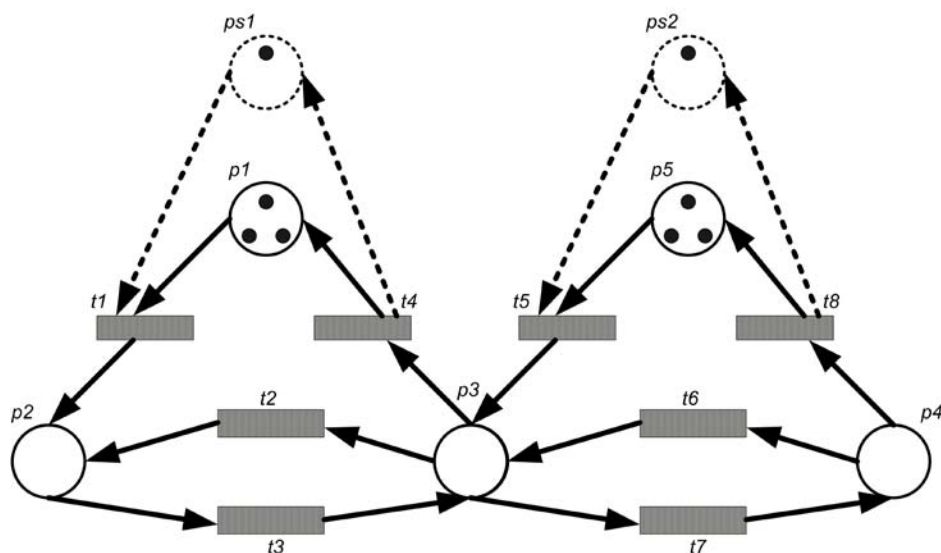
Matice Petriho sítě z obrázku č. 4.13 je:

$$D_c = \begin{pmatrix} \begin{array}{cccc|cccc} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

Počáteční značení je:

$$m_0 = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_{s1} \\ u_{s2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

Výsledná navržená Petriho síť doplněná o supervizi splňující globální omezení pro všechny své stavy je znázorněna na obrázku č. 4.13.



Obr. č. 4.13 – Výsledná zpětnovazební síť s decentralizovaným řízením s překrytím subsystémů

Simulace prvních šesti stavů tohoto systému bez supervize a se supervizorem je uvedena v příloze č. 2.

Reference

Metodu návrhu supervizorů pro Petriho sítě s překrytím dekompoziční struktury popisují Aybar et al. [1], [2], [3] a pro systémy diskretních událostí Iftar et al. [40]. Bourjij et al. [13] se zabývají decentralizovaným přístupem výpočtu invariant propojených Petriho sítí, zatímco Cheung et al. v práci [19] shrnují transformace zachovávající invarianty míst i přechodů. Luo v práci [58] se zabývá decentralizovaným řízením Petriho sítí disjunktní dekompozicí struktury Petriho sítí. Stremersch et al. v práci [75] prezentují dekompozici úlohy supervize při zachování maximální přípustnosti.

5 Závěr

Petriho sítě jsou formální nástroj pro popis procesů v řadě důležitých technických i společenských aplikací. Jejich výhoda, oproti jiným nástrojům příbuzného typu, spočívá ve velmi efektivním modelování paralelismu. Čímž umožňuje snadno zamezit nevhodnému chování procesu. Tato práce se zabývá použitím Petriho sítí pro takové modelování řízení dynamických systémů, které omezuje nežádoucí chování těchto systémů. Jednou z cest jak ovlivnit chování systému je vytvoření vhodné zpětné vazby, která znemožní vznik nežádoucích stavů.

Pro zabránění nežádoucího chování v systémech modelovaných Petriho sítí je efektivní možností doplnění sítě o tak zvaný supervizor. Supervizor je modelován také jako Petriho síť, která je s původní sítí propojena. Propojení spočívá v tom, že z pozorovatelných míst řízené Petriho sítě vedou hrany k přechodům supervizoru a od míst supervizoru vedou hrany k přechodům do vybraných říditelných míst původní Petriho sítě.

V existující literatuře lze nalézt řadu způsobů jak takové supervizory navrhovat. Dosud však neexistovala relativně jednoduchá formální metoda, která by umožňovala navrhnout takový supervizor pouze na základě universálního výpočtu. Většinou jde o ad-hoc postupy s následnou optimalizací. Hlavním cílem předkládané práce je universální metodu konstrukce supervizoru navrhnout a ověřit.

5.1 Výsledky

V práci byla navržena a rozpracována metoda návrhu supervizoru ve formě Petriho sítí, která užívá metod lineární algebry vycházející z reprezentace Petriho sítě pomocí incidenční matice. Navržená metoda je založena na pojmu invariant míst. Invarianta je podmnožina množiny všech míst v Petriho síti, pro kterou je součet počtu značek ve všech místech invarianty konstantní po dobu činnosti Petriho sítě. Omezení, která mají popisovat přípustné stavy systému se vyjádří pomocí maticových nerovností vyjadřujících počet značek ve vybraných místech sítě. Síť popisující supervizory jsou konstruovány tak, aby omezení daná nerovnostmi byla doplněna pomocí supervizorů na rovnosti a tedy na problém invariant. Tyto invarianty lze nalézt relativně jednoduchým maticovým výpočtem. Tento postup byl dosud v literatuře popsán pouze pro speciální typ Petriho sítí tak zvané cyklické označené grafy, jde o značně speciální typ Petriho sítí, který zdaleka nepokrývá všechny důležité aplikace. Kromě

toho dosavadní výsledky se týkají pouze centralizované supervize, to je pouze s jedním jediným supervizorem.

Původní přínosy této disertační práce spočívají v následujících dvou bodech:

1. Zobecnění metody návrhu supervizorů pomocí invariant na návrh decentralizovaných supervizorů postupem dekompozice systému na subsystémy s překrytím struktury a ověření této metody na řadě příkladů.
2. Zobecnění návrhu supervizoru pomocí invariant pro obecný případ necyklických Petriho sítí a ověření navrhovaného algoritmu na řadě příkladů.

5.2 Význam výsledků

V práci navržená původní metoda do značné míry rozšiřuje možnosti návrhu supervizorů pro složité Petriho sítě a zjednodušuje konstrukci supervizoru tím, že umožňuje supervizi decentralizovat. To dává možnost algoritmického návrhu zpětné vazby i pro systémy, pro které tyto postupy nebylo dosud možné použít. Zobecnění metody pro necyklické sítě má význam pro zajištění interoperability systémů pracujících v různorodém prostředí a pro propojení rozhraní mezi různými systémy.

Omezením navržené metody spočívají ve dvou požadavcích:

- A. Metoda předpokládá plnou pozorovatelnost a plnou říditelnost v systému modelovaného Petriho sítí. Tento požadavek však lze modifikovat transformačními postupy pro změnu omezení, které jsou v literatuře známy.
- B. Metoda předpokládá, že omezení na chování řízeného systému lze vždy vyjádřit pomocí maticových nerovností platných pro vektory udávajících počet značek v jednotlivých místech sítě.

5.3 Možnosti dalšího výzkumu

Další výzkum lze předpokládat především v těchto směrech:

- V oblasti analýzy: jaká omezení na stavy systému mohou popisovat požadavky v konkrétních praktických aplikacích. Pokud tato analýza prokáže, že existují požadavky, které pomocí maticových nerovností vyjádřit nelze bylo by užitečné

zkoumat zda je možné metodu návrhu supervizorů zobecnit tak, aby umožnila řešit i jiné typy omezení.

- Zobecnění metody překrytí z dvou na překrytí více subsystémů.

5.4 Splnění cíle

Cílem práce bylo pro danou Petriho síť odvodit na základě invariant míst v síti metodu návrhu pro centralizovanou a decentralizovanou supervizi a dále navrženou metodu ilustrovat na příkladech a simulacích. Pro speciální případ sítí, které jsou cyklickými označenými grafy (tak zvané T-systémy) byly metody navržené v literatuře formulovány ve formě maticových vztahů. Tyto metody byly nově zobecněny ve dvou směrech:

- A. Pro případ decentralizované supervize metodou dekompozice na vzájemně překrývající se subsystémy, návrhu lokálních supervizorů a následného propojení zpětnovazebních subsystémů.
- B. Pro obecné necyklické Petriho sítě.

Obě nová zobecnění byla ověřena na vybraných příkladech a simulacích. Autor se domnívá, že stanovený cíl této disertační práce byl těmito výsledky splněn.

6 Literatura

1. A. Aybar, A. Iftar. Overlapping Decompositions and Expansions of Petri Nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(3): 511-515, 2002.
2. A. Aybar, A. Iftar, H.A. Apaydin-Ozkan. Centralized and decentralized supervisory controller design to enforce boundedness, liveness, and reversibility in Petri nets. *International Journal of Control*, 78(8): 537-553, 2005.
3. A. Aybar, A. Iftar. Decentralized Structural Controller Design for Large-Scale Discrete-Event Systems Modelled by Petri Nets. *Kybernetika*, 45(1): 3-14, 2009.
4. L. Bakule. Decentralized Control: An Overview. *Annual Reviews in Control*, 32(1): 87-98, 2008.
5. F. Basile, A. Guia, C. Seatzu. Supervisory control of Petri nets with decentralized monitor places. In *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, pages 4957–4962, 2007.
6. K. Barkaoui, I. Abdallah. Deadlock avoidance in fmss based on structural theory of Petri nets. In *IEEE Symposium on Emerging Technologies and Factory Automation*, Vol. 2, pages 499-510, 1995.
7. K. Barkaoui, J.F. Pradat-Peyre. On liveness and controlled siphons in Petri nets. In *Lecture Notes in Computer Science: 17th International Conference in Application and Theory of Petri Nets (ICATPN'96)*, Osaka, Japan, volume 1091, pages 57–72, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
8. G. Barrett, S. Lafortune. Decentralized supervisory control with communicating controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(9):1620–1638, 2000.
9. G. Barrosso, A. Lima, A. Perkusich. Supervision of discrete event système using Petri nets and supervisory control theory. In *Proceedings of 1st International Workshop on Manufacturing and Petri Nets, 17th International Conference on Application and Theory of Petri Nets*, pages 77–96, 1998.
10. F. Basile, P. Chiacchio, A. Giua. On the choice of suboptimal monitor places for supervisory control of Petri nets. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 752–757, 1998.
11. F. Basile, P. Chiacchio, A. Giua. Optimal control of Petri net monitors with control and observation costs. In *Proceedings of the 39th IEEE International Conference on Decision and Control*, pages 424–429, 2000.
12. R K. Boel, L. Ben-Naoum, V. Van Breusegem. On forbidden state problems for a class of controlled Petri nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(1):1717–1731, 1995.
13. A. Bourjij, M. Boutayeb, T. Cecchin. A decenetralized approach for computing invariants in large scale and interconnected Petri nets.. In *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pages 1741–1746, 1997.

14. Ch.G. Cassandras, S. Lafortune. Introduction to Discrete Event Systems, 2nd edition. Springer, New York 2008.
15. M. Češka. Petriho sítě. Nakladatelství CERM, Brno, 1994.
16. H. Chen. Net structure and control logic synthesis of controlled Petri nets. IEEE Transactions on Automatic Control, 43(10):1446–1450, 1998.
17. H. Chen, B. Hu. Distributed control of discrete event systems described by a class of controlled Petri nets. In Preprints of IFAC International Symposium on Distributed Intelligence Systems, 1991.
18. H. Chen, B. Hu. Control of discrete event systems with their dynamics and legal behavior specified by Petri nets. In Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Decision and Control, pages 239–240, 1993.
19. T.Y. Cheung, W. Zeng. Invariant-preserving transformations for the verification of place/transition systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 28(1):114–121, 1998.
20. R. Cieslak, C. Desclaux, A. Fawaz, P. Varayia. Supervisory control of discrete-event processes with partial observations. IEEE Transactions on Automatic Control, 33(3):249–260, 1988.
21. M. Da Silveira, M. Combacau, E. Portela. Redundant information analysis in a decomposed Petri net model. In Proceedings of the IEEE 2005 International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, and International Conference for Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, pages 753–758, 2006.
22. J. Demel. Grafy a jejich aplikace. Academia, Praha, 2002.
23. J. Desel, W. Reisig. Place/transition Petri nets. Lecture Notes in Computer Science: Lectures on Petri Nets I: Basic Models, 1491:122–173, 1998.
24. A.A. Desrochers, R.Y. Al'Jaar. Applications of Petri nets in Manufacturing Systems: Modelling, Control and Performance Analysis. IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995.
25. F. DiCesare, G. Harhalakis, J.M. Proth, M. Silva, F.B. Vernadat. Practice of Petri Nets in Manufacturing. Chapman and Hall, London, 1993.
26. J. Doyle, B. Francis, A. Tannenbaum. Feedback Control Theory. Dover Publications 2008.
27. J. Ezpeleta, J. M. Colom, J. Martínez. A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 11(2):173–184, 1995.
28. M. Fanti, B. Maione, S. Mascolo, B. Turchiano. Event-based feedback control for deadlock avoidance in flexible production systems. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 13(3), 1997.

29. A. Ghaffari, N. Rezg, X. Xie. Feedback control logic for forbidden-state problems of marked graphs: application to a real manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48(1):2–17, 2003.
30. C. Girault, R. Valk. *Petri Nets for Systems Engineering*. Springer-Verlag, Berlin, 2003.
31. A. Giua, F. DiCesare. Supervisory design using Petri nets. In *Proceedings of the 30th IEEE International Conference on Decision and Control*, pages 92–97, 1991.
32. A. Giua, C. Seatzu. Supervisory control of railway networks with Petri nets. In *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 5004–5009, 2001.
33. A. Giua, C. Seatzu. Observability of place/transition nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(9):1424–1437, 2002.
34. A. Giua and F. DiCesare. Blocking and controllability of Petri nets in supervisory control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(4):818–823, 1994.
35. X. Guan, L. E. Holloway. Control of distributed discrete event systems modeled as Petri nets. In *Proceedings of the 1997 American Control Conference*, pages 2342–2347, 1997.
36. K. X. He, M. D. Lemmon. Liveness-enforcing supervision of bounded ordinary Petri nets using partial order methods. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(7):1042–1055, 2002.
38. L. E. Holloway, B. H. Krogh, A. Giua. A survey of Petri net methods for controlled discrete event systems. *Discrete Event Dynamic Systems*, 7(2):151–190, 1997.
38. L. E. Holloway, B. H. Krogh. Synthesis of feedback control logic for a class of controlled Petri nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(5):514–523, 1990.
39. F.-S. Hsieh, S.-C. Chang. Dispatching-driven deadlock avoidance controller synthesis for flexible manufacturing systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10(2):196–209, 1994.
40. A. Iftar, U. Ozguner, Overlapping decompositions, expansions, contractions, and stability of hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 43(8):1040–1055, 1998.
41. M.V. Iordache, P.J. Antsaklis. Synthesis of supervisors enforcing general linear vector constraints in Petri nets. In *Proceedings of the 2002 American Control Conference*, pages 154–159, 2002.
42. M.V. Iordache, P.J. Antsaklis. Supervision Based On Place Invariants: A Survey. *Discrete Event Dynamic Systems*, Vol. 16, 2006, p. 451-492
43. M.V. Iordache, P.J. Antsaklis. *Supervisory Control of Concurrent Systems*. Birkhäuser, Boston, 2006.
44. M.V. Iordache, J.O. Moody, P.J. Antsaklis. A method for the synthesis of liveness enforcing supervisors in Petri nets. In *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, pages 4943–4948, 2001.

45. M.V. Iordache, J.O. Moody, P. J. Antsaklis. Synthesis of deadlock prevention supervisors using Petri nets. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(1):59–68, February 2002.
46. S. Juany, R. Kumar. Decentralized control of discrete event systems with specializations to local control and concurrent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*, 30(5):653–660, 2000.
47. P. Kozák, W. M. Wonham. Fully decentralized solutions of supervisory control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(12):2094–2097, 1995.
48. B.H. Krogh. Controlled Petri nets and maximally permissive feedback logic. In *Proceedings of the 25th Annual Allerton Conference*, University of Illinois, Urbana, pages 317–326, 1987.
49. H. Lamouchi, J. Thistle. Effective control synthesis for DES under partial observations. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 22–28, 2000.
50. Y. Li, W.M. Wonham. Control of vector discrete-event systems I—The base model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(8):1214–1227, 1993.
51. Y. Li, W.M. Wonham. Control of vector discrete-event systems II— Controller synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(3):512–530, 1994.
52. Y. Li, W.M. Wonham. Concurrent vector discrete-event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(4):628–638, 1995.
53. Y. Li, W.M. Wonham. Controllability and observability in the state feedback control of discrete-event systems. In *Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 203–208, 1988.
54. F. Lin, W.M. Wonham. On observability of discrete-event systems. *Information Sciences*, 44(3):173–198, 1988.
55. F. Lin, W.M. Wonham. Decentralized control and coordination of discrete event systems with partial observation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35(12): 1330-1337, 1990.
56. F. Liu, H. Lin. Reliable decentralized supervisory control of discrete event systems with communication delays. In *Proceedings of the 2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 368-373, 2009.
57. J. Lunze. *Automatisierungstechnik*. Oldenburg, Munchen 2003.
58. J. Luo. Decentralized control approach of Petri nets based on net structure decomposition methods. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers and Industrial Engineering*, pages 1560-1567, 2009.
59. J.O. Moody, P.J. Antsaklis. *Supervisory Control of Discrete Event Systems using Petri Nets*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1998.
60. J.O. Moody, P.J. Antsaklis. Petri net supervisors for DES with uncontrollable and unobservable transitions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3):462–476, 2000.

61. J.O. Moody, M.V. Iordache, P.J. Antsaklis. Enforcement of event-based supervisory constraints using state-based methods. In Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, pages 1743–1748, 1999.
62. T. Murata. Petri nets: Properties, analysis and applications. In Proceedings of the IEEE, pages 541–580, 1989.
63. A. Overkamp, J.H. van Schuppen. Maximal solutions in decentralized supervisory control. SIAM Journal of Control and Optimization, 39(2):492–511, 2000.
64. C.A. Petri. Kommunikation mit Automaten. Bonn: Institut für Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM Nr. 2, 1962.
65. J.H. Prosser, M. Kam, H.G. Kwany. Decision fusion and supervisor synthesis in decentralized discrete event systems. In Proceedings of the 1997 American Control Conference, pages 2251–2255, 1997.
66. J.-M. Proth, X. Xie. Petri Nets: A Tool for Design and Management of Manufacturing Systems. John Wiley & Sons, New York, 1997.
67. A. Puri, S. Tripakis, P. Varaiya. Problems and examples of decentralized observation and control for discrete event systems. In Symposium on the Supervisory Control of Discrete Event Systems, 2001. Also in Synthesis and Control of Discrete Event Systems, Kluwer Academic Publishers, pages 1-20, 2002.
68. P.J. Ramadge, W.M. Wonham. The control of discrete event systems. Proceedings of the IEEE, 77(1):81–98, 1989.
69. K. Rudie and J. C. Willems. The computational complexity of decentralized discrete-event control problems. IEEE Transactions on Automatic Control, 40(7):1313–1319, 1995.
70. K. Rudie, S. Lafortune, F. Lin. Minimal communication in a distributed discrete-event system. In Proceedings of the 1999 American Control Conference, pages 1965–1970, 1999.
71. K. Rudie, W. M. Wonham. Think globally, act locally: Decentralized supervisory control. IEEE Transactions on Automatic Control, 37(11):1692–1708, 1992.
72. D.D. Šiljak. Decentralized Control of Complex Systems. Academic Press, 1991.
73. G. Stremersch. Supervision of Petri Nets. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2001.
74. G. Stremersch, R.K. Boel. Reduction of the supervisory control problem for Petri nets. IEEE Transactions on Automatic Control, 45(12):2358–2363, 2000.
75. G. Stremersch, R.K. Boel. Decomposition of the supervisory control problem for Petri nets under preservation of maximal permissiveness. IEEE Transactions on Automatic Control, 46(9):1490–1496, 2001.
76. G. Stremersch, R.K. Boel. Structuring acyclic Petri nets for reachability analysis and control. Discrete Event Dynamic Systems, 12(1):7–41, 2002.
77. S. Takai, S. Kozama. Decentralized state feedback control of discrete event systems. Systems & Control Letters, 22(5):369–375, 1994.

78. S. Takai, T. Ushio. Reliable decentralized supervisory control of discrete event systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B: Cybernetics*, 30(5):661–667, 2000.
79. S. Tripakis. Decentralized control of discrete event systems with bounded or unbounded delay communication. In *6th International Workshop on Discrete Event Systems (WODES'02)*, pages 1-21, 2002.
80. J.H. van Schuppen. Decentralized supervisory control with information structures. In *Proceedings of the International Workshop on Discrete Event Systems (WODES98)*, pages 36–41, 1998.
81. J. Vaníček, M. Papík, R. Pergl, T. Vaníček. *Teoretické základy informatiky*. Alfa Publishing, Praha, 2007.
82. J. Vaníček, M. Papík, R. Pergl, T. Vaníček. *Mathematical Foundations of Computer Science*. Kernberg Publishing, Praha, 2008.
83. K.C. Wong, J.H. van Schuppen. Decentralized supervisory control of discrete-event systems with communication. In *Proceedings International Workshop on Discrete Event Systems (WODES96)*, pages 284–289, 1996.
84. K. Xing, B. Hu, H. Chen. Deadlock avoidance policy for Petri net modeling of flexible manufacturing systems with shared resources. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(2):289–295, February 1996.
85. A. Yakovlev, L. Gomes, L. Lavagno, editors. *Hardware Design and Petri Nets*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 2000.
86. E. Yamalidou, J. Kantor. Modeling and optimal control of discrete-event chemical processes using Petri nets. *Computers and Chemical Engineering*, 15(7):503–519, 1991.
87. E. Yamalidou, J.O. Moody, P.J. Antsaklis, M. D. Lemmon. Feedback control of Petri nets based on place invariants. *Automatica*, 32(1):15–28, 1996.
88. T. Yoo, S. Lafortune. New results on decentralized supervisory control of discrete-event systems. In *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1–6, 2000.
89. T. Yoo, S. Lafortune. A general architecture for decentralized supervisory control of discrete-event systems. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, 12(3):335–377, 2002.
90. L. Zhang, L.E. Holloway. Forbidden state avoidance in controlled Petri nets under partial observation. In *Proceedings of the 33rd Annual Allerton Conference on Communications, Control, and Computing*, pages 146–155, 1995.
91. M. Zhou, K. Venkatesh. *Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems: A Petri Net Approach*. Series in Intelligent Control and Intelligent Automation, Vol. 6, World Scientific Publishing Company, River Edge, NJ, 1999.

7 Seznam užívaných symbolů

Zde jsou uvedeny symboly, které byly v této disertační práci užívány, se stručným výkladem jejich významu.

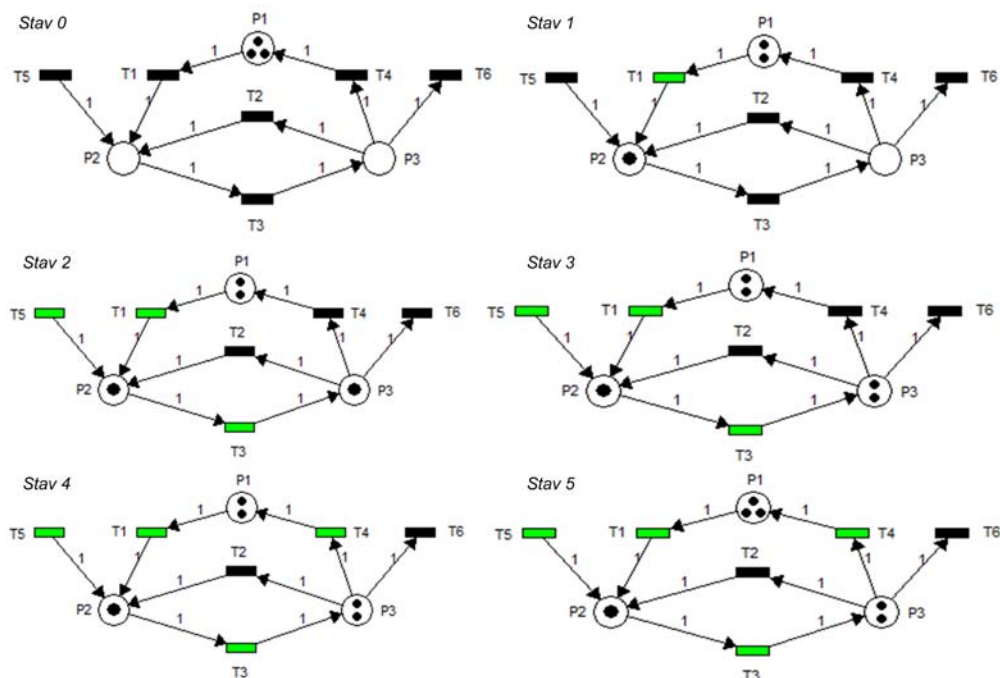
- $\in$ symbol náleží do množiny – „je prvkem“
- $\notin$ opak symbolu $\in$ – nenáleží do množiny – „není prvkem“
- $\emptyset$ prázdná množina – množina, která neobsahuje žádný prvek
- $\cap$ průnik množin – binární operace, výsledek je množina, která obsahuje ty a jen ty prvky, které leží v obou množinách současně
- $\cup$ sjednocení množin – binární operace, výsledek je množina, která obsahuje ty a jen ty prvky, které leží aspoň v jedné z obou množin
- $\setminus$ rozdíl množin – binární operace, výsledek je množina, která obsahuje právě ty prvky, které leží v množině uvedené vlevo od symbolu a neleží v množině vpravo od něj
- $\times$ kartézský součin množin – množina všech uspořádaných dvojic prvků, z nichž první patří do množiny vlevo a druhý do množiny vpravo od symbolu
- $\subseteq$ množinová inkluze – množina vlevo je částí množiny vpravo od symbolu – „je podmnožinou“
- $\supseteq$ množinová inkluze – množina vpravo je částí množiny vlevo od symbolu – „je podmnožinou“
- $\subset$ ostrá množinová inkluze – množina vlevo je vlastní částí množiny vpravo od symbolu – „je vlastní podmnožinou“
- $\supset$ ostrá množinová inkluze – množina vpravo je vlastní částí množiny vlevo od symbolu – „je vlastní podmnožinou“
- () kulaté závorky jsou užívány především: pro vyznačení priorit operací, pro vyjádření uspořádání n-tic či posloupností.
- [] hranaté závorky jsou užívány pro zápis vektorů (často značení Petriho sítě).

$\{ \}$	složené závorky jsou užívány pro popis množiny výčtem jejích prvků
$< >$	špičaté závorky jsou užívány pro označení uzavřeného intervalu reálných čísel,
$\mathbb{N}$	množina všech nezáporných celých čísel, včetně nuly
$\mathbb{N}^+$	množina všech kladných celých čísel
$\mathbb{I}$	množina všech celých čísel
∞	pro vyznačení, že není předepsáno žádné kapacitní omezení míst v Petriho síti
$>$	symbol ostré nerovnosti mezi čísly „ <i>je větší než</i> “
$<$	symbol ostré nerovnosti mezi čísly „ <i>je menší než</i> “
$\geq$	symbol neostré nerovnosti mezi čísly „ <i>je větší nebo rovno než</i> “
$\leq$	symbol neostré nerovnosti mezi čísly „ <i>je menší nebo rovno než</i> “
$+$	znak pro sčítání čísel
Σ	znak pro součet čísel z dané posloupnosti či množiny specifikované indexy tohoto znaku
$\cdot$	tečka dole na řádce – znak pro zřetězení slov nad danou abecedou. Výsledek operace je slovo, které obsahuje znaky slova vlevo od tečky bezprostředně následované znaky vpravo od tečky
$\cdot$	tečka uprostřed řádky – znak pro násobení dvou čísel (někdy bývá vynechávána)
m	přípustné značení Petriho sítě, jde o zobrazení $m: P \rightarrow \mathbb{N}$
m_0	počáteční značení Petriho sítě, jde o jedno z přípustných značení
t	(jako horní index) symbol pro transpozici matic. V práci obvykle užíván pro transformaci sloupkového vektoru na řádkový.

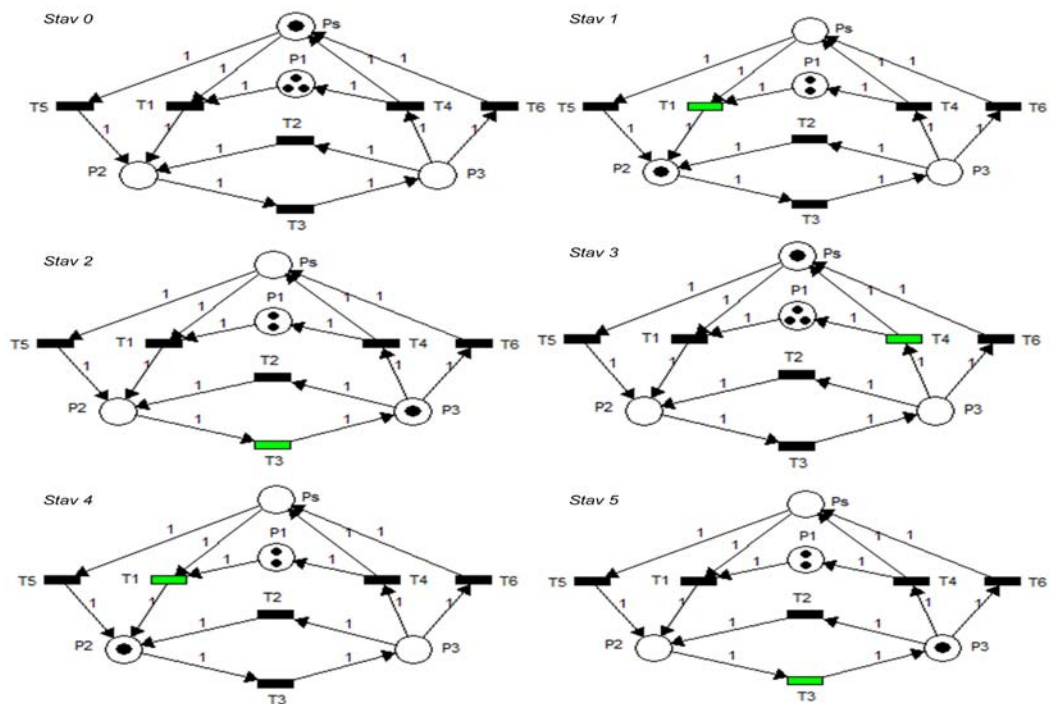
8 Příloha č.1 – Simulace necyklické Petriho sítě

Jde o simulaci k příkladu 2 v podkapitole 4.2.2 pomocí software HPSim, viz. reference [30].

Simulace prvních šesti stavů původního systému bez supervize:



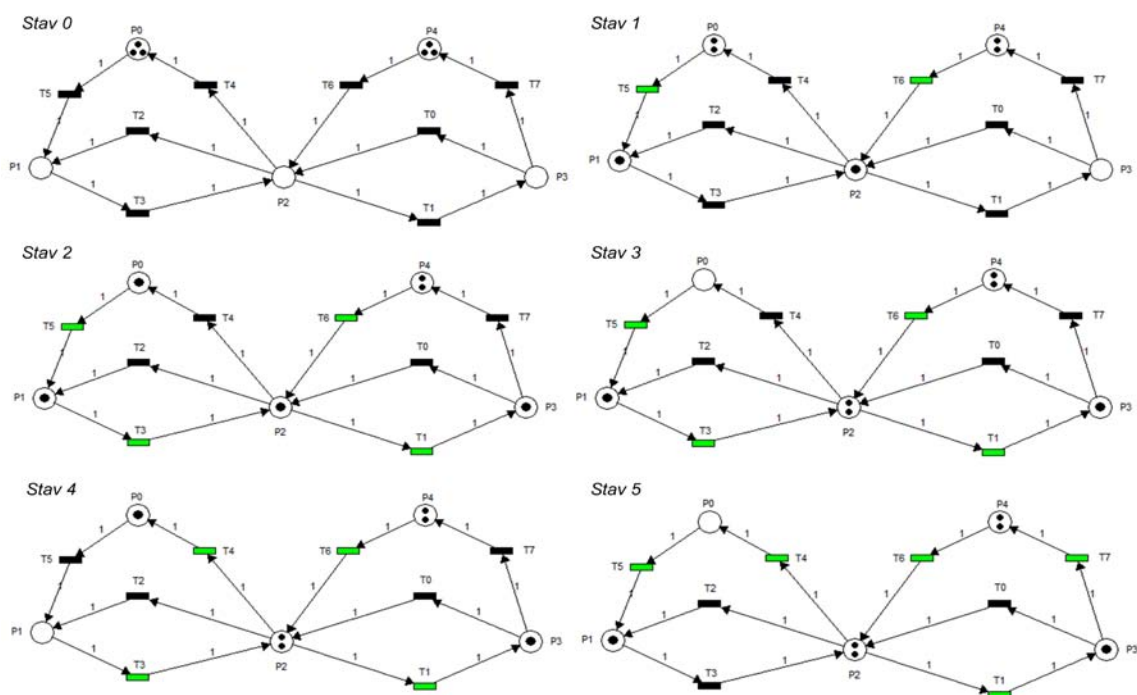
Simulace prvních šesti stavů necyklické Petriho sítě s řízením:



9 Příloha č.2 – Simulace s překrytím subsystémů

Jde o simulaci k příkladu v podkapitole 4.4.2 pomocí software HPSim, viz. reference [30].

Simulace prvních šesti stavů původního systému bez supervize:



Simulace prvních šesti stavů Petriho sítě s překrytím subsystémů a řízením:

