

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Optimalizace s neurčitými daty

Disertační práce

Ing. Tereza Sedlářová Nehézová

Studijní obor: Systémové inženýrství a informatika

Školitel: prof. RNDr. Helena Brožová, CSc.

Odborný konzultant: doc. Ing. Robert Hlavatý, Ph.D.

Na tomto místě bych ráda poděkovala prof. RNDr. Heleně Brožové, CSc. a doc. Ing. Robertu Hlavatému, Ph.D. za odborné konzultace, inspiraci a vedení při zpracování této disertační práce. Současně děkuji všem členům Katedry systémového inženýrství, díky jejichž podpoře a spolupráci tato práce mohla vzniknout, zejména Ing. Romanu Kvasničkovi, Ph.D. Speciální poděkování patří také mé rodině, zejména mému manželovi Honzovi, kterému děkuji za veškerou podporu a trpělivost během mého studia.

Abstrakt

Disertační práce se zaměřuje na návrh a implementaci robustního lineárního programování v oblasti online marketingu, konkrétně při optimalizaci investic do reklamních kampaní. Cílem práce je zvýšení efektivnosti online reklamních kampaní prostřednictvím vytvoření vhodného nástroje, který pracuje s dostupnými daty komplexně a systematicky. V teoretické části je rozpracován koncept robustní optimalizace a online reklamních kampaní a jejich vyhodnocování. Vlastní výzkum se věnuje získávání, zpracování a transformaci dat z online reklamních kampaní, definici klíčových ukazatelů výkonnosti a sestavení optimalizačních podmínek modelu. Na základě toho byly navrženy a implementovány dva robustní lineární modely, které byly následně testovány na případové studii. Výsledky ukazují, že navržené modely umožňují efektivněji řídit marketingové investice a lépe reagovat na nepředvídatelné změny ve výkonnosti kampaní. Práce dále navrhuje strategii implementace těchto modelů v praxi a diskutuje jejich přínos z hlediska rozhodovací podpory v digitálním marketingu.

Klíčová slova: lineární programování, robustní optimalizace, marketing, online reklamní kampaně, rozhodování za nejistoty, matematické modelování, neurčitost v datech, efektivní alokace rozpočtů

Abstract

The dissertation focuses on the design and implementation of robust linear programming in the field of online marketing, specifically in the optimization of investments in advertising campaigns. The aim of the thesis is to increase the effectiveness of online advertising campaigns by developing an appropriate tool that works with available data in a comprehensive and systematic manner. The theoretical part elaborates on the concept of robust optimization as well as on online advertising campaigns and their evaluation. The core research addresses the processes of data acquisition, processing, and transformation from online advertising campaigns, the definition of key performance indicators, and the formulation of model constraints. Based on these foundations, two robust linear models were proposed and implemented, and subsequently tested using a case study. The results show that the proposed models enable more effective management of marketing investments and better responsiveness to unpredictable changes in campaign performance. Furthermore, the dissertation proposes a strategy for the practical implementation of these models and discusses their contribution to decision support in digital marketing.

Keywords: linear programming, robust optimization, marketing, online advertising campaigns, decision-making under uncertainty, mathematical modeling, data uncertainty, efficient budget allocation

Obsah

1	ÚVOD.....	1
2	CÍLE PRÁCE A METODIKA	4
2.1	CÍL PRÁCE	4
2.2	METODIKA	5
2.2.1	<i>Zpracování přehledu odborné literatury</i>	<i>5</i>
2.2.2	<i>Vlastní výzkum</i>	<i>7</i>
2.2.3	<i>Syntéza výsledků, diskuse a závěr.....</i>	<i>8</i>
2.3	VYUŽITÉ NÁSTROJE	9
3	TEORETICKÁ VÝCHODISKA	13
3.1	OPTIMALIZAČNÍ PROBLÉMY	13
3.1.1	<i>Lineární optimalizační problémy.....</i>	<i>14</i>
3.1.2	<i>Metody řešení problémů LP.....</i>	<i>15</i>
3.2	MODELOVÁNÍ NEURČITOSTI.....	17
3.2.1	<i>Stochastické programování</i>	<i>19</i>
3.2.2	<i>Fuzzy programování</i>	<i>20</i>
3.3	ROBUSTNÍ OPTIMALIZACE (RO).....	22
3.3.1	<i>Množiny neurčitosti</i>	<i>23</i>
3.3.2	<i>Formulace obecné a lineární robustní optimalizační úlohy</i>	<i>25</i>
3.4	Γ – robustnost	29
3.5	VÝPOČETNÍ SLOŽITOST LP.....	30
3.6	VÝKONNOSTNÍ MARKETING.....	32
3.6.1	<i>Reklamní platformy</i>	<i>33</i>
3.6.2	<i>Struktura marketingových online kampaní</i>	<i>37</i>
3.7	MĚŘENÍ A VYHODNOCOVÁNÍ ONLINE REKLAMY	40
3.7.1	<i>Nastavení měření.....</i>	<i>43</i>
3.7.2	<i>Atribuce</i>	<i>50</i>

3.7.3	<i>Sběr dat</i>	53
3.7.4	<i>Vyhodnocení – sledované metriky</i>	57
4	VÝZKUMNÉ OTÁZKY	63
4.1	SHRNUTÍ VÝZKUMNÉ MEZERY	63
4.2	DEFINOVANÉ VÝZKUMNÉ OTÁZKY	63
5	NÁVRH PŘÍSTUPU PRO EFEKTIVNÍ INVESTOVÁNÍ DO ONLINE REKLAMNÍCH KAMPAŇÍ	64
5.1	VÝCHODISKA.....	64
5.2	PROCES OPTIMALIZACE INVESTIC DO ONLINE MARKETINGOVÝCH KAMPAŇÍ	66
5.2.1	<i>Intelligence</i>	69
5.2.2	<i>Design</i>	82
5.2.3	<i>Choice</i>	95
5.3	PŘÍPADOVÁ STUDIE	101
5.3.1	<i>Charakteristika subjektu a analýza prostředí</i>	101
5.3.2	<i>Extrakce a transformace dat</i>	105
5.3.3	<i>Výpočet a realizace výsledných doporučení</i>	112
6	DISKUSE	123
7	ZÁVĚR	128
8	SEZNAM LITERATURY	130
9	SEZNAM OBRÁZKŮ	153
10	SEZNAM TABULEK	153
11	SEZNAM GRAFŮ	154
12	SEZNAM ZKRATEK	155
13	SEZNAM VELIČIN	156
14	PŘÍLOHY	158
14.1	DATOVÉ SADY	158
14.2	SQL DOTAZY	164
14.3	SCRIPTY PYTHON	170

1 Úvod

Nástroje digitálního marketingu se staly klíčovým nástrojem pro oslovování nových i stávajících zákazníků firem. S rozvojem technologií, nárůstem online platforem a změnou zákaznického chování došlo v marketingu k zásadnímu posunu – od masového cílení v tradičních médiích ke stále přesnějším a personalizovanějším formám reklamy. Digitální prostředí umožňuje detailní sledování interakcí uživatelů s obsahem, a tím poskytuje firmám obrovské množství dat, která mohou být využita pro optimalizaci kampaní. Mezi klíčové oblasti digitálního marketingu patří výkonnostní marketing, který se zaměřuje na měřitelné výsledky, přesné cílení a efektivní investování reklamních rozpočtů na základě sesbíraných dat.

Výkonnostní marketing se odlišuje od tradičních přístupů tím, kromě toho že probíhá výhradně online, že primárním kritériem jeho úspěšnosti není pouze viditelnost značky či dosažení širokého publika, ale konkrétní a kvantifikovatelné výstupy, jako jsou konverze, návratnost investic (ROI) či cena za akvizici zákazníka (CPA), které je inherentně schopen sledovat a měřit. Využití online reklamních platforem, jako jsou Google Ads, Meta Ads, a nástrojů jako Google Analytics 4, umožňuje firmám detailně analyzovat efektivitu kampaní a optimalizovat je v reálném čase. Tato daty řízená povaha výkonnostního marketingu poskytuje příležitost ke značnému zlepšení efektivity reklamních výdajů, avšak zároveň přináší výzvy spojené s interpretací a využitím dostupných dat pro rozhodovací procesy.

Přestože jsou v této oblasti k dispozici rozsáhlé datové zdroje, které pokrývají různé aspekty chování uživatelů a efektivity kampaní, jejich plný potenciál není vždy efektivně využit. Hlavním problémem je absence systematického přístupu k rozhodování o alokaci rozpočtů a optimalizaci kampaní, což vede ke ztrátám efektivity a neoptimálnímu využití marketingových investic.

Ve většině případů je pojem "optimalizace" v marketingové praxi chápán jako dílčí úpravy reklamních kampaní, například změna vizuální kreativy, úprava cílové skupiny či manuální přerozdělení rozpočtu na základě jedné konkrétní metriky (např. Cost per Action, Click Through Rate, nebo Return on Ad Spent). Tyto přístupy však často postrádají systematický přístup a jsou založeny spíše na zkušenostech jednotlivých marketingových specialistů než na skutečných optimalizačních metodách v matematickém smyslu.

Matematická optimalizace je oproti tomu formální proces, jehož cílem je nalézt nejlepší možné řešení v rámci definovaných omezení a vztahů mezi proměnnými. Místo manuálních zásahů či přizpůsobování jednotlivých parametrů se optimalizační model snaží maximalizovat nebo minimalizovat určitou cílovou funkci, přičemž bere v úvahu všechny dostupné požadavky a omezení, a vzájemné vztahy mezi proměnnými.

Přestože pokročilé optimalizační metody mohou zásadně zlepšit proces rozhodování, jejich široké využití v marketingové praxi je často omezováno dvěma hlavními faktory. Prvním je složitost implementace – mnoho existujících optimalizačních modelů vyžaduje pokročilé znalosti matematiky a programování, což limituje jejich přijetí mezi marketingovými specialisty. Druhým faktorem je nízká uživatelská přívětivost – analytické nástroje často nejsou koncipovány s ohledem na uživatelskou zkušenost marketérů, což vede k jejich nízké adopci v praxi.

Výsledkem je, že i přes dostupnost velkého množství dat zůstává rozhodování v mnoha případech intuitivní a reaktivní, místo aby bylo systematicky řízené na základě formálních optimalizačních metod.

Hlavním problémem tedy není nedostatek dat, ale absence vhodných a uživatelsky intuitivních nástrojů, které by zpřístupnily matematickou optimalizaci v marketingovém rozhodování. Pro dosažení vyšší efektivity při plánování investic do online reklamních kampaní je proto nezbytné zavést systematický přístup, který umožní racionální alokaci rozpočtů na základě daty podložených rozhodnutí.

Jedním z takových vhodných nástrojů, je lineární programování (LP). Tento přístup umožňuje formálně definovat cílovou funkci a omezení, na jejichž základě lze nalézt optimální rozložení rozpočtu mezi jednotlivé kampaně tak, aby byly splněny stanovené výkonnostní cíle.

Klasické metody lineárního programování nemusí být vždy vhodným nástrojem vzhledem k variabilitě marketingových dat. Marketingové prostředí se vyznačuje proměnlivostí a vysokou mírou neurčitosti, která vyplývá například z fluktuace uživatelského chování, sezónnosti či nepředvídatelných změn na trhu. Proto je nezbytné rozšířit optimalizační přístupy o techniky, které umožní zohlednit neurčitost vstupních parametrů a zajistit, že navržené rozhodnutí bude použitelné i v případě odchylek od predikovaných hodnot.

Tato práce je zaměřena na návrh robustního lineárního modelu pro podporu rozhodování ve výkonnostním marketingu. Navržený model umožňuje efektivní alokaci rozpočtu s ohledem na nejistotu vstupních dat. Zároveň využívá snadno dostupná data, která vyžadují minimální úpravu. Důraz je kladen na praktičnost a snadnou implementaci do praxe, jelikož přijímání nových analytických nástrojů, jenž vyžadují alespoň základní znalosti, je v marketingové praxi často omezeno jejich složitostí a nízkou uživatelskou přívětivostí.

Autorka této práce se dlouhodobě věnuje problematice implementace robustních aspektů do úloh lineárního programování a profesně se specializuje na výkonnostní marketing. Výsledky výzkumu prezentované v této práci ukazují, že propojení těchto dvou oblastí přináší významné přínosy pro efektivní rozhodování v marketingové praxi. Cílem této práce je tedy nejen rozšířit metody robustního lineárního programování v kontextu výkonnostního marketingu, ale také nabídnout prakticky aplikovatelný nástroj, který umožní marketingovým specialistům systematicky a efektivně pracovat s daty při plánování kampaní.

2 Cíle práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem práce je zvýšení efektivnosti online reklamních kampaní prostřednictvím vytvoření vhodného přístupu, který pracuje s dostupnými daty.

Hlavního cíle bude dosaženo splnění čtyř dílčích cílů:

1. Definice klíčových parametrů efektivního financování online reklamních kampaní

Cílem je identifikace klíčových parametrů, které vycházejí z definované problémové situace jako jsou cílové skupiny, cíle kampaně, očekávaná rizika spojená s neurčitostí v prostředí online reklam. Formulace problému je nezbytným základem pro následné návrhy modelů a dílčích postupů.

2. Sběr potřebných dat a jejich transformace

Zdroje dat potřebných pro modelování jsou heterogenní a zahrnují historická data o kampaních, demografické a behaviorální údaje o cílové skupině či metriky výkonnosti. Dílčím cílem je návrh metod pro sběr těchto dat, jejich čištění, úpravu a transformaci do strukturované podoby, která bude vhodná pro použití v optimalizačním modelu.

3. Model pro optimalizaci investic do reklamních online kampaní založeného na lineární robustní optimalizaci

Třetím cílem je navržení matematického modelu, který umožní efektivní alokaci finančních zdrojů do jednotlivých kampaní. Model bude zohledňovat neurčitost v prostředí online reklamy, například variabilitu dosahu kampaní nebo počtu generovaných konverzí, a zajistí rovnováhu mezi robustností řešení a jeho výkonností.

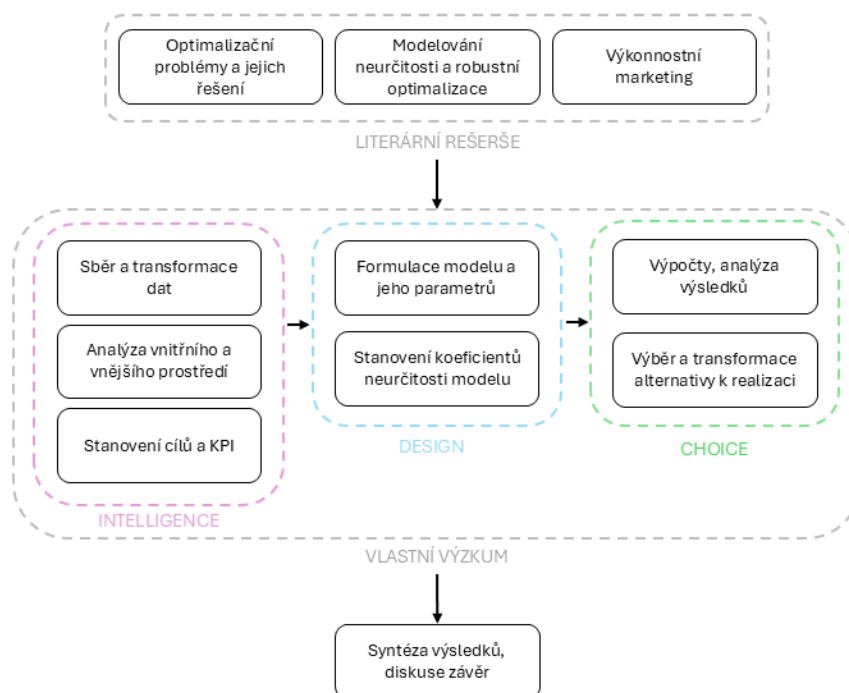
4. Postup interpretace výsledků a jejich implementace

Čtvrtým cílem je vytvořit postup pro interpretaci výsledků optimalizačního modelu, testování různých scénářů a jejich převedení do konkrétní implementační podoby. Postup zahrne kroky od analýzy výstupů, přes vyhodnocení scénářů až po přípravu výsledků pro praktické využití v kampaních. Důraz bude kladen na srozumitelnost a praktickou

využitelnost, aby byl proces efektivně aplikovatelný i datovými a marketingovými analytiky, kteří pravidelně pracují s daty z online reklamních kampaní.

2.2 Metodika

K dosažení stanovených cílů bude následován metodický postup rozdělený do několika částí, které jsou detailněji popsány níže.



Obrázek 1 Schéma metodiky práce

2.2.1 Zpracování přehledu odborné literatury

První část práce bude obsahovat přehled stavu zkoumané problematiky a teoretických východisek nezbytných pro realizaci vlastního výzkumu.

Literární přehled slouží k prozkoumání současného stavu a teoretických východisek zkoumané problematiky. Získané poznatky budou sloužit jako základ pro vlastní výzkum a návrh modelů založených na robustním lineárním programování, které budou použity v oblasti výkonnostního marketingu jako nástroj pro podporu rozhodování.

A. Optimalizační problémy

Literární rešerše bude začínat kapitolou věnovanou optimalizačním problémům, ve které budou rozebrány teoretické základy matematické optimalizace a její aplikace v různých oblastech. Tato kapitola bude rozdělena na několik podkapitol, které se postupně budou věnovat specifickým typům optimalizačních problémů a metodám jejich řešení. Prostor bude věnován zejména lineárním optimalizačním problémům, včetně základních konceptů lineárního programování a formulace problémů. Dále budou stručně popsány různé algoritmické přístupy k řešení lineárních optimalizačních problémů, včetně simplexové metody, metody vnitřních bodů a dalších pokročilých technik.

B. Modelování neurčitosti

Podstatnou částí bude kapitola věnovaná modelování neurčitosti a různým technikám, které se prací s neurčitostí zabývají a to:

- stochastické programování,
- fuzzy programování,
- robustní optimalizace.

Robustní optimalizaci, jelikož bude využita v části vlastního výzkumu, je věnována samostatná kapitola. Ta bude obsahovat základní východiska a formulace robustních optimalizačních úloh vč. různých přístupů, a relevantní typy neurčitých množin používaných v robustní optimalizaci.

Největší prostor bude věnován tzv. Γ -robustnosti, konceptu, který umožňuje flexibilní kontrolu vyváženosti mezi hodnotou účelové funkce a robustností modelu. Tento přístup bude detailně popsán, protože na něm budou postaveny přístupy ve vlastní části výzkumu.

Pozornost bude věnována také výpočetní složitosti optimalizačních problémů a jejich praktickým implikacím. Popsány budou stručné teoretické základy a praktické aspekty, které ovlivňují výpočetní náročnost řešených optimalizačních úloh.

C. Výkonnostní marketing

Kapitola věnovaná výkonnostnímu online marketingu se zaměří na různé online reklamní platformy a jejich specifika, popíše hlavní hráče na trhu, jako jsou *Google Ads* a *Meta Ads*. Dále bude popsána struktura a princip fungování online marketingových kampaní.

Dále bude prostor věnován měření a vyhodnocování výkonnostního marketingu, a to sice celý proces od nastavení měření přes relevantních výběr metrik až po jejich vyhodnocení. Jsou také detailně popsány klíčové metriky používané k hodnocení úspěšnosti digitálních marketingových aktivit, jako jsou konverzní poměry, návratnost investic (ROI) a další.

Výsledky literární rešerše budou využity k formulaci konkrétních výzkumných otázek, které budou zkoumány v praktické části disertační práce.

2.2.2 Vlastní výzkum

Vlastní výzkum je strukturován podle fází rozhodovacího procesu dle (Simon 1977) *Intelligence, Design, Choice a Implementation*. Obsah a činnosti v jednotlivých fázích jsou popsány níže.

A. *Intelligence*

První část se zaměřuje na vymezení problému a shromáždění potřebných dat a informací, které budou využity pro činnosti v navazujících fázích. Mezi hlavní aktivity této fáze patří

- analýza prostředí,
- identifikace cílů,
- sběr historických dat a jejich čištění a transformace.

Analýza prostředí se zaměří jak na vnitřní (požadavky, omezení, technické zabezpečení) tak na vnější prostředí (konkurence, cílové skupiny, charakteristika trhu, a další).

Identifikace cílů se bude soustředit na stanovení měřitelných a realistických cílů kampaně, včetně určení klíčových ukazatelů výkonnosti (KPI), které umožní následné vyhodnocování.

Následovat bude sběr historických dat, kde bude specifikováno, z jakých datových zdrojů a pomocí jakých nástrojů budou potřebná data získána. Obsaženy budou také konkrétní kroky čištění a transformace dat tak, aby byly použitelné pro následující fáze.

B. Design

V této fázi bude zformulován samotný model lineárního programování založený na robustní optimalizaci. Na základě dat a informací získaných v předchozí fázi budou stanoveny následující parametry modelu:

- rozhodovací proměnné – kampaně, které budou předmětem optimalizace,
- parametry modelu –požadované míry počtu impresí, dosažených konverzí a dalších stanovených parametrů podstatných pro vyřešení problémové situace
- povaha kriteriální funkce,
- neurčitost modelu –které koeficienty budou uvažovány jako nejisté, a scénáře, které budou testovány.

C. Choice

Následovat budou výpočetní experimenty s navrženým modelem, jež budou založeny především na testování různých robustních scénářů, které umožní zkoumat jejich dopad na dosažení stanovených cílů a KPI. Na základě těchto výpočtů proběhne vyhodnocení výsledků jednotlivých scénářů a jejich srovnání s očekávanými cíli. Následně dojde k výběru nejvhodnější alternativy k realizaci.

Závěr fáze Choice se zaměří na transformaci výsledků vybrané alternativy do praktické implementační podoby. Výstupem budou jasné instrukce pro rozhodovatele, které specifikují distribuci rozpočtu mezi jednotlivé kampaně na základě výsledků modelu.

2.2.3 Syntéza výsledků, diskuse a závěr

V závěrečné části práce bude provedena syntéza dosažených výsledků a vyhodnocení přínosů navrženého přístupu ve srovnání s existujícími koncepty a přístupy uvedenými v literatuře. Diskuse bude strukturována do dvou pohledů – jednak zhodnocení praktické aplikovatelnosti robustního lineárního programování v podmínkách výkonnostního marketingu, jednak vymezení originality zvoleného řešení ve vztahu k dosavadním přístupům v oboru.

Pozornost bude věnována jak výhodám navrženého přístupu, zejména s ohledem na jeho flexibilitu a praktickou aplikovatelnost, tak i jeho omezením a oblastem, které vyžadují další výzkum. Cílem této části nebude jen kritické zhodnocení metodického postupu, ale

také poukázání na skutečnost, že i ve zdánlivě dobře prozkoumaném oboru, jako je optimalizace a svět online reklamních kampaní, existuje prostor pro inovativní přístup, který propojuje matematické modelování s praktickými potřebami oboru. Tento přístup, ač vychází z teoretických základů, je navržen s důrazem na realitu marketingové praxe – a právě tato kombinace může představovat jeho největší přínos.

2.3 Využité nástroje

V jednotlivých fázích budou využity různé softwarové nástroje pro získání a zpracování dostupných dat a pro výpočty. Jmenovitě jde o dotazovací jazyk SQL běžící v prostředí *Google Big Query* (BQ) a programovací jazyk *Python* v prostředí *Jupyter Notebook*.

A. *Google BigQuery* / SQL

Prvotní extrakce pro data z *GoogleAnalytics4* (GA4) a *Google Ads*(GAds) je provedena v *Google BigQuery* (BQ) pomocí SQL. Data z kampaně *Meta* budou získána přímo z webové aplikace, následně exportována do BQ.

Data získaná z výše jmenovaných platforem zahrnují různé metriky a ukazatele, které budou v průběhu jejich získání a zpracování jasně specifikovány. Každý zdroj má specifické formáty a datové typy, které budou detailně popsány.

Ačkoli vedle *Meta*, *GA 4* a *GAds* existuje nespočet dalších platforem, tato práce se věnuje zejména sběru dat z těchto tří. Důvodem je jejich dominantní podíl na trhu (Statista 2024; 2023). Principy popsané v této práci jsou ovšem aplikovatelné i na další platformy s minimální nutností úprav. Stejně tak použité nástroje jsou univerzálně aplikovatelné.

Google BigQuery je vysoce škálovatelná a plně spravovaná datová skladová služba vyvinutá společností Google, která umožňuje rychlé zpracování a analýzu velkých objemů dat. Uživatelům umožňuje provádět SQL dotazy nad rozsáhlými datovými sadami s vysokou rychlostí a efektivitou, aniž by bylo nutné se starat o infrastrukturu a správu serverů. BQ využívá masivní paralelní zpracování (MPP) k provádění velmi rychlých dotazů a díky své integraci s dalšími nástroji *Google Cloud*, jako jsou *GA4* a *Google Data Studio*, umožňuje snadné získávání, zpracování a vizualizaci dat.

Volba *Google BigQuery*, jenž implikuje i volbu SQL pro práci s datovými sadami, byla učiněna z několika důvodů:

- **Kompatibilita:** *Google BigQuery* nativně podporuje SQL jako dotazovací jazyk. Díky tomu je kompatibilní s širokou škálou zdrojů dat a aplikací.
- **Standardní nástroj pro dotazování databází:** SQL je průmyslovým standardem pro práci s databázemi a datovými sklady.
- **Rozšířenost a obecná znalost:** SQL je běžně používaný nástroj mezi datovými analytiky a vývojáři, což usnadňuje nejen jeho použití, ale i spolupráci mezi různými členy týmu a možnost sdílení výsledků a postupů.
- **Sjednocení zpracování dat:** Použití SQL pro všechny platformy zajišťuje jednotný přístup k transformaci a analýze dat, což zjednodušuje správu datových toků a umožňuje konzistentní analýzu napříč různými zdroji.

B. Python

Implementace navrženého modelu, výpočty a drobné úpravy dat budou provedeny pomocí programovacího jazyka *Python* a vhodně zvolených knihoven, zejména *Pandas*, *NumPy* a *PuLP*.

Python je flexibilní vysokoúrovňový programovací jazyk, který je široce používán pro vědecké a technické účely díky své jednoduché a čitelné syntaxi, bohaté kolekci knihoven pro datovou analýzu a vědecké výpočty. Díky aktivní komunitě a široké podpoře je snadné najít zdroje a případná potřebné návody pro řešení problémů.

Volba jazyka *Python* byla učiněna z následujících důvodů:

- **Jednoduchost a čitelnost:** *Python* má jasnou a srozumitelnou syntaxi.
- **Výběr knihoven a ekosystém:** *Python* má rozsáhlou sadu knihoven a frameworků. Pro lineární programování a datovou analýzu jsou dostupné knihovny jako *NumPy*, *Pandas*, *Matplotlib*, *SciPy*, *GurobiPy* a *PuLP*.
- **Interaktivní prostředí:** Nástroje jako *Jupyter Notebook* poskytují interaktivní prostředí pro psaní a spouštění kódu simultánně s dokumentací.

- **Komunita a podpora:** *Python* je široce rozšířený programovací jazyk, který má velkou a aktivní komunitu. Díky tomu je zajištěn přístup k rozsáhlým zdrojům, podrobné dokumentaci a četným fórům, kde lze získat pomoc při řešení problémů.

Veškeré výpočty v této práci provedené v jazyce *Python* předpokládají import následujících knihoven:

- ***Pandas*:** Knihovna pro manipulaci s daty, která nabízí datové struktury a operace pro manipulaci s číselnými tabulkami a časovými řadami. Je prakticky nezbytná pro zpracování a analýzu dat před jejich použitím (pandas via NumFOCUS, Inc. 2024).
- ***NumPy*:** Základní knihovna pro numerické výpočty v *Pythonu*. Poskytuje podporu pro práci s velkými poli a maticemi (NumPy team 2024).
- ***PuLP*:** Knihovna umožňuje řešení lineárních problémů a napojení různých solverů (například *Gurobi Optimizer*, jenž je považován za jeden z nejrychlejších (GUROBI OPTIMIZATION, LLC 2024), které řeší rozličné typy optimalizačních úloh (Peschiera 2024). Výchozím solverem použitým v této práci je *COIN-OR Branch and Cut Solver* (CBC) (COIN-OR Foundation 2016).
- ***Matplotlib* a *Seaborn*:** Knihovny pro vizualizaci dat (Hunter et al. 2024; Waskom 2021).

Existuje řada alternativ, které nabízejí podobné funkcionality a jsou v praxi široce využívány, a podporují SQL i Python. Jejich volba tak přispívá k využitelnosti a aplikovatelnosti v praxi.

Oblíbený je např. nástroj Keboola, který je znám svou schopností integrace a automatizace datových procesů. Jedná se o cloudovou platformu, která umožňuje firmám snadno spravovat, analyzovat a integrovat data z různých zdrojů. Lze ji využívat v režimu Pay as You Go¹ (Keboola 2024).

¹ Schéma "Pay as You Go" (PAYG) je model, při kterém uživatelé platí pouze za skutečně využité služby nebo zdroje. Tento přístup je často využíván v oblasti cloud computingu a telekomunikací, kde je účtováno na základě objemu dat, počtu operací nebo doby používání. Výhodou tohoto modelu je flexibilita

Mezi výhody Kebooly se řadí podpora jazyka SQL díky integraci Snowflake databáze, dokáže pracovat se skripty v jazyce Python, a také disponuje mnoha konektory do různých nástrojů a platforem, což zahrnuje databáze, aplikace a další datové služby. Tyto konektory umožňují uživatelům jednoduše propojit své datové zdroje a nastavit automatizované procesy pro získávání a zpracování dat. Tento přístup usnadňuje tvorbu složitých datových workflow, která mohou zahrnovat ETL² procesy, datovou transformaci a analytiku.

Keboola nebyla vybrána jako vhodné řešení, protože její počáteční konfigurace a integrace některých datových zdrojů jsou složitější než práce s BigQuery. Navíc Google Analytics 4 nabízí přímou integraci s BigQuery, což umožňuje okamžité dotazování nad datovými zdroji bez nutnosti další integrace. Z těchto důvodů bylo rozhodnuto využít BigQuery jako efektivnější alternativu.

Proces navržený v této práci je vzhledem k použitým nástrojům snadno aplikovatelný i za využití jiných platforem, nejen Keboola. Implementace procesu v prostředí Kebooly by měla přínos zvláště v případě, že firma potřebuje nebo z nějakého objektivního důvodu chce celý proces automatizovat. Nebo v případě, že již datová infrastruktura firmy je s Keboolou integrována.

a možnost snížení nákladů, protože uživatelé neplatí za nevyužité kapacity. PAYG model umožňuje škálování služeb podle aktuálních potřeb a je oblíbený pro svou transparentnost a efektivitu v řízení nákladů.

² Extract, Transform, Load nástroje, respektive softwarové aplikace se používají k integraci, zpracování a přesunu dat z různých zdrojů do finální destinace. Tento proces obsahuje 3 hlavní kroky – extrakci, transformaci (čištění, normalizaci a transformaci) a nahrání. A konci procesu jsou transformovaná data nahrána do cílového skladu, často datového skladu nebo databáze.

3 Teoretická východiska

Teoretická východiska zahrnují zdroje znalostí využité pro realizaci vlastního výzkumu v oblasti využívání optimalizačních modelů s neurčitými daty jako nástroje pro podporu strategického a taktického rozhodování v oblasti výkonnostního marketingu.

Je zahrnuta také problematika marketingu, a to zejména oblast výkonnostního marketingu v online prostoru a jeho analýza, která je nedílnou součástí všech online marketingových aktivit.

3.1 Optimalizační problémy

Cílem optimalizačních problémů je nalézt takovou konfiguraci hodnot proměnných, která splňuje zadané podmínky a účelová funkce má optimální hodnotu – z matematického hlediska nalézt extrém funkce (optimum), který splňuje zvolená omezení. Mezi prvními autory, kteří se věnovali problematice matematického programování a optimalizaci byli Hitchcock (1941), Koopmans (1949), Kantorovich (1960) nebo Dantzig (1963).

Matematické programování představuje klíčový nástroj pro podporu rozhodování a je široce využíváno v situacích, kdy je cílem identifikovat řešení, které je možné popsat matematickou funkcí. Optimalizační problémy obecně dělíme do dvou skupin podle charakteru proměnných:

- **problémy se spojitými proměnnými**, u nich je cílem nalézt řešení na množině reálných čísel.
- **problémy s diskrétními proměnnými**, tj. kombinatorické problémy.

V případě kombinatorických problémů je cílem najít řešení na množině celých čísel. Toto řešení může reprezentovat graf, permutaci nebo jinou spočítanou množinu. (Papadimitriou a Steiglitz. 1998; Vanderbei 2014).

Obecně lze definovat optimalizační problém takto:

$$\min f(x)$$

s. t.

$$g_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, m \quad (3.1)$$

kde $f(x)$ a $g_i(x)$ jsou obecné funkce proměnné $x \in \mathbb{R}^n$.

Postupy pro nalezení řešení jsou většinou iterační povahy. Jestliže je $f(x)$ konvexní, $g_i(x)$ konkávní, jedná se o tzv. problém konvexního programování. Tento typ úlohy má zásadní výhodu: lokální optimum vždy implikuje globální optimum (Papadimitriou a Steiglitz 1998).

Při hledání optimálního řešení je zásadní zajistit, že nalezené řešení splňuje všechny omezující podmínky a zároveň je skutečně optimální. Jednou z metod, jak toho dosáhnout, je použití Karush-Kuhn-Tuckerových (KKT) podmínek, které zobecňují klasické Lagrangeovy multiplikátory: zatímco Lagrangeovy multiplikátory jsou využitelné pro úlohy s rovnicemi, KKT podmínky umožňují řešit i úlohy s nerovnicemi ($\leq, \geq$). Zahrnují systém rovnic a nerovnic, které zahrnují gradient cílové funkce, gradienty omezení a podmínky komplementarity, jež zajišťují splnění omezení.

Ačkoliv jsou KKT podmínky důležitým nástrojem v teorii optimalizace, jejich přímé využití v praxi může být omezené. Jejich řešení může být výpočetně náročné, zvláště u velkých nebo složitých nelineárních úloh. Proto jsou dnes v praxi často upřednostňovány efektivnější numerické metody, například iterativní algoritmy.

Jestliže je třída problémů omezena požadavkem, že f a g_i jsou lineární funkce, jedná se o oblast problémů lineárního programování. Hledání optimálního řešení se v tomto případě redukuje na hledání z konečné množiny přípustných bázeických řešení, a tedy jej můžeme nazývat kombinatorický. Konečná množina přípustných bázeických řešení je množinou vrcholů konvexního polytopu, který je definovaný lineárními omezeními. Protože se tato práce věnuje aplikaci lineárních optimalizačních problémů, uvažujeme všechny dále uvedené funkce za lineární, není-li uvedeno jinak.

3.1.1 Lineární optimalizační problémy

Lineární optimalizace, jinak také lineární programování (LP), je jedním z oborů operačního výzkumu a věnuje se řešení problémů, které lze formulovat pomocí lineárních vztahů. LP hraje klíčovou roli v mnoha průmyslových a ekonomických aplikacích, vč. logistiky, plánování výroby nebo financí.

Obecně lze model LP lze zapsat takto:

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
& \text{s. t.} \\
& \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; i = 1, \dots, m \\
& x_j \geq 0, j = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.2}$$

kde x_j jsou rozhodovací proměnné, c_j jsou koeficienty účelové funkce, a_{ij} koeficienty matice $\mathbf{A}$, a b_i pravé strany modelu.

Minimalizační a maximalizační funkce mezi sebou lze libovolně převádět bez újmy na obecnosti. Algoritmy, které jsou definovány pro problém $\min f(x_1, \dots, x_n)$ lze využít i pro $\max f(x_1, \dots, x_n)$. Podmínky jsou z praktického hlediska preferovány typu $\leq$, přičemž převod jednotlivých typů podmínek mezi sebou je triviální. Opomenuty nesmí být také podmínky nezápornosti proměnných, které jsou důležité pro řešitelnost algoritmů (Vanderbei, 2014).

3.1.2 Metody řešení problémů LP

Metody pro řešení problémů LP jsou téměř vždy ve své podstatě iterační, jejichž konvergence se však v závislosti na typu metody může lišit. Existuje celá škála metod pro řešení lineárních optimalizačních problémů a mezi nejčastěji využívané se řadí simplexový algoritmus (SA) G.B. Dantziga (1963), který nalezne optimální řešení LP, pokud existuje, v konečném počtu kroků. Je založen na principu iterativního procházení vrcholů konvexního polytopu, jenž je definován množinou lineárních rovností a nerovností. V každé iteraci algoritmus vychází z aktuálního bazického řešení (vrcholu polyedru) a hledá směr k vrcholu, ve kterém by hodnota kriteriální funkce může nabývat lepší hodnoty. Tento krok se opakuje, dokud algoritmus nenarazí na vrchol, kde již není možné nalézt lepší hodnotu kriteriální funkce, za předpokladu, že optimální řešení existuje.

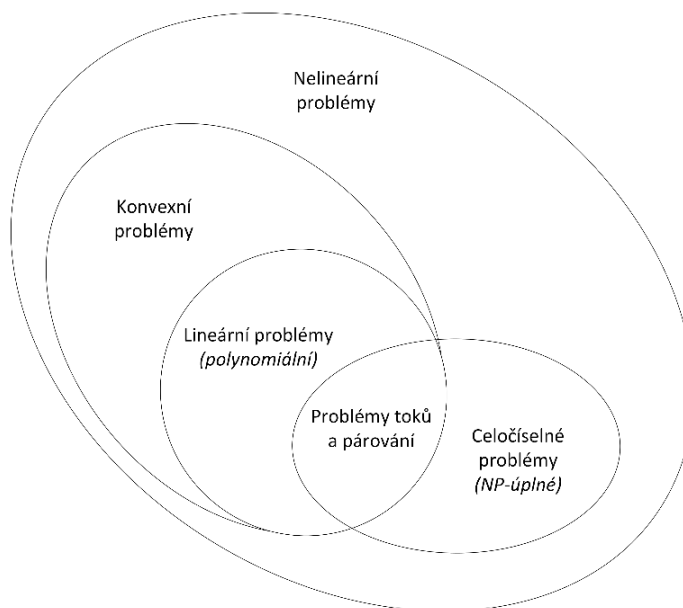
V současné době lze SA řešit problémy se stovkami i tisíci proměnných poměrně běžně a efektivně (Mamalis a Perlitis 2022; Hall 2024). Jedná se o klasický nástroj pro řešení lineárních programovacích úloh, avšak bylo prokázáno, že v některých specifických

případech může počet kroků nutných k nalezení optimálního řešení exponenciálně narůstat a SA se tak stává neefektivním.

Nástrojem pro řešení složitějších problémů je elipsoidový algoritmus pro lineární problémy (Khachiyan 1979), neboť dokáže garantovat nalezení optimálního řešení v polynomiálním čase relativně k velikosti vstupního problému. Elipsoidový algoritmus tedy poskytuje alternativu pro řešení úloh LP, které jsou mimo dosah efektivního zpracování pomocí SA (Alevras Dimitris a Padberg Manfred W. 2001). Příchod elipsoidového algoritmu nejenže rozšířil pole možností v optimalizační teorii, ale také vedl k návrhu dalších metod, jako je metoda vnitřních bodů (Karmarkar 1984). Její implementace je v praktických problémech snazší a její praktická výpočetní rychlost je výhodnější (Boyd a Vandenberghe 2009; Bertsimas a Tsitsiklis 1998)

Některé typy optimalizačních problémů, jako problémy maximálního toku a maximálního párování, lze řešit dokonce rychleji než obecné lineární optimalizační problémy. Na druhé straně, některé s nimi související problémy se zdají být obecně v polynomiálním čase neřešitelné. Například problém nejkratší cesty má výpočetní složitost $O(n^2)$, kde n je počet vrcholů v grafu. Oproti tomu problém obchodního cestujícího, jehož matematickou formulaci lze nalézt například v (Monnot a Toulouse 2014) nebo (Osaba et al. 2020), je NP-úplnou úlohou, které jsou obecně považovány za neřešitelné v polynomiálním čase.

Je však třeba zdůraznit, že i u lineárního programování se situace zásadně mění, pokud jsou zavedena pro řešení potřebné požadavky celočíselnosti. Přidání těchto podmínek zvyšuje výpočetní náročnost problému natolik, že spadá do oblasti NP-těžkých problémů. Pro tyto úlohy dosud nebyl objeven žádný optimalizační algoritmus, který by je dokázal efektivně řešit v polynomiálním čase. To ilustruje, jak zásadní vliv mohou mít na složitost problému zdánlivě malé změny v definici podmínek (Vanderbei 2014).



Obrázek 2 Hierarchie optimalizačních problémů (Papadimitriou a Steiglitz. 1998)

Pro řešení celočíselných a dalších NP-úplných úloh, ne však výhradně, je často využívána metoda Branch and Bound (B&B). Tato metoda, ať již ve své základní podobě nebo v různě modifikovaných verzích, je součástí celé řady moderních solverů, například (Gurobi Optimization LLC 2020) nebo COIN CBC (COIN-OR Foundation 2016).

Metoda B&B spočívá v systematickém procházení a dělení (branch) prostoru přípustných řešení na menší podprostory. Pro každou větev jsou následně stanovovány meze (bound), které slouží k odhadu optimální hodnoty účelové funkce v dané části prostoru řešení. Při maximalizaci, pokud je horní mez některého podproblému nižší než hodnota dosud nejlepšího nalezeného řešení, lze tento podproblém z procesu vyřadit. Naopak při minimalizaci vyřadíme podproblém tehdy, když jeho dolní mez převyšuje hodnotu aktuálně nejlepšího řešení. V obou případech totiž vyřazený podprostor nemůže obsahovat optimální řešení celého problému. Tímto způsobem metoda postupně zužuje prostor hledání až najde řešení optimální, nebo dokud není prostor všech možných řešení plně prozkoumán (Buchheim et al. 2016; Gupta a Ravindran 1985).

3.2 Modelování neurčitosti

Optimalizační modely jsou obvykle založeny na předpokladu, že veškeré jejich parametry jsou přesně známy, tj. mají přesně známou nominální hodnotu. To však není vždy pravidlem a v reálném světě se vyskytuje nespočet situací, kdy přesná data nejsou

k dispozici. V případě lineárního programování může i sebemenší změna vstupních parametrů vést ke změnám optimálního řešení či původní řešení učinit nepřipustným (Ben-Tal a Nemirovski 2000; Bertsimas a Sim 2004). Kvůli změně vstupních dat může dojít také ke změnám podmínek modelu nebo k jejich porušení, a výsledky získané pomocí nominálních hodnot dat jsou tak nepoužitelné pro správné rozhodování (Ben-Tal et al. 2009). To implikuje potřebu tvorby takových modelů, které s nejistotou v datech pracují a poskytují takové výsledky, které jsou vůči této nejistotě dostatečně odolné.

Jako první se problému nejistých dat v doméně LP věnoval již Dantzig (1955). Ve svém článku se věnoval návrhu takového modelu LP, který by umožnil pracovat s neurčitými vstupními daty. Navrhl dvoustupňový stochastický lineární model, který umožňoval pracovat s neurčitými hodnotami vstupních parametrů. Zmíněný přístup zahrnoval dvě fáze rozhodování:

- První stupeň: nejprve se učiní rozhodnutí na základě dostupných dat,
- Druhý stupeň: dodatečná rozhodnutí jsou učiněna po odhalení nejistot (například náhodné poptávky).

Model umožňuje formulovat problém tak, aby minimalizoval očekávané celkové náklady, zahrnující náklady rozhodnutí z prvního stupně a očekávané náklady z druhého stupně. Přestože jde o užitečný nástroj pro popis vlivu nejistot na chování modelu, neposkytuje řešení, které by bylo robustní vůči nejistotám od samého počátku.

První lineární model, který byl schopen poskytovat výsledky odolné proti neurčitosti v datech, tedy takové, které lze nazvat robustní, navrhl Soyster (1973). Vytvořený robustní model se stal základem pro další výzkum a aplikace, na kterých je postavena vlastní část této práce.

S nejistotou v datech lze pracovat pomocí různého matematického aparátu:

- Stochastické programování,
- Fuzzy teorie
- Intervalové programování
- Robustní optimalizace

Rozdíly mezi jednotlivými přístupy jsou zejména v tom, jak přistupují k modelování nejistoty.

Disertační práce se primárně zaměřuje na robustní optimalizaci. Zmíněné rozšíření přináší důležité doplnění celkového přehledu přístupů k modelování neurčitosti. Popsané metody představují alternativní řešení, která v praxi i teorii našla široké uplatnění, a zároveň poskytují odlišný pohled na problematiku práce s parametrickou neurčitostí. Každý z těchto přístupů je navíc vhodný pro odlišné typy problémů. Následující popis těchto metod umožňuje lépe pochopit rozdíly a výhody konkrétních přístupů a zdůrazňuje důvody, proč se tato práce zaměřuje především na robustní optimalizaci.

3.2.1 Stochastické programování

Stochastické programování (SP) je nástroj, jenž se využívá k optimalizaci rozhodovacích problémů, ve kterých jsou některé parametry modelu neznámé v době rozhodování a tyto parametry se modelují jako náhodné proměnné. Je široce rozšířeným nástrojem, který obsahuje náhodné parametry a kombinuje koncepty z optimalizace, teorie pravděpodobnosti a statistiky a funkcionální analýzy (Shapiro et al. 2009). Aby bylo možné využít SP, musí být známo rozdělení pravděpodobnosti v datech, nebo jej lze alespoň spolehlivě odhadnout. Cílem je najít řešení, které je proveditelné pro všechny (nebo téměř všechny) možné instance dat a maximalizuje očekávanou hodnotu zvolené funkce rozhodnutí a poskytuje hodnoty náhodných proměnných.

Typickým a nejčastěji používaným přístupem jsou dvoustupňové stochastické lineární optimalizační modely. Rozhodovací proměnné jsou v tomto případě rozděleny do dvou skupin. Proměnné prvního stupně jsou stanoveny předtím, než jsou známy konkrétní hodnoty nejistých parametrů modelu. Po realizaci náhodné události lze provést úpravy strategie – tzv. opravná opatření za využití proměnných druhého stupně. Jeho proměnné se obvykle používají jako ochrana proti možné neřešitelnosti modelu způsobené náhodnou událostí. Kvůli přítomnosti neurčitosti jsou cenové koeficienty proměnných druhého stupně náhodné proměnné.

Cílem je vybrat proměnné prvního stupně tak, aby minimalizovaly součet nákladů první fáze a očekávaných nákladů druhého stupně. Popsaný přístup lze uplatnit za využití lineárního, celočíselného i nelineárního programování (Sahinidis 2004a; Bastin 2001). Protože se tato práce věnuje LP, níže je uvedena formulace dvoustupňového stochastického LP dle (Birge a Louveaux 2011):

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{x} + E_{\omega \in \Omega} [Q(\mathbf{x}, \omega)]$$

za podmínek (3.3)

$$\mathbf{x} \in X$$

a

$$Q(\mathbf{x}, \omega) = \min_{\mathbf{y}} f(\omega)^T \mathbf{y}$$

za podmínek (3.4)

$$D(\omega) \mathbf{y} \geq \mathbf{h}(\omega) + T(\omega) \mathbf{x},$$

$$\mathbf{y} \in Y$$

kde $X \subseteq \mathbb{R}^{n_1}$ a $Y \subseteq \mathbb{R}^{n_2}$ jsou polyedrické množiny, $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^{n_1}$ je náhodná proměnná z pravděpodobnostního prostoru (Ω, F, P) , ve kterém $\Omega \subseteq \mathbb{R}^k, f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{n_2}, h: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{m_2}, D: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}, T: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^{m_2 \times n_2}$. Problém (3.3) reprezentuje s proměnnými $\mathbf{x}$ první fázi problému, jež musí být rozhodnuta před realizací náhodných parametrů $\omega \in \Omega$. Problém (3.4) reprezentuje s proměnnými $\mathbf{y}$ druhou fázi.

SP vzhledem ke své flexibilitě nalézá užití v celé škále oborů (Shapiro et al. 2009) – v chemickém inženýrství (Li a Grossmann 2021), energetickém trhu a energetice (Kraft et al. 2023) nebo bankovníctví (Halaj 2013). SP nachází využití i v doméně strojového učení kde se využívá v back propagation neuronových sítí (Norkin 2019). Existuje celá řada modifikací SP – například u mnoho-dimenzionálních úloh se využívá stochastické duální dynamické programování (van Ackooij a Warin 2020).

Navzdory své všestrannosti má SP i limitace. Mezi hlavní nevýhody se řadí výpočetní náročnost, která exponenciálně roste s počtem scénářů a časových období. Dále je obtížné získávání spolehlivých pravděpodobnostních rozdělení náhodných parametrů, což může vést k nepřesným výsledkům modelu. Některé modely mohou vyžadovat při implementaci značné zjednodušení, aby byla zachována jejich rozumná řešitelnost (Birge a Louveaux 2011; King a Wallace 2012).

3.2.2 Fuzzy programování

Fuzzy programování, které poprvé představil Zadeh (1975), přistupuje k nejistotě pomocí fuzzy čísel a fuzzy množin. Fuzzy množina rozšiřuje tradiční definici množiny

v klasické teorii množin, kde prvek buď patří do množiny, nebo nepatří. V případě fuzzy množiny může každý prvek patřit do množiny s určitou mírou příslušnosti, která je vyjádřena číslem z intervalu $[0,1]$. Míra příslušnosti 0 znamená, že prvek do množiny vůbec nepatří, zatímco míra příslušnosti 1 znamená, že prvek do množiny plně patří. Hodnoty mezi 0 a 1 vyjadřují různou míru příslušnosti prvku do množiny, čímž umožňují modelovat nejistotu a vágnost v klasifikaci prvků.

Fuzzy číslo je speciálním případem fuzzy množiny, jenž se používá k reprezentaci neurčitých numerických hodnot. V grafické reprezentaci je fuzzy číslo je definováno na reálné ose a je charakterizováno funkcí příslušnosti. Ta každému reálnému číslu přiřazuje hodnotu z intervalu $[0,1]$. Fuzzy číslo musí splňovat několik podmínek:

- normálnost
 - existuje alespoň jedna hodnota $x \in \mathbb{R}$, pro kterou funkce příslušnosti $\mu(x) = 1$.
- konvexnost
 - funkce $\mu(x)$ musí být konvexní, tedy pro každé dvě hodnoty a a b v $\mathbb{R}$ a pro každé t v intervalu $[0,1]$ platí

$$\mu(ta + (1 - t)b) \geq \min(\mu(a), \mu(b))$$
- spojitost
 - $\mu(x)$ by měla být spojitá (Nahmias 1978; Zhou a Chang 2014a).

Uvažujme problém uvedený v (Sahinidis 2004b) – jsou dána lineární omezení ve tvaru $\mathbf{a}^T \mathbf{x} \leq \beta$, kde $\mathbf{x}$ je vektor rozhodovacích proměnných a předpokládáme pravou stranu podmínky β , jenž náleží do intervalu $[b, b + \Delta b]$, $\Delta b \geq 0$. Funkce příslušnosti pro x bude

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & \text{když } \mathbf{a}^T \mathbf{x} \leq b \\ 1 - \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{x} - b}{\Delta b} & \text{když } b < \mathbf{a}^T \mathbf{x} \leq b + \Delta b. \\ 0 & \text{když } b + \Delta b < \mathbf{a}^T \mathbf{x} \end{cases} \quad (3.5)$$

Fuzzy programování a fuzzy teorie obecně nalézají uplatnění například v těch odvětvích, kde je třeba provést kvantitativní hodnocení, ovšem není snadné nebo možné tomuto hodnocení přiřadit jistou, tzv. „crisp“ hodnotu. K tomuto účelu se využívají fuzzy lingvistické škály (Nehézová et al. 2021; Reznik a Kreinovich 2003; Xu 2012). Fuzzy teorie se používá také ve vícekritériálním rozhodování (Zhou a Chang 2014b).

3.3 Robustní optimalizace (RO)

Výše zmíněné metody využívají k práci s definovanou neurčitostí odlišné přístupy. Stochastické programování pracuje se vstupními daty, která mají příslušné pravděpodobnostní rozdělení. Je výhodné zejména tehdy, když lze neurčitost popsat pomocí stochastických veličin. Typicky se využívá v oblastech, kde jsou dostupná komplexní historická data nebo kdy je podstatný pravděpodobnostní charakter neurčitosti (např. ve finančním sektoru). Fuzzy programování se zaměřuje na situace, kdy je data možné popsat lingvistickými pojmy, jako „vysoký“ nebo „nízký“, a ne deterministickou hodnotou (typicky například v sociálních vědách).

Robustní optimalizace (RO) se odlišuje od fuzzy a stochastického programování tím, že definuje neurčitost pomocí tzv. „tvrdých podmínek“. Podmínky omezují přípustná řešení pouze na množinu robustních řešení. Výsledky úloh jsou platné pro všechny předem definované množiny neurčitosti. Každý přístup k modelování neurčitosti má své specifické využití a přináší odlišné pohledy na řešení problémů. Robustní optimalizace nalézá uplatnění tam, kde je výhodné definovat neurčitost pomocí pevně daných podmínek odvozených od uživatelem očekávaných hodnot. K takové situaci často dochází v případě projektového managementu, řízení dodavatelských řetězců, a marketingu (José García a Peña 2018).

Myšlenku tvrdých podmínek reprezentujících neurčitost zavádí do matematického programování Soyster (1973) a jeho přístup dále rozvíjeli např. Falk (1976) a Singh (1982). Soysterova práce spočívá v definici řešení, která jsou platná pro všechny možné změny parametrů. Přestože tento model poskytuje vysokou míru robustnosti, čelí kritice kvůli problému tzv. „over-conservatism“ – čím vyšší je odolnost řešení, tím více se od optimálního řešení nominálního problému (Ben-Tal et al. 2009; Gabrel et al. 2014). Popsaný problém je typický právě pro původní Soysterův model, výsledná řešení modelu jsou sice platná pro všechny možné scénáře, avšak v praxi mohou být suboptimální až velmi špatná. To je důvod, proč se navazující přístupy snaží definovat realistické množiny neurčitosti, které se soustředí kolem nominálních hodnot parametrů (Gabrel et al. 2014), případně které umožňují stanovit a testovat různé úrovně neurčitosti (Bertsimas a Sim 2004).

V některých odvětvích může být vysoká odolnost výsledků vůči změnám žádoucí – v průmyslu nebo chemickém odvětví či v teorii řízení³ (Doyle 1996; Tsai a Gu 2014). Často je však vhodné, aby rozhodovatel měl kontrolu nad úrovní robustnosti výsledku. A to zejména v případě aplikace v chemickém provozu, kde chyba odhadu nezpůsobí fatální katastrofu (jako například v případě chemické havárie). Určení úrovně ochrany proti neurčitosti musí provést rozhodovatel v kontextu dané situace. Součástí rozhodovacího procesu je i to, zda musí být řešení platné pro všechny možné změny parametrů, nebo musí být zajištěna určitá hodnota účelové funkce, nebo zda je uživatel schopen definovat jeden nebo více zvolených scénářů. Definici scénářů a kontrolu nad úrovní ochrany proti neurčitosti umožňuje koncept tzv. Γ -robustnosti, který představili Bertsimas a Sim (2004) a jenž bude blíže popsán níže a na němž budou založeny modely navržené v této práci

Množina parametrů podléhajících neurčitosti, pro kterou se vypočítá nejhorší scénář, by měla být zvolena tak, aby bylo dosaženo kompromisu mezi optimalitou řešení a jeho robustností, tj. ani příliš malá, ani příliš velká (Gabrel et al. 2014). Z pohledu cenových koeficientů se zabýval robustností například Thiele (2010) a obecně se tomuto tématu věnovali i Liu et al. (2016) a poukazují na to, že konzervativnost robustních modelů se zvyšuje s tím, jak se zvyšuje počet odchylek od nominálních hodnot.

Kromě popsané úrovně neurčitosti je nezbytné zvážit technické aspekty definované neurčitosti. V RO jsou k tomuto účelu využity pevné podmínky. Podmínky definují tzv. neurčitou množinu, která může nabývat různých tvarů a vlastností. Existuje několik základních typů neurčitých množin, se kterými se lze setkat a které jsou definovány v kapitole níže.

3.3.1 Množiny neurčitosti

Neurčitá množina definuje tvar množiny neurčitosti vstupních parametrů modelu a má zásadní vliv na jeho formu a řešitelnost. Typicky se rozlišují následující základní druhy neurčitých množin:

- Eliptická neurčitost
- Polyedrická neurčitost

³ Control Theory

- Normovaná neurčitost

V závislosti na výběru konkrétní normy může být robustní úloha efektivně řešitelná, ale může dojít i ke značnému zvýšení výpočetní náročnosti a posunutí problému až do kategorie NP-těžkých úloh (např. robustní semidefinitní úlohy) (Bertsimas et al. 2004).

Dále se práce zaměřuje pouze na normovanou neurčitost, jelikož neurčitá množina tak jak je definována v přístupu Bertsimas a Sim (2004), je případem právě normované neurčitosti.

Normovaná neurčitost

Principem normované neurčitosti je modelování neurčité množiny pomocí odchylky vstupních parametrů od nominální hodnoty pomocí zvolené normy. Bertsimas et al. (2004) uvádí např. euklidovskou (l_2), maximální (l_∞), nebo D -normu. Množina neurčitosti prvků $\mathcal{U}$ matice $\mathbf{A}$ v LP může být definována jako

$$\mathcal{U} = \{\mathbf{A}' \mid \|\mathbf{A}' - \mathbf{A}\| \leq \delta\} \quad (3.6)$$

kde $\|\cdot\|$ je zvolená norma, $\mathbf{A}$ je nominální hodnota a δ je tolerovaná hodnota odchylky od $\mathbf{A}$, tedy že skutečné hodnoty matice $\mathbf{A}'$ nebudou od $\mathbf{A}$ odchýleny o více než δ . Obecně lze problém LP s neurčitými koeficienty omezenými normou formulovat jako

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{c}'\mathbf{x} \\ & \text{s. t.} \\ & (\mathbf{A} + \Delta)\mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \|\Delta\| \leq \delta \\ & \forall \Delta \in \mathcal{U} \end{aligned} \quad (3.7)$$

kde $\mathcal{U}$ je množina možných odchylek od nominální matice $\mathbf{A}$, omezená zvolenou normou (Bertsimas et al. 2004). Protože je přístup navržený v této práci založen právě na práci Bertsimase a Sima (2004), jsou dále neurčité množiny uvažovány jako definované pomocí zvolené normy.

3.3.2 Formulace obecné a lineární robustní optimalizační úlohy

Jestliže je uvažována obecná optimalizační úloha (3.1), lze formulovat její robustní formulaci⁴ jako:

$$\begin{aligned} \min & f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \text{s. t.} & \\ & g_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \geq 0, i = 1, \dots, m \\ & \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \mathbf{x} \in \mathcal{X} \end{aligned} \tag{3.8}$$

kde $\mathbf{u}$ reprezentuje neurčitost, jenž je definována předem známou množinou $\mathcal{U}$, a $\mathcal{X}$ definuje prostor přípustných řešení problému.

Při hledání řešení problému je nutné splnění všech podmínek modelu, tedy těch definovaných v $\mathcal{X}$ i $\mathcal{U}$. V této formulaci je uvažována neurčitost potenciálně ve všech částech modelu. V případě, že je neurčitost přítomna v účelové funkci, lze (3.8) ekvivalentně vyjádřit jako

$$\begin{aligned} \min & E \\ \text{s. t.} & \\ & f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \leq E \\ & g_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \geq 0, i = 1, \dots, m \\ & \mathbf{u} \in \mathcal{U}, \mathbf{x} \in \mathcal{X}. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Jelikož se tato práce dále věnuje LP, dále je uvažována následující obecná úloha LP:

⁴ eng. robust counterpart

$$\begin{aligned}
& \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
& \text{s. t.} \\
& \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \geq 0
\end{aligned} \tag{3.10}$$

v níž $\mathbf{c} \in R^n, \mathbf{b} \in R^m$ jsou známá data a neurčitost je uvažovaná pouze v matici $\mathbf{A}$ o rozměru $m \times n$. Robustní formulace úlohy ⁵ (3.10) pak bude

$$\begin{aligned}
& \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
& \text{s. t.} \\
& \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\
& \mathbf{x} \geq 0 \\
& \forall \mathbf{A} \in \mathcal{U}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

kde $\mathcal{U}$ definuje neurčitou množinu. Robustně-přípustné řešení (3.11) je takové řešení, jenž dodržuje všechny podmínky plynoucí z $\mathcal{U}$. Robustně-optimální řešení (3.11) je takové robustně-přípustné řešení, jenž nabývá nejlepších možných hodnot kritériální funkce (Ben-Tal a Nemirovski 1998).

Neurčitost v Soysterově (1973) přístupu a u některých jeho následovatelů je založena na tzv. „sloupcové neurčitosti“. Tedy takové, kde sloupce $\mathbf{a}_i$ náležící do matice podmínek $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0$ náleží do konvexní množiny K_i , s kritériální funkcí $\min x$ pro která platí

$$\sum_{i=1}^n x_i \mathbf{a}_i \leq \mathbf{b}, \forall (\mathbf{a}_i \in K_i, i = 1, \dots, n). \tag{3.12}$$

Podmínka (3.12) ekvivalentem s následujícím systémem lineárních podmínek

$$\mathbf{A}^* \mathbf{x} \leq \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0, a_{ij}^* = \sup_{a_{ij} \in K_i} (a_{ij})_j. \tag{3.13}$$

To že je (3.12) ekvivalentem soustavy lineárních omezení (3.13) platí v případě sloupcové neurčitosti. Sloupcová neurčitost je extrémně konzervativní, tzn. taková, že podmínky (3.13) odpovídají situaci, kdy každé $\mathbf{a}_i \in \mathbf{A}$ dosahuje nejhorší možné hodnoty.

⁵ eng. Robust Counterpart

Oproti tomu řádková neurčitost obecně umožňuje, aby ne všechny koeficienty nabývaly nejhorších možných hodnot najednou (Ben-Tal a Nemirovski 1999). Řádková neurčitost je taková, kde je neurčitost definována množinou $\mathcal{U}$, jež je přímým produktem $\mathcal{U}_i$

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}_1 \times \mathcal{U}_2 \times \cdots \times \mathcal{U}_m. \quad (3.14)$$

To znamená, že pro každé omezení i existuje specifická množina neurčitosti $\mathcal{U}_i$. Kombinace těchto množin reprezentuje všechny možné scénáře neurčitosti pro celý problém. Platí, že x je robustně-přípustné v případě, že

$$\mathbf{a}^T x \geq 0 \quad \forall \mathbf{a} \in \mathcal{U}, \forall i \quad (3.15)$$

Neurčitost je tak vázána na i -tou podmínku, a při hledání řešení se zohledňuje neurčitost každého omezení zvlášť nezávisle na ostatních. To usnadňuje analýzu výsledného řešení

Práce (Soyster 1973) se věnovala formulaci takových modelů konvexního programování, ve kterých není prostor přípustných řešení definován pomocí konvexních omezení $f_i(x) \leq b, i = 1, \dots, m$, ale pomocí množinové inkluze. V něm je množina n aktivních omezujících podmínek s definovanou množinou zdrojů $\{K_j, j = 1, \dots, n\}$ a množinou přípustných řešení definovanou $K_j = \{x \in R^n | x_1 K_1 + \cdots + x_n K_n \subseteq K, x_j \geq 0\}$. Cílem je pak nalézt $\bar{x} \in X$, které minimalizuje lineární funkci $c^T x$. Soyster následně k hledání řešení využívá pomocného lineárního programu, pomocí něhož získává dolní a horní odhad optimálního řešení původního problému, ve kterém figuruje neurčitost (Bertsimas a Sim 2004; Soyster 1973).

Dále je uvažován nominální problém LP

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{c}'\mathbf{x} \\ & \text{s. t.} \\ & \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \\ & \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.16)$$

a bez újmy na obecnosti je uvažováno, že se neurčitost týká pouze prvků matice $\mathbf{A}$, a že účelová funkce v (3.16) není neurčitostí dotčena. Pokud by se neurčitost vyskytovala

i v koeficientech účelové funkce c , lze použít pomocnou účelovou funkci $\min z$ a podmínku $c_j x_j - z \leq 0$ a tím vlastní účelovou funkci zařadit mezi ostatní omezující podmínky.

Nechť je určitý řádek i matice A a necht' J_i představuje množinu koeficientů v řádku i , každé $a_{ij}, j \in J_i$ je modelováno jako symetrická a omezená proměnná $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ jež nabývá hodnoty $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$. Pro neurčitost v $\tilde{a}_{ij}$ je definována náhodná proměnná $\mu_{ij} = \frac{(\tilde{a}_{ij} - a_{ij})}{\hat{a}_{ij}}$, která nabývá hodnot $[-1, 1]$ a řídí se neznámým symetrickým rozdělením (Ben-Tal a Nemirovski 2000). Formulace původního modelu dle (Soyster 1973) je tedy:

$$\begin{aligned}
 & \max \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s. t.} \\
 & \sum_j a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_j \leq b_i, \forall i \\
 & -y_j \leq x_j \leq y_j, \forall j \\
 & l \leq \mathbf{x} \leq u \\
 & \mathbf{y} \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

Řešení zůstává přípustné pro všechny možné instance $\hat{a}_{ij}$ které zahrnují neurčitost – tedy řešení je robustní. Podmínkou $\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j^*| \leq b_i$ je dosaženou „ochrany“ proti neurčitosti. Tato podmínka ovšem vede k vysoké míře konzervatismu modelu. Jinými slovy, robustní řešení (3.17) má mnohem horší hodnotu účelové funkce než řešení nominálního problému (3.16). Ben-Tal a Nemirovski (2000) navrhli model, který tento problém částečně řeší, je méně konzervativní než Soysterův v (3.17), má ovšem jiné rozměrové parametry. Model ve (3.17) je, dle (Bertsimas a Sim 2004) „second-order cone problem“ s $n + 2k$ proměnnými a $m + 2k$ podmínkami, a neleží v doméně lineárního programování, což je nevýhoda z hlediska výpočetní složitosti. Problém nelineárnosti a kontroly nad úrovní ochrany proti neurčitost řeší přístup (Bertsimas a Sim 2004), jenž je popsán v následující kapitole.

3.4 Γ – robustnost

Bertsimas a Sim (2004) v jejich práci The Price of Robustness vytvořili přístup, v němž je neurčitost parametrů modelu od jejich nominálních hodnot definována pomocí parametrů δ_{ij} , a celkový počet koeficientů, které se o tuto hodnotu mohou změnit, je omezen pomocí parametru Γ . Ten kontroluje kompromis mezi optimalitou řešení a robustností modelu. Tento aspekt umožňuje kontrolovat jak odolnost modelu, tak simulovat různé scénáře. Formulace RLP dle (Bertsimas a Sim 2004) se opírá o již popsané přístupy (Soyster 1973) a řeší nelinearitu modelu navrženého v (Ben-Tal a Nemirovski 2000).

Je uvažováno $a'_i x \leq b_i$. Necht' je J_i množinou těch koeficientů $a_{ij}, j \in J_i$, u kterých se uvažuje neurčitost parametrů, $\tilde{a}_{ij}, j \in J_i$ nabývá hodnoty v symetrickém intervalu v závislosti na nominální hodnotě a_{ij} jako $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$. Pro každý i je určen parametr Γ_i jenž nabývá hodnot v intervalu $[0, |J_i|]$, přičemž je nepravděpodobné, že dojde ke změně všech parametrů $a_{ij}, j \in J_i$. Cílem této formulace je získat ochranu proti všem možným případům $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ koeficientů, které se mohou odchýlit od své nominální hodnoty, přičemž jeden koeficient a_{ij} se mění o $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor)\hat{a}_{ij}$. Tím je dosaženo změny pouze u podmnožiny koeficientů, které se změni tak, že ovlivní řešení.

Kompletní odvození modelu a důkaz lze nalézt v práci (Bertsimas a Sim 2004). Za zmínku stojí skutečnost, že v případě že $\Gamma_i = J_i$, tedy že dojde ke změně u všech koeficientů, u nichž se předpokládá nějaká neurčitost, je nasnadě Soysterova metoda.

Výsledný robustní lineární model (RLP) dle (Bertsimas a Sim 2004) je následující:

$$\begin{aligned}
 & \max \mathbf{c}'\mathbf{x} \\
 & \text{s. t.} \\
 & \sum_j a_{ij}x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i, \forall i \\
 & z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij}x_j, \forall i, j \in J_i \\
 & -y_j \leq y_j \leq y_j, \forall j \\
 & l_j \leq x_j \leq u_j, \forall j
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$p_{ij} \geq 0, \forall j, j \in J_i$$

$$y_j \geq 0, \forall j$$

Tento model má $m + k + 1$ proměnných a $m + k + n$ podmínek, kde $k = \sum_i |J_i|$ je množství neurčitých dat. Jak uvádí (Bertsimas a Sim 2004), ve většině reálných problémů není matice A zvlášť rozsáhlá, a atraktivitou modelu (3.18) tedy je, že matici A nijak výrazně nezvětšuje.

3.5 Výpočetní složitost LP

Výpočetní složitost je stěžejním tématem v oblasti matematiky a informatiky. Předmětem je především odhad náročnosti různých algoritmů a optimalizačních úloh. Třídy složitosti poprvé definoval americký informatik Stephen Cook ve svém článku (Cook 1971) a navázali na něj další autoři v 70. letech 20. století, např. Karp (1972) nebo Baker et al. (1975) a paralelně se této otázce věnovali např. Dekhtiar (1969) a Trakhtenbrot (1984).

Lineární programování (LP) je známé tím, že spadá do třídy složitosti P, tedy že existuje algoritmus který řeší LP úlohy v polynomiálním čase vzhledem k velikosti vstupu. V praxi to znamená, že doba výpočtu roste relativně pomalu i pro větší úlohy, což činí LP úlohy výpočetně zvládnutelné. Typickými algoritmy pro řešení LP úloh jsou zmiňovaný simplexový algoritmus (Dantzig 1963), a metoda vnitřních bodů (Karmarkar 1984), která má garantovanou polynomiální složitost. Ta umožňuje řešit velké a komplexní problémy ve smysluplném čase, což je jeden z důvodů, proč LP nachází široké uplatnění v mnoha oblastech.

V době, kdy je k dispozici významný výpočetní výkon, se může zdát, že složitost již není relevantní. Typickým příkladem je rozdíl mezi LP bez podmínek celočíselnosti a celočíselným lineárním programováním (ILP). Zatímco úlohy LP lze řešit v polynomiálním čase pomocí metody vnitřních bodů. Přidání podmínky celočíselnosti činí problém NP-těžkým. To v praxi znamená, že i relativně malé úlohy mohou být výpočetně velmi náročné. Zavedení podmínek robustnosti do problému LP dle (Bertsimas a Sim 2004) výpočetní složitost problému nezhoršuje, a lze je tedy pomocí uvedených metod řešit v P.

Optimalizace pro neceločíselná řešení v matematickém programování a optimalizačních modelech je často preferována z praktických a výpočetních důvodů.

Zaprvé, řešení modelů s neceločíselnými proměnnými, tedy lineárního programování (LP), je výpočetně méně náročné ve srovnání s celočíselným nebo smíšeným celočíselným programováním (MIP). Zavedení celočíselných podmínek významně zvyšuje složitost problému, protože omezuje řešitelný prostor na diskrétní hodnoty a vyžaduje pokročilé metody, jako je například Branch-and-Bound (Gupta a Ravindran 1985) nebo Cutting Planes (Marchand et al. 2002), které jsou časově náročné a mohou vyžadovat značné výpočetní zdroje (Bazaraa et al. 2009).

Naopak LP relaxace, umožňuje algoritmům pracovat s širším množstvím přípustných hodnot. To může vést k rychlejšímu nalezení dolní (nebo horní) meze problému a k efektivnějším heuristickým metodám (Bertsimas a Tsitsiklis 1998). LP relaxace jsou výpočetně méně náročné a lépe škálují s rostoucí velikostí problému. Zatímco IPL se u velkých úloh může stát výpočetně neovladatelným, relaxované úlohy jsou často řešitelné v rozumném čase (Hoffman a Ralphs 2013). Proto je někdy výhodnější formulovat problém jako LP, protože to umožňuje efektivnější výpočet, i za cenu kompromisu v přesnosti výsledného řešení.

V mnoha případech není striktní celočíselnost výstupů ani požadována. Ve finančních modelech například hodnoty, jako jsou rozpočtové alokace nebo investiční podíly, mohou být vyjádřeny jako zlomky a později přizpůsobeny praktickým potřebám. V oblasti výroby nebo logistiky mohou neceločíselná řešení reprezentovat míry, poměry nebo očekávané hodnoty, které je možné zaokrouhlit nebo jinak zpracovat (Winston a Goldberg 2004). Neceločíselná řešení také poskytují základní náhled na problematiku a výchozí bod pro další analýzu při zavádění celočíselných podmínek (Chambers et al. 1976).

3.6 Výkonnostní marketing

Marketing je komplexní disciplína, která zahrnuje širokou škálu aktivit zaměřených na identifikaci, porozumění a uspokojení potřeb zákazníků. Zahrnuje výzkum trhu, vývoj produktů, cenové strategie, distribuci, propagaci a zákaznický servis. V rámci marketingového mixu, známého také jako 7P (product, price, place, promotion, people, processes, physical evidence) (Lima et al. 2024), se tato práce soustředí výhradně na propagační složku (promotion). A konkrétně na placené části online marketingu, někdy označované také jako výkonnostní (performance) marketing. Samozřejmě existují i organické formy online propagace, jako jsou SEO (optimalizace pro vyhledávače) (Tatikonda et al. 2024), obsahový marketing a další přímo neplacené metody, které jsou v online prostředí stejně důležité jako tzv. výkonnostní složka, avšak ty nejsou součástí postupů navržených v této práci.

Online placená reklama je specifická forma digitálního marketingu, kde inzerenti platí za umístění a zobrazení svých reklam na různých platformách. Hlavní složky online placené reklamy zahrnují PPC (pay-per-click) reklamy, kde inzerenti platí za každé kliknutí na jejich reklamu, bannerové reklamy zobrazující grafiku na webových stránkách, video reklamy, které se přehrávají před nebo během videoobsahu, a reklamy na sociálních sítích, které cílí na uživatele na základě jejich demografických údajů a zájmů (Nguyen Thi Ngoc The 2023). Důležitou součástí je také remarketing, který umožňuje inzerentům znovu oslovit uživatele, kteří již navštívili jejich webové stránky nebo projevíli zájem o jejich produkty (Naveen et al. 2024).

Digitální marketing a zejména jeho výkonnostní část je v posledních letech nepostradatelnou součástí marketingového mixu a bez jeho využití si dnes prakticky nelze marketing představit (Saluja et al. 2019), a to zejména díky strmému nárůstu počtu uživatelů internetu (Schwarzl a Grabowska 2015). Samotný nástup online marketingu výrazně změnil zákaznické chování a online marketingové aktivity jsou zásadní součástí propagačních aktivit firem (Chong 2022; Kingsnorth 2022).

Nástup moderních technologií na poli online marketingu, a jejich rychlý rozvoj, má za následek významnou změnu, která má dopady na rozhodování v marketingu. Vzhledem k množství dat, která lze o potenciálních i stávajících zákaznících sesbírat, je v současné době je na manažery kladen tlak na jejich využívání (Nordin a Raval 2023), a to nejen ze

strany podniků a majitelů firem, ale i ze strany samotných nástrojů a platform. Díky tomu se samotná propagace v rámci marketingového mixu posunula od jednoduché reklamy v tradičních médiích a tisku spíše do pozice, kdy je u zákazníka detailně sledován průchod marketingovým funellem⁶ a cílena specifická reklama. Během této cesty je sesbíráno velké množství dat, která nám umožňují více než kdy jindy přesně cílit na definovanou cílovou skupinu, a využívat finanční zdroje tam, kde to má pro obchodníka smysl (Krizanova et al. 2019). Nespornou výhodou je, zejména v případě kampaní ve vyhledávačích, že je reklama potenciálnímu zákazníkovi ukázána ve chvíli, kdy se o danou věc zajímá – tzn. kdy ji přímo hledá.

3.6.1 Reklamní platformy

V online prostoru nejčastěji využívanými reklamními nástroji platformy *Google Ads* a *Bing*, jenž fungují v rámci internetových vyhledávačů *Google* a *Bing*, a *Meta Ads* (také známé jako *Facebook Ads*, nebo *Meta for Business*) (Google Ireland Limited 2023; Meta 2023a; Microsoft 2023). Každá z platform funguje na jiném principu a hodí se pro jiný druh propagace, respektive cílení na různé zákazníky, kteří se nacházejí v různých úrovních marketingového funnelu (Ambikar et al. 2023). V českém prostředí hraje také roli vyhledávač Seznam s přibližně 10-12% podílem na trhu, avšak výraznější podíl má spíše obsahová síť (Digitální Marketignová Agentura Grou.cz 2025).

Google Ads fungují uvnitř vyhledávače *Google* a reklamu zobrazují uživateli ve chvíli, kdy vyhledávače zadá pro danou reklamu relevantní dotaz. Jsou vhodné zejména ve chvíli, kdy se uživatel nachází ve fázi „purchase“ marketingového funnelu (Ambikar et al. 2023). Na podobném principu funguje i reklama ve vyhledávači *Bing* od Microsoftu. Výhodou tohoto modelu, nazývaného také PPC⁷ je, že inzerent platí za reklamu až ve chvíli, kdy na ní uživatel klikne. V případě reklamy ve vyhledávačích hraje podstatnou roli i fakt, že firmy se musejí soustředit nejen na placenou propagaci, ale i na SEO⁸ (Giometakis a Veglis 2018), jenž je klíčovou součástí všech vyhledávačů (Shahzad et al. 2018).

⁶ Viz kapitola 3.6.2

⁷ Pay per Click

⁸ Search Engine Optimization

Meta Ads je platforma, která spolu s dalšími sociálními sítěmi, nabízí specifické výhody. Je vhodná zejména pro budování povědomí o značce a uvádění nových produktů na trh. Umožňuje oslovit potenciální zákazníky, kteří ve chvíli cílení reklamy produkt či službu přímo nevyhledávají (Akers a Gordon 2018; Ambikar et al. 2023), a pomocí reklam ve vyhledávacích by tak byli hůře dosažitelní. Vliv přítomnosti značek a aktivity na sociálních sítích na reputaci a posilování vztahů se zákazníky popsalo několik autorů, např. Shareef et al. (2019) nebo Risius a Beck (2015).

Meta a další společnosti o svých uživateliích dlouhodobě a intenzivně schraňují osobní a sociální data – chování, zájmy, demografické údaje, interakce s ostatními uživateli, údaje o poloze, a mnohé další (Haupt a Lessmann 2022a). Z toho důvodu jsou předností sociálních sítí zejména široké možnosti práce s publikem/veřejností a remarketing. To umožňuje inzerentům velice přesně cílit na žádaného uživatele či potenciálního zákazníka. Proto jsou často využívány v rámci politického marketingu (Dommett a Power 2023), a pro tzv. „brand awareness“⁹ (Imtiaz et al. 2021).

Sociální síť nabízí možnost nejen zaměřit reklamu přímo na specificky určené skupiny lidí, ale také na takzvané „Lookalike Audiences“. Jedná se o skupiny uživatelů, jenž jsou podobné stávajícím zákazníkům. Platformy sociálních sítí využívají nasbírané informace o současných zákaznících k nalezení nových potenciálních zákazníků, kteří mají podobné vlastnosti a chování jako ti, kteří už konkrétní produkty nebo služby používají (Singer 2024; Meta 2024b).

Algoritmy berou v potaz i kontakty uživatelů a další spojení. Pokud je uživatel vystaven reklamní kampani na sociální síti, existuje vysoká pravděpodobnost, že jeho přátelé ve stejném segmentu budou cílem téže kampaně. Tento jev, při kterém uživatelé již vystavení konkrétní kampani nepřímo ovlivňují ty, kteří ještě reklamu neviděli, připomíná efekty známé z oblasti adopce nových produktů (Bass 1969). Někteří autoři (např. (Lee et al. 2018)) a samotné platformy tvrdí, že tento způsob cílení reklamy přináší prospěch i samotným uživatelům, jelikož obdrží relevantní reklamu v pravý čas. Dalším argumentem bývá dostupnost reklamy pro menší firmy a podnikatele, kteří nemohou konkurovat velkým mezinárodním společnostem se stamilionovými rozpočty (Wagner 2021; Reilly 2019).

⁹ Zvyšování povědomí o značce

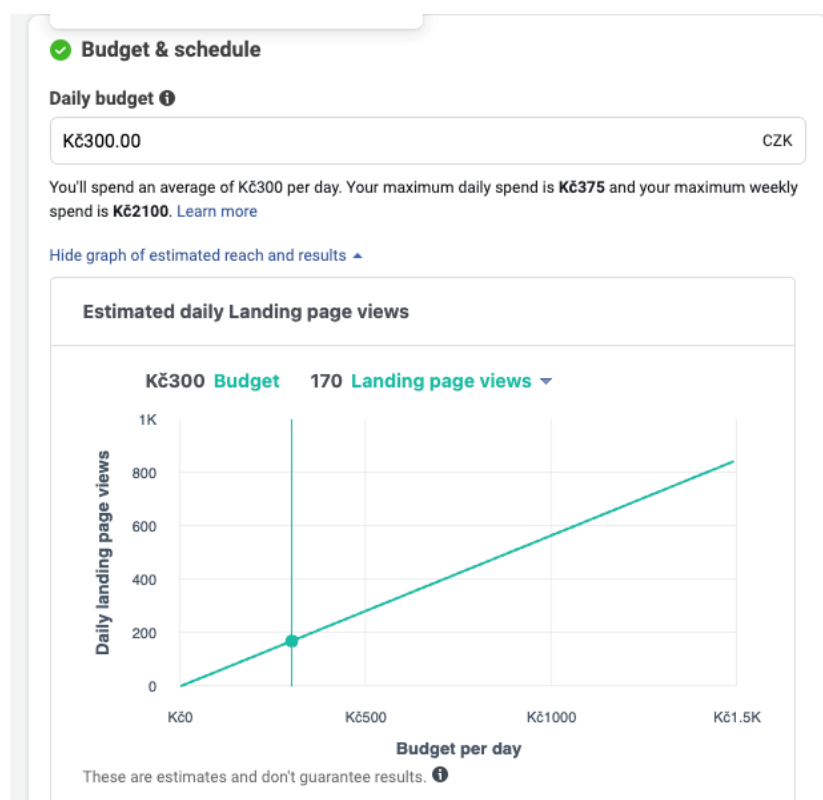
Existuje celá řada dalších nástrojů a platforem, na kterých mohou inzerenti pomocí reklamy cílit na zákazníky. Své reklamní systémy mají i sociální sítě jako *X* (dříve Twitter), *LinkedIn*, či *ResearchGate* (X Corp 2023; LinkedIn Corporation 2023; ResearchGate GmbH 2023). Každá z těchto sítí má specifické spektrum uživatelů, a je tedy vhodná pro cílení na různé cílové skupiny. V případě *LinkedIn* se jedná zejména o B2B, nábor nových zaměstnanců a spojení univerzit a businessu (V. Jenifer et al. 2023). *X* je oblíbená zejména pro schopnost v krátkém čase zasáhnout velkou uživatelskou základnu, a dříve hojně využívaná pro „text mining“, analýzu retweetů, oblíbeného obsahu (Pilař et al. 2021) a dále word-of-mouth propagace (Murillo et al. 2016; Romero et al. 2011).

Většina nástrojů pro online reklamu využívá aukční systém pro prodávání reklamního prostoru inzerentům, v případě *Google Adwords*, nebo *Bing Ads*, využívají aukční systém Generalized Second Price (GSP). Vickrey–Clarke–Groves (VCG) je využíván v případě *Meta Ads* (Liu et al. 2014). V principu tyto akce fungují následovně: inzerenti vymezí segment cílové skupiny uživatelů (v případě vyhledávacích kampaní sadu klíčových slov), poskytnou nutnou kreativitu a další náležitosti (texty, odkazy atd.) a maximální cenu, jenž jsou ochotni utratit za stanovený výsledek. Během každé aukce analyzuje platforma předložená data od všech inzerentů a vybírá vítěze, jehož reklama je následně zobrazena uživateli. Detaily tohoto mechanismu, který platformy používají, se postupně mění a nejsou inzerentům sdělovány (Andreou et al. 2018). Existují přístupy a nástroje, jak „příhozy“¹⁰ v těchto aukcích optimalizovat, a to i v reálném čase, pokud to systémy dovolují (Chen et al. 2011; Jauvion et al. 2018; Zhang et al. 2014), ale je potřeba vždy ověřit, zda je daný přístup relevantní pro současný stav algoritmů daných platforem.

V případě reklam ve vyhledávacích se v aukci soutěží o prémiová místa ve výsledcích vyhledávání (Ghose a Yang 2009), u sociálních sítí je výsledkem zobrazení reklamy ve zvoleném formátu uživateli, případně zobrazení obsahu v obsahové síti inzerenta. Jednotlivé platformy nabízejí různé strategie příhozů a provozovatelé těchto platforem inzerentům poskytují návody, které nabízejí alespoň základní vhled do funkčnosti, výhod a use-casů, kdy je vhodné využít tu kterou strategii.

¹⁰ Bidding (eng)

Každá z reklamních platform poskytuje inzerentům komplexní sady nástrojů, které slouží k vytváření, správě a základnímu vyhodnocení efektivity reklamních kampaní. Tyto nástroje jsou klíčové pro shromažďování dat nezbytných k analýze a hodnocení úspěšnosti kampaní, což umožňuje inzerentům dělat lepší rozhodnutí v budoucnu. Metriky výkonu, které tyto nástroje nabízejí, se mohou lišit jak ve své povaze, tak ve své závislosti na různých faktorech. Některé z nich, jako je dosah kampaně¹¹ nebo počet impresí¹², jsou často přímo ovlivněny objemem finančních prostředků věnovaných na reklamu. To znamená, že čím vyšší jsou investice do reklamy, tím větší je potenciální dosah a počet zobrazení reklamy uživateli. A čím větší expozice, tím více potenciálních zákazníků může provést konverzní poměr. Některé platformy cíleně vybízejí inzerenty k alokaci větších finančních zdrojů tím, že přímo zobrazují vliv velikosti rozpočtu na vybrané metriky (Google Ireland Limited 2023; Meta 2023b).



Obrázek 3 Meta Ads Manager - odhad výsledků kampaně s ohledem na alokované finanční zdroje (Meta 2023a)

¹¹ Reach

¹² Impressions

Existují ovšem i metriky, které jsou více spojeny s kreativním a produkčním aspektem kampaně, například míra prokliku (CTR)¹³. Tato metrika odráží, jak efektivně reklamní obsah motivuje uživatele k akci, tj. kliknutí na reklamu. Vyšší CTR tak může signalizovat vyšší relevanci a přitažlivost reklamního sdělení pro cílovou skupinu.

Důležité je také věnovat pozornost tomu, jak jsou metriky definovány a interpretovány na různých reklamních platformách. Vzhledem k tomu, že každá platforma může mít vlastní specifika a aktualizace, mohou se významy a interpretace klíčových metrik lišit nebo se časem měnit. To vyžaduje od inzerentů neustálou aktualizaci znalostí a přizpůsobení strategií podle aktuálních standardů a osvědčených postupů dané platformy (Google Ireland Limited 2023; Meta 2023b; Microsoft 2023).

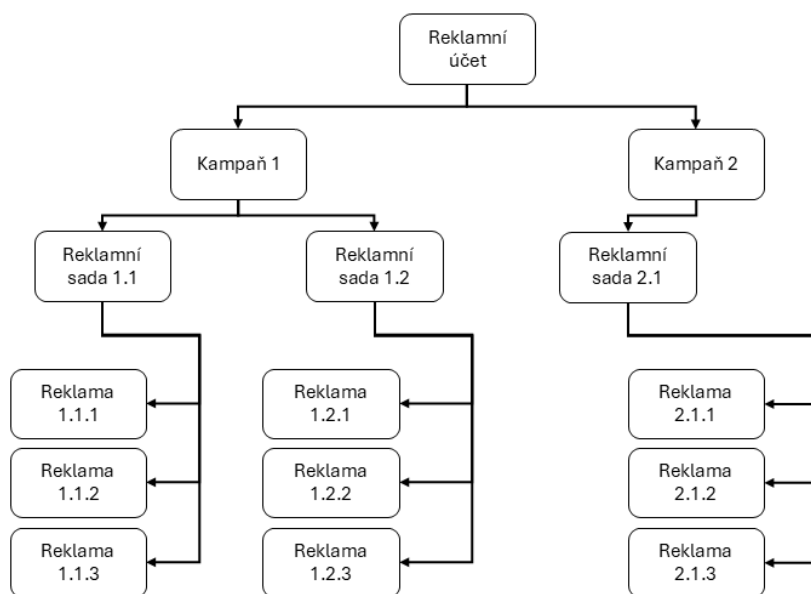
3.6.2 Struktura marketingových online kampaní

Pro efektivní fungování online marketingových kampaní a vyhodnocování jejich výkonnosti je podstatná smysluplná struktura, která přispívá k dosahování stanovených cílů. Rozložení kampaní do jednotlivých úrovní poskytuje přehledný rámec pro jejich správu a optimalizaci.

První úrovní a základní entitou je kampaň – „Campaign“, jenž představuje celkový záměr a téma propagace. V rámci kampaně lze vytvářet jednotlivé reklamní sady, které sdružují podobný obsah, zaměření nebo cílovou skupinu. Reklamní sady – „Ad sets“, jsou sady stejně zaměřených reklam, ať už tematicky, cílením nebo graficky. Slouží k lepší segmentaci a personalizaci reklamy pro různé skupiny nebo cíle. Poslední a nejnižší úrovní jsou samotné reklamy, které tvoří vizuály a textový obsah.

Takto strukturované kampaně umožňují efektivní správu obsahu a cílení, sledování výkonu, a flexibilní optimalizaci na základě dosahovaných výsledků. Systematická organizace a struktura hraje klíčovou roli při dosahování výsledků a následné analýze.

¹³ Click Through Rate

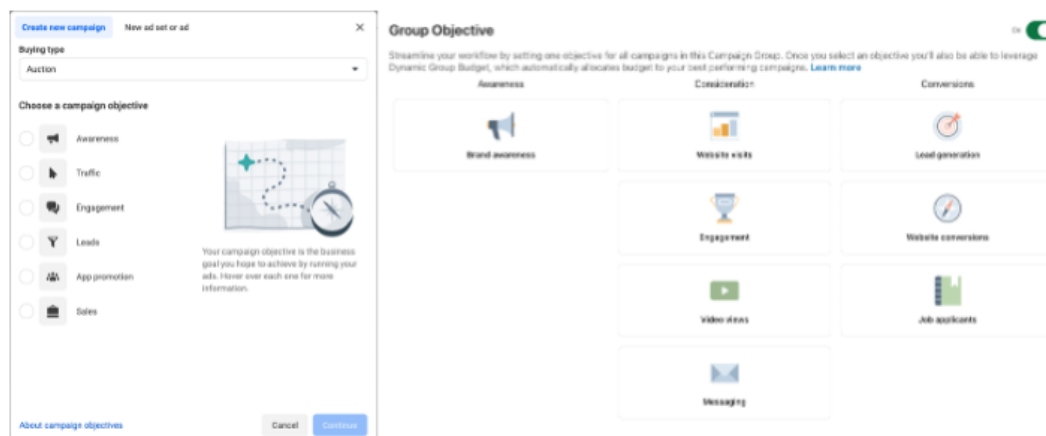


Obrázek 4 Ukázka struktury reklamních kampaní

Na úrovni kampaně inzerent vybírá tzv. cíl kampaně, tedy to, čeho chce inzerent během kampaně dosáhnout. Cíle nejsou v případě většiny platform omezené pouze na konverze, ale nabízí širokou škálu možností, které mohou vyhovovat různým obchodním cílům. Obecně jsou k dispozici následující kategorie:

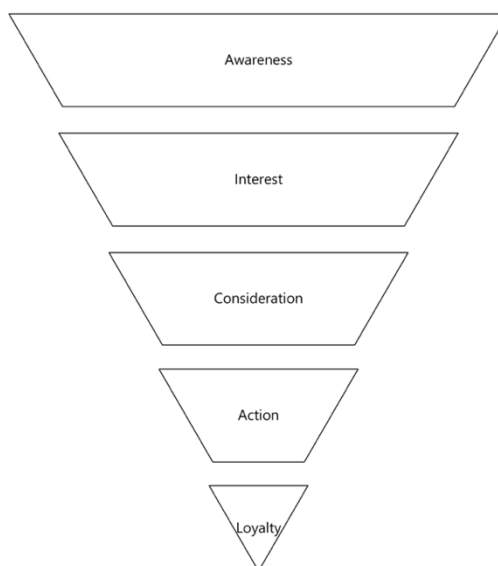
- Povědomí
- Návštěvnost webu
- Generování kontaktů
- Interakce

Každá platforma nabízí vlastní sadu cílů – „Objectives“, které zapadají do některé z výše uvedených skupin. K tomu, aby kampaň plnila vytyčený businessový cíl, je zapotřebí vybrat adekvátní cíl kampaně. Pokud je cílem prodat X ks konkrétního produktu, nebo přivést X návštěvníků na webové stránky, nebude vhodným cíle „Brand Awareness“ (Meta 2024f).



Obrázek 5 Dostupné cíle kampaní na platformách Meta (vlevo) a LinkedIn(zdroj) (Meta 2023a; LinkedIn Corporation 2023)

Kampaně, jejich cíle a obsah by měly být plánovány a tvořeny tak, aby braly v potaz, v jaké fázi marketingového funnelu se uživatel nachází, respektive v jaké fázi na uživatele kampaň cílí (Srinivasan et al. 2016; Wang et al. 2014). Těchto fází se obecně udává 5 a pro každou lze definovat vhodný typ kampaně a klíčové metriky, které je třeba sledovat.



Obrázek 6 Marketingový "funnel"

Marketingový funnel – česky někdy udávaný jako „trychtýř“ - předpokládá lineární pohyb zákazníka z fáze Povědomí¹⁴ až do fáze Akce a Věrnost značce¹⁵.

¹⁴ Awareness

¹⁵ Loyalty

Fáze	Popis fáze	Klíčové metriky	Typ kampaně
Povědomí	Cílem je upozornit potenciální zákazníky na značku / produkt / službu	- Počty zobrazení, - Dosah - Návštěvnost webu	Brand Awareness
Zájem	Budování zájmu o značku / produkt / službu	- Počty kliknutí - Doba strávená na stránce - Míra zapojení	- Obsahový marketing - Cílené reklamy
Zvažování	Zákazník zvažuje koupi, porovnává s konkurencí	- Opuštěný košík - Čas strávený na konkrétních stránkách - Počty kliknutí na CTA	- Lead generation - E-mail marketing
Akce	Zákazník se rozhodne provést koupi – uskuteční transakci	- Počty konverzí - Konverzní poměr - Průměrná hodnota objednávky - Zisk	- Retargeting - Prodejní kampaně
Loajalita	Udržení zákazníka a motivace k opakovaným nákupům	- Opakované nákupy - Hodnocení - Refferal rate	- E-mail marketing - Věrnostní programy

Tabulka 1 Marketingový Funnel – Klíčové metriky a typy kampaní (Chan et al. 2020a)

3.7 Měření a vyhodnocování online reklamy

Reklamu v online prostoru je třeba pečlivě plánovat, a to jak z pohledu formulování měřitelných cílů, tak definování relevantních cílových skupin a plánování alokace zdrojů, měření výkonnosti a efektivnosti jednotlivých kampaní a platforem (McCann a Barlow 2015). Reklamu lze označit za investici a cílem je najít takovou úroveň výdajů na média, která maximalizuje návratnost investice (Danaher a Rust 1996). A právě tuto návratnost investic by měli inzerenti měřit.

Firmy dnes investují značné prostředky do reklamních kampaní na různých online platformách, ať už se jedná o organický či placený obsah na sociální sítě, propagace ve vyhledávacích, e-mail marketing nebo jiné digitální kanály. Jen v roce 2022 se celosvětově utratilo za online reklamu 549,51 miliard dolarů a odhady do dalších let predikují růst až k hodnotám 870,85 miliard dolarů pro rok 2027 (Statista 2023).

Vzhledem k tomu, že rozpočty firem jsou často omezené, konkurence na trhu je vysoká a komplexita jednotlivých platforem roste, stává se klíčovou otázkou efektivní alokace těchto zdrojů. Při rozhodování o rozdělení rozpočtu na jednotlivé platformy je důležité vzít v úvahu kromě výše dostupných prostředků řadu dalších parametrů, například právě již zmiňovanou celkovou návratnost investic (ROI), návratnost investic do reklamy (ROAS), cílovou skupinu a její velikost, náklady na kliknutí (CPC), náklady na oslovení 1000 uživatelů (CPM), potřebu dosáhnout určitého počtu konverzí, a další. Jedná se tedy o problém, k jehož vyřešení je třeba co možná nejlépe rozdělit dostupné zdroje, splnit požadavky a dodržet určitá omezení – z matematického hlediska lze tedy říci, že cílem je nalézt zvolený extrém funkce (optimum), který splňuje nastavená omezení.

Většina menších a středních firem se soustředí na vyhodnocování jasně hmatatelných a snadno vyčíslitelných výsledků, jako jsou dopady na prodeje (Lal et al. 2020). Nespolehají se tak většinou na komplexní datovou analýzu, ale na data, která jim poskytují nástroje pro měření událostí na webových stránkách, jako např. *Google Analytics 4* (GA4), *Matomo*, nebo *Adobe Analytics* (Google Ireland Limited 2024d; Matomo 2024; Adobe 2024). Tyto nástroje jsou dnes naprostým standardem – a inzerenti v nich sledují zejména metriku „konverze“. Ta je v prostředí online reklamy definována jako počet návštěvníků webu/uživatelů, kteří provedli nějakou žádanou akci. Uživatel ze zvoleného analytického nástroje je samozřejmě schopen získat další data a informace o zákaznickém chování, vynaložených prostředcích a výkonech kampaní, které je schopen využít pro další analýzu a matematické modelování (Mordacheva a Uandykova 2021)

Z dat v *Google Analytics* lze získat informace nejen o data o výkonu kampaní, ale i o chování zákazníků, a ty dále využívat (Saluja et al. 2019). Data inzerent získává i ze systémů již zmiňovaných platforem, jako *Meta Ads*, *Google Ads* a *Bing Ads*. Tato data jsou samozřejmě využívána i samotnými provozovateli jednotlivých platforem pro vývoj algoritmů nebo návrh nových funkcí.

Celý proces měření a vyhodnocování reklamních kampaní se stává z několika kroků, které jsou podrobněji popsány níže.

1. Nastavení měření

Základem pro sběr relevantních dat, která je možné dále využít k analýze, optimalizaci a rozhodování, je nutné správně nastavit jejich sběr. Z webových zdrojů se data

získávají standardně pomocí nástrojů jako *Google Analytics 4* nebo alternativ jako *Matomo*, případně *Adobe Analytics* (Matomo 2024; Adobe 2024; Google Ireland Limited 2024d). V nástrojích je třeba definovat klíčové cíle a události, a zajistit soulad se zásadami ochrany osobních údajů, jako je například směrnice EU GDPR (European Union 2016).

2. Atribuce příjmů/výkonu

Klíčovým aspektem je atribuce¹⁶ příjmů nebo jinak definovaného výkonu konkrétním marketingovým aktivitám. Využívají se různé atribuční modely, které umožňují rozdělit "zasloužené" příjmy mezi různé kontaktní body cesty zákazníka podle jejich vlivu na rozhodovací proces zákazníka. Inzerent si může atribuční model nastavit sám anebo může spoléhat na modely, které mají nastavené jednotlivé platformy.

3. Sběr, čištění a transformace dat

V prvním kroku je nutné shromáždit data o interakcích uživatelů s kampaněmi a sledovanou cílovou entitou, nejčastěji webovou stránkou (e-shop). To zahrnuje, ale není omezeno pouze na: impresi reklamy, kliknutí, prohlížení produktů, nákupy; a celkový pohyb zákazníka funnelem. Dále jsou data shromážděna z jednotlivých reklamních platform. Často dochází k rozdílu mezi daty získanými z jednotlivých platform a nástroje pro sledování výkonnosti webů. Důvodem může být jinak nastavená atribuce, funkcionality sledovacích tagů, omezení dané GDPR, a další. Sesbíraná data je potřeba vyčistit, transformovat a připravit na další analýzu. K tomuto se využívají různé tzn. ETL nástroje¹⁷.

4. Analýza a vyhodnocení kampaní

Analýza a vyhodnocení dat představují zásadní krok při posuzování úspěšnosti marketingových kampaní. Po shromáždění a zpracování všech relevantních dat lze hodnotit efektivitu kampaně prostřednictvím klíčových metrik, jako jsou ROI, ROAS nebo dalších ukazatelů. To poskytne inzerentovi přehled o tom, jak efektivně kampaň přispěla k dosažení cílů, například zvýšení prodeje, zlepšení povědomí o značce nebo optimalizaci nákladů na získání zákazníka. Výsledky analýzy zároveň umožňují identifikovat slabá místa kampaně a nastavit strategie pro jejich zlepšení v budoucnosti.

¹⁶ Přiřazení

¹⁷ Extract Transform Load

3.7.1 Nastavení měření

Moderní digitální nástroje a analytické platformy umožňují detailní sledování cesty zákazníka od první imprese reklamy až po finální nákup. Tento přístup umožňuje přesně napárovat data o chování uživatelů s obchodním výkonem, což vede k přesnějšímu výpočtu jednotlivých metrik a v konečném důsledku výkonu kampaní. K měření výkonnosti kampaní se používají vesměs 2 typy nástrojů – ty, které poskytují samotné reklamní platformy, a nástroje pro webovou analytiku.

Webovou analytiku lze popsat jako soubor činností, které zahrnují sběr a zpracování dat o návštěvnicích konkrétního webu. Tyto data zahrnují chování uživatelů, predikci záměrů uživatele, informace o samotném uživateli – odkud na stránku přišel, jaké provedl akce a další (Inge 2022). V oblasti marketingu je hlavním cílem zejména měření výkonu e-mailových, vyhledávacích nebo obsahových kampaní (Gartner, Inc. 2022). Toho je dosaženo pochopením uživatelského chování. To může pomoci ke zlepšení tzv. „User Experience“, přilákání nových a udržení stávající uživatelů, a k jejich motivaci k provedení žádaných akcí.

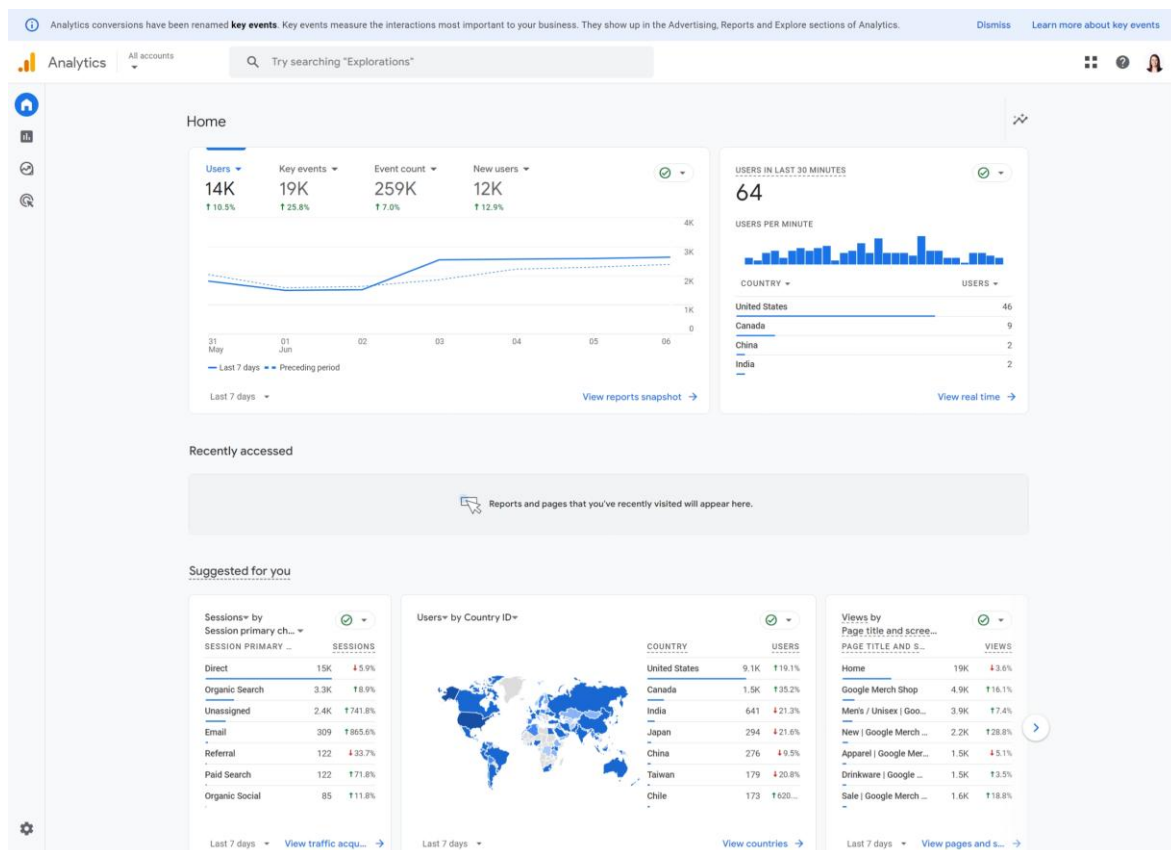
Nejčastěji využívaným nástrojem jsou již zmíněné *Google Analytics 4* (GA4) (Google Ireland Limited 2024d). Protože budou využity i v praktické části této práce, jsou dále uvažovány pro vyhodnocování výkonnosti webů pouze GA4. Je důležité zmínit, že mnoho konceptů a metodik diskutovaných v souvislosti s GA4 je obecně aplikovatelných i na jiné analytické platformy. Nicméně, je nutné mít na paměti, že různé platformy mohou definovat metriky odlišně, a i princip měření událostí na webu se může lišit (některé nástroje mohou být tzv. event-based, nebo session-based). Že je tento nástroj stěžejní v oblasti digitálního marketingu dokazuje i fakt, že v EU, a ve Velké Británii se jedná o nejdůležitější dovednost, kterou vyžadují zaměstnavatelé po svých zaměstnancích v marketingové sféře (Stanton a Stanton 2023).

GA4 fungují na principu tzv. „event-based user tracking“. Tento přístup se zaměřuje na sledování událostí jako základních jednotek pro měření aktivity uživatelů. Téměř každá interakce uživatele s webem (nebo s aplikací) může být zaznamenána jako událost (Google Ireland Limited 2024d). Sledování událostí umožňuje lepší porozumění chování uživatelů stránek a aplikací. A obecně je používán název „Intent-based analysis“ (McGuirk 2023). Lze tak sledovat události jako:

- zobrazení stránky,
- kliknutí,
- % hloubky zobrazení stránky,
- % shlédnutí videa,
- interakce s formuláři,
- odpovědi na notifikace,
- stahování souborů, a další (Google Ireland Limited 2024d; McGuirk 2023).

GA4 zahrnují 2 „úrovně“ – *GA4* interface a *GA4* data. Data *GA4* představují všechny zaznamenané události, interakce uživatelů a metriky, které jsou shromažďovány prostřednictvím *GA4*. Tato data jsou tzv. syrová a mohou být dále analyzována, exportována do jiných nástrojů (např. *BigQuery*) a použita pro podrobné reporty a analýzy.

Rozhraní GA4 je webová platforma, která uživatelům umožňuje přístup a práci s *GA4* daty. Uživatelské rozhraní poskytuje nástroje a vizualizace pro sledování a analyzování dat, vytváření reportů, nastavování událostí a cílů, a konfiguraci analytických funkcí. Rozhraní je navrženo tak, aby bylo uživatelsky přívětivé a umožňovalo snadnou interpretaci dat bez potřeby pokročilých technických znalostí (McGuirk 2023).



Obrázek 7 Webové rozhraní GA4 – náhled reportů na úvodní stránce (Google Ireland Limited 2024d)

Rozhraní GA4 má ale několik nevýhod, které mohou ovlivnit jeho použitelnost a efektivitu pro některé uživatele, níže jsou zmíněny ty, které mohou mít výrazný dopad na kvalitu dat a následně na rozhodování. Mezi ně se řadí zejména omezená retenční doba, vzorkování dat, a omezená integrace s některými nástroji a potenciální API limity (Sharma 2024; Pich 2023; McGuirk 2023).

Některé z těchto problémů řeší nastavení exportu dat GA4 do Google BigQuery (BQ), která bude podrobněji popsána níže v kapitole 3.7.3. Jaké jsou konkrétní výhody a nevýhody využívání výchozího rozhraní GA4 a BQ jsou uvedeny v tabulce níže (Sharma 2024; Pich 2023; Delporte 2024b):

	GA4 Rozhraní – Výhody	GA4 Rozhraní – Nevýhody	GA4 do BigQuery – výhody	GA4 do BigQuery – nevýhody
Vzorkování dat	Není potřeba exportovat data, snadný přístup k základním metrikám.	Data mohou být při vysoké návštěvnosti vzorkována - vliv na přesnost.	Práce s kompletními, nevzorkovanými daty - vyšší přesnost, vlastnictví dat.	Žádné
Retence dat	Pro základní analýzy může být 14 měsíců dostačující.	14 měsíců – může být nedostačující.	Možnost dlouhodobého ukládání dat.	Potřeba úložiště, při enormním množství dat může zvyšovat náklady.
Flexibilita a výkonnost	Přátelské UI, snadná tvorba základních reportů.	Omezená flexibilita, složitější nastavení pokročilých událostí a reportů.	Vysoce škálovatelná a výkonná platforma, podpora složitých dotazů a analýz.	Nutná znalost SQL a schématu GA4 exportu pro další zpracování.
Integrace s dalšími nástroji	Přímá integrace s Google Ads a dalšími Google nástroji.	Omezená integrace s některými externími nástroji.	Široká integrace s dalšími datovými zdroji a nástroji, možnost kombinovat data.	Vyžaduje hlubší technické znalosti pro spuštění napojení dalších služeb.

Tabulka 2 Porovnání Google Analytics 4 webového rozhraní a BigQuery

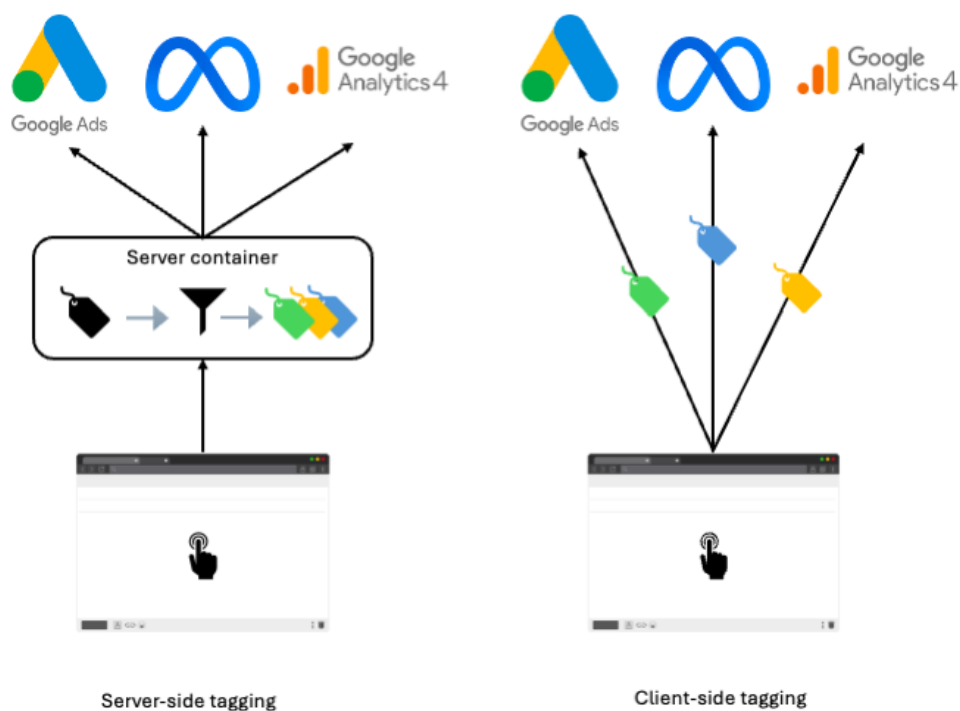
Nepostradatelný je v současné době také *Google Tag Manager (GTM)* (Stanton a Stanton 2023). Jedná se o nástroj pro správu značek (tagů), který umožňuje rychle a jednoduše upravovat měřicí a další související kódy na webových stránkách (Google Ireland Limited 2024i). Nastavení *GTM* je pro správné fungování *GA4* stěžejní, zejména kvůli nastavování sledovaných událostí – eventů, konverzních akcí a dalších (McGuirk 2023).

GTM je nástroj, který umožňuje snadnou správu a nasazení i dalších marketingových a analytických značek (tagů) na webových stránkách nebo v mobilních aplikacích bez

nutnosti zasahovat do přímo do kódu stránek a aplikací. Uživatelé mohou pomocí grafického rozhraní přidávat a aktualizovat různé tagy, jako např. GA4, remarketingové kódy, sledovací pixely a mnoho dalších. Tento nástroj zjednodušuje proces správy tagů tím, že všechny tagy jsou centralizovány na jednom místě, což zvyšuje efektivitu a snižuje riziko chyb při implementaci. Kromě toho poskytuje možnosti pro sledování událostí, tvorbu spouštěčů a proměnných, které umožňují detailnější a přizpůsobené sledování uživatelského chování (Google Ireland Limited 2024i).

V současné době *Google* nabízí i server-side tagging pro *GTM*. Místo načítání sledovacích značek v prohlížeči uživatele¹⁸, server-based *GTM* spouští značky přímo na serveru kde běží webová aplikace, v cloudu nebo na jiném zvoleném řešení, aniž by si toho klient všiml. To znamená, že nenápadná značka spuštěná ve webovém prohlížeči shromažďuje data, která jsou následně distribuována na jiné sledovací značky na serveru (Google Ireland Limited 2024f). Přesun k server-side sledování uživatelského chování v online prostoru je v poslední době způsoben zejména dopadem regulací typu GDPR.

¹⁸ Tzv. Client-side Tagging - sledovací značky (tags) jsou načítány a spouštěny přímo v prohlížeči uživatele. To zahrnuje proces, kdy *GTM* vloží kód sledovací značky do webové stránky, kterou uživatel navštíví. Když uživatel stránku načte, prohlížeč vykoná kód značky a odešle data přímo na servery služeb (například Google Analytics nebo Facebook).



Obrázek 8 Server-side vs Client-side tagging dle (Google Ireland Limited 2024f)

Platforma *Meta* nabízí vlastní řešení pro sledování a reportování kampaní – *Meta Pixel* a *Meta Conversion API* které jsou nasazovány na webové stránky společně s *GA4*.

Meta Pixel je nástroj, který umožňuje sledovat aktivitu uživatelů na webových stránkách po interakci s reklamami na platformách *Meta* (*Facebook*, *Instagram*). Jedná se o úryvek kódu, který se vkládá přímo do kódu webové stránky a umožňuje sledovat různé definované události. *Meta Pixel* je client-side řešení a běží přímo v prohlížeči uživatele. Data o chování návštěvníka se odesílají přímo z prohlížeče na servery *Meta*. Proto může být ovlivněn blokátory reklam a cookies lištami (Meta 2024d)

Meta Conversion API (CAPI) je podobné řešení jako server-side *GTM* (viz Obrázek 8). Umožňuje odesílat konverzní data přímo ze serverů, kde běží webová aplikace, na servery *Meta*. *CAPI* není závislé na prohlížeči uživatele, a tedy v době omezování cookies třetích stran a sledování uživatelů na internetu nabízí spolehlivější nástroj pro sběr dat o chování uživatelů (Meta 2024a).

Oba nástroje lze využít k analýze a optimalizaci reklamních kampaní na základě skutečného chování uživatelů a umožňuje cílit reklamy na uživatele, kteří již například

navštívili konkrétní webovou stránku, provedli zvolenou akci nebo se nacházejí ve zvolené fázi marketingového funnelu (Weinlich et al. 2022).

I další reklamní platformy umožňují sledování konverzních událostí na webových stránkách a v aplikacích, a všechny fungují na velmi podobném principu jako ty již zmíněné. Například *Microsoft* nabízí jejich řešení *Universal Event Tracking* (Microsoft 2024), a *LinkedIn* svůj *Insight Tag* (LinkedIn Corporation 2024). Implementace většiny těchto řešení (jinak také značek neboli tagů) probíhá, respektive by měla probíhat, přes *GTM*. To pomáhá optimalizovat nasazení tagů, snížit chyby v konfiguraci tagů a umožňuje okamžitě upravovat a nasazovat tagy pomocí webového rozhraní (Google Ireland Limited 2024a).

Pro správné měření výkonu kampaní je nutné využívat tzv. UTM parametry. Ty umožňují poměrně jednoduché a celkem spolehlivé předávání informace o zdroji návštěvy a jsou automaticky podporovány v *GA4*. UTM parametry v URL identifikují kampaň a další parametry, které identifikují zdroj návštěvy na konkrétní webovou stránku, a přiřazují tyto parametry všem relacím návštěvníka až do vypršení atribučního okna.

Parametr	Povinný?	Příklad	Popis
Campaign ID utm_id	Ne	abc.123	Identifikuje konkrétní kampaň, která je zdrojem návštěvy.
Campaign Source utm_source	Ano	google	Identifikuje zdroj návštěvy, většinou konkrétní platformu
Campaign Medium utm_medium	Ano	cpc	Identifikuje medium návštěvy – vyhledávač, placený obsah, tlačítko, newsletter a další.
Campaign Name utm_campaign	Ne	spring_sale	Specifikuje kampaň na strategické úrovni – např. souhrnnou kampaň propagující konkrétní produkt nebo událost.
Campaign Term utm_term	Ne	running+shoes	V placeném vyhledávání se využívá pro identifikaci klíčových slov dané reklamy.
Campaign Content utm_content	Ne	logolink	Pro A/B testování nebo rozlišení různých variant obsahu vedoucích na stejný link..

Tabulka 3 UTM parametry

Nejčastěji používané jsou parametry utm_source, utm_medium a utm_campaign. Celý link vč. UTM parametrů může vypadat následovně:

https://www.ctjutm.cz?utm_source=disertace&utm_medium=referral&utm_campaign=disertace2024

Tento link vede na stránku www.ctjutm.cz, a z utm parametru poznáme, že

- zdrojem návštěvy na stránku [ctjutm.cz](https://www.ctjutm.cz) bude „disertace“,
- medium je odkaz (označovaný pojmem referral) umístěný ve zdroji,
- a kampaň je „disertace2024“.

3.7.2 Atribuce

Atribuční modely hrají klíčovou roli v hodnocení efektivity marketingových kampaní. Správné nastavení atribučních modelů je zásadní pro přiřazení výsledků

specifickým marketingovým aktivitám. V době, kdy může uživatel být vystaven několika reklamním kampaním najednou, je odhad přínosu těchto kampaní k pohybu zákazníka funnelem zásadní.

Atribuční model je soubor pravidel nebo algoritmů, které určují, jak přiřadit zásluhy za konverze nebo jiné určené výkonnostní ukazatele jednotlivým bodům nebo kanálům v marketingovém procesu. Popsané modely berou v úvahu různé faktory, jako jsou časová značka interakcí, sekvence interakcí a další stanovené parametry, aby co nejpřesněji pomohly odhadly přínos jednotlivých kampaní k dosažení finálního cíle, typicky nákupu nebo registrace (Yang et al. 2020).

Existuje několik atribučních modelů, které se nejčastěji používají v praxi. Dělí se na „single-source“ a „multi-source“ modely. První jmenované se soustředí na identifikaci jednoho bodu interakce se zákazníkem, zatímco „multi-source“ jsou komplexnější, a pracují s předem definovaným relativním podílem jednotlivých interakcí na výsledku (Adobe Experience Cloud Team 2023). „Single-source“ atribuční modely jsou součástí většiny platforem jako výchozí modely, pracují s nimi jak GA4, tak např. platforma Meta.

Atribuční model	Typ modelu	Přiřazení zásluh	Vhodné pro	Nevýhody
First-touch	Single-source	100 % první interakci se zákazníkem.	Měření na začátku funnelu.	Nevhodný pro delší prodejní cykly.
Last-touch	Single source	100 % poslední interakci se zákazníkem.	Měření na konci funnelu.	Ignoruje vrchní část funnelu.
Lineární	Multi-source	Všechny identifikované body interakce hodnoceny stejně.	„Dlouhé“ prodejní cykly.	Nerozlišuje důležitost jednotlivých interakčních bodů.
Position-based (U-shaped)	Multi-source	40 % první interakci, 40 % interakci přímo předcházející konverzi, zbylé 20 %.	Komplexní prodejní cykly s vyváženou důležitostí vrchní a spodní části funnelu.	Opomíjí střední část prodejního procesu.
W-Shaped	Multi-source	30 % první interakce, 30 % „Key learning moment“ ¹⁹ , 30 % interakce přímo předcházející konverzi, 10 % zbývajících.	Komplexní prodejní cykly s důrazem na začátek a konec funnelu.	Nedává dostatečnou váhu menším interakcím, které mohou ovlivnit rozhodnutí.
Time-decay	Multi-source	Větší váha interakcím ve spodní části funnelu.	Proces s důležitými interakcemi blíže k závěru prodejního funnelu.	Může podceňovat význam raných interakcí.

Tabulka 4 Často využívané základní typy atribučních modelů

Mimo zmíněných modelů je také možné zvolit personalizovaný atribuční model, který je nastaven přesně dle potřeb inzerenta. Existují i modely založené na využití neuronových sítí (Yang et al. 2020). Platforma pro analýzu webu uvažovaná v této práci,

¹⁹ Specifický okamžik v zákaznické cestě, kde uživatel získává podstatné informace, které mohou významně ovlivnit jeho rozhodování.

tedy GA4, nabízí v roce 2024 defaultně 3 modely: „Data-driven attribution“, „Paid and organic last click“ a „Google paid channels last click“ (Google Ireland Limited 2024c) a uživatel má také možnost nastavit vlastní model. V procesu atribuce GA4 využívá integrované strojové učení (Chandhok 2023).

Efektivní plánování alokace zdrojů na jednotlivé kampaně přímo závisí na správném nastavení atribučního modelu. Nevhodné nastavení může vést k situaci, kdy je výsledek připisán kampani, která sice zaujala uživatele jako první, ale nebyla přímo zodpovědná za výslednou konverzi. V takovém případě může inzerent neúměrně investovat do kampaně, která sice oslovuje široké publikum, ale nevede ke konverzi (Chan et al. 2020b).

Samotné nastavení a výběr vhodného atribučního modelu není předmětem výzkumné části této práce, je to však podstatné pro fázi sběru a transformace dat o výkonnosti marketingových kampaní, které jsou dále využity. Proto je třeba tuto skutečnost mít na paměti během celého procesu vyhodnocování kampaní, zejména při porovnávání dat z různých platforem. Vhodné je atribuční model sjednotit, například vyhodnocováním konverzních událostí pouze v nástroji pro analýzu výkonu webu, nikoli přímo v samotných reklamních platformách.

3.7.3 Sběr dat

Proces sběru marketingových dat z placených kampaní zahrnuje několik klíčových kroků a platforem, které hrají zásadní roli v akvizici, integraci a následné analýze těchto dat. Sbírat data lze ze různých relevantních platforem, a to už přímo nebo pomocí konektorů různých ETL²⁰ nástrojů, které slouží i pro zpracování a automatizaci procesů a ukládání do datových skladů.

Níže jsou popsány nejpoužívanější přístupy ke sběru dat z platformy *Meta*, a *GA4* a *Google Ads* pomocí platformy *Google BigQuery*.

Meta

Z platformy *Meta* lze data o výkonu kampaní exportovat přímo z přehledu reklamních kampaní anebo z integrovaného nástroje pro tvorbu reportů přímo ve webovém

²⁰ Extract Transform Load

rozhraní. Uživatel si může zvolit, která pole budou v reportu zahrnuta, jaká je úroveň agregace (denní, týdenní, měsíční, celková atd.), a i v jakém formátu budou exportována. V tabulce níže je uveden seznam polí, vč. datových typů a definice metrik, které se nejčastěji využívají pro vyhodnocování kampaní využívají. Detailnímu popisu a interpretaci vybraných podstatných metrik je věnována samostatná kapitola dále v této práci.

Název pole (sloupce tabulky)	Datový typ	Definice metriky
campaign_name	string	Název kampaně
day	date	Den pro která platí výsledky kampaně
attribution_setting	string	Nastavený atribuční model
result_type	string	Typ výsledku kampaně
results	integer	Počet výsledků (specifikovaných v „result type“)
reach	integer	Celkový počet oslovených uživatelů
impression	integer	Kolikrát byla kampaň zobrazena
cost_per_result	float	Cena za výsledek (specifikovaný v „result type“)
amount_spent_czk	float	Utracená částka celkem
frequency	float	Průměrný počet zobrazení reklamy 1 uživateli
unique_link_clicks	integer	Počet unikátních kliknutí na odkaz
landing_page_view	integer	Počet zaregistrovaných zobrazení cílové stránky
link_clicks	integer	Počet kliknutí na odkaz
cost_per_landing_page_view	float	Cena za 1 zaregistrované zobrazení cílové stránky
cpcp_cost_per_link_click	float	Cena za 1 kliknutí na odkaz
cmo_cost_per_1000_impressions_czk	float	Cena za 1000 impresí

Název pole (sloupce tabulky)	Datový typ	Definice metriky
ctr_all	float	Míra prokliku (všech prokliků), v %
objective	string	Typ cíle kampaně (Traffic, Brand Awareness, Conversions, atd...)
clicks_all	integer	Počet všech kliknutí na reklamu (na link, reakce, přehrání videa, atd.)
ctr_link_click_through_rate	float	Počet kliknutí na odkaz / celkový počet impresí, v %

Tabulka 5 META – Schéma tabulky s výkony kampaní (denní agregace)

Google Big Query

Google BigQuery (BQ) je nástroj, jenž umožňuje shromažďovat, ukládat, transformovat a exportovat raw data z *GA4* a *Google Ads*. Jedná se cloudový nástroj pro práci s velkými daty a data warehouse od Google, jenž je součástí nástrojů na platformě *Google Cloud*. BQ lze použít k ukládání a dotazování dat bez velkých počátečních investic. Ceny služby BQ jsou založeny na velikosti ukládaných nebo dotazovaných dat (Google Ireland Limited 2024h). BQ nabízí robustní platformu pro práci s velkými datovými sadami a podporuje široce rozšířený standardizovaný dotazovací jazyk SQL, respektive jeho dialekt *GoogleSQL*.

Export *GA4* nebo *Google Ads* dat do BQ není nastaven defaultně a nelze data z *GA4* nahrát zpětně. V BQ se pracuje v rámci nadřazené organizace v jednotlivých projektech, do kterých jsou následně uloženy konkrétní data-sady, napojení na služby a API a probíhají v nich jednotlivé výpočty, dotazy a analýzy, kterým se souhrnně říká „jobs“ (Delporte 2024a).

Zásadní roli hraje BQ v kombinaci s *GA4*, důvody tohoto tvrzení byly popsány v kapitole 3.7.1. Export *GA4* dat do BQ se skládá ze dvou částí – datasetu a tabulek. Každá jedna instance *GA4* představuje data set, který je přidán do projektu BQ. V každém *GA4* data

setu je souhrn tabulek, každá se jménem `events_YYYYMMDD`²¹. V řádcích tabulky jsou zachyceny události, ve sloupcích pak parametry událostí. Některé z těchto parametrů mohou být vnořené. Schéma exportu je do detailu popsáno v dokumentaci (Google Ireland Limited 2024b). Vybrané skupiny parametrů (nejčastěji používané a relevantní pro tuto práci) z tabulky `events_YYYYMMDD`, jsou popsány v Tabulka 6 níže.

Skupina parametrů	Popis	Parametry (vybrané)
event	Obsahuje informace o události – typ, časové značky, hodnotu; lze definovat vlastní+ event je základní jednotkou reportu GA4	event_name, event_timestamp, event_date, event_params.record ²²
user	Obsahuje informace o konkrétních uživateli/zařízeních přiřazených k události, využívá se pro identifikaci uživatelů	user_pseudo_id, user_id, user_first_touch_timestamp, user_properties.record
device	Specifikuje zařízení, ze které je přiřazené k události	device.category, device.language, device.operating_systems
geo	Údaje o geolokaci události	geo.country, geo.region, geo.city
collected_traffic_source	Obsahuje sebraná data o zdroji události	gclid
traffic_source	Obsahuje informaci o zdroji události, která byla první při akvizici uživatele, umožňuje rozlišovat jednotlivé kampaně a kanály	traffic_source.name, traffic_source.medium, traffic_source.source
ecommerce	Informace o nákupech uživatelů, využívá se v případě e-shopů pro analýzu prodejů	ecommerce.total_item_quantity, ecommerce.purchase_revenue
items	Informace o produktech, využívá se v případě e-shopů pro analýzu úspěšnosti prodejů jednotlivých produktů	item.item_id, item.item_name, item.item_revenue, item.item_brand, item.item_variant, item.price

Tabulka 6 Parametry reportované GA4 exportované do BigQuery – zjednodušené schéma nejdůležitějších parametrů

²¹ Tato tabulka je tvořena každý den, pokud je povolen denní export. GA4 umožňuje i tzv. Streaming. Možnost streamování exportu GA4 do BQ umožňuje nepřetržité odesílání dat do BQ v reálném čase. To se využívá zejména při testování nových funkcí a debugingu.

²² Označení record značí, že parametr obsahuje další vnořené parametry viz (Google Ireland Limited 2024b)

BQ není omezená pouze na práci s data-sety získanými z GA4 a Google Ads, ale umožňuje import a práci i s daty z dalších zdrojů. Nabízí napojení prakticky na celý Google ekosystém, takže je velmi jednoduché importovat data např. v podobě Google Sheets a dalších externích zdrojů pomocí API rozhraní.

BQ je praktickým nástrojem zejména v případě potřeby propojení dat z GA4 a Google Ads, kdy je jakožto klíč použit parametr gclid, jenž se vyskytuje v reportu z obou systémů a umožňuje tak napárovat výkon reklam běžících v Google Ads na události probíhající na webových stránkách nebo v aplikacích.

Jednotlivé tabulky v data setech BQ lze dotazovat pomocí SQL. BQ nabízí náhled na schémata jednotlivých tabulek, informace o tabulkách, v případě BQ tabulek i náhled. V rozhraní lze také přímo provádět SQL dotazy, data ukládat ve vybraných formátech a exportovat jako soubory nebo odesílat do napojených služeb.

The screenshot shows the Google Cloud BigQuery interface. On the left is a sidebar with navigation options: Analysis, Data transfers, Scheduled queries, Analytics Hub, Dataform, Partner Centre, Orchestration, Migration, Assessment, SQL translation, Administration, Monitoring, Capacity management, BI Engine, Disaster recovery, Policy tags, Release notes. The main panel is titled 'events_20240613' and shows the table schema. The schema table has columns: Field name, Type, Mode, Key, Collation, Default value, Policy tags, and Description. The fields listed are: event_date (STRING, NULLABLE), event_timestamp (INTEGER, NULLABLE), event_name (STRING, NULLABLE), event_params (RECORD, REPEATED), event_previous_timestamp (INTEGER, NULLABLE), event_value_in_usd (FLOAT, NULLABLE), event_bundle_sequence_id (INTEGER, NULLABLE), event_server_timestamp_offset (INTEGER, NULLABLE), user_id (STRING, NULLABLE), user_pseudo_id (STRING, NULLABLE), privacy_info (RECORD, NULLABLE), user_properties (RECORD, REPEATED), user_first_touch_timestamp (INTEGER, NULLABLE), user_lv (RECORD, NULLABLE), device (RECORD, NULLABLE), geo (RECORD, NULLABLE), app_info (RECORD, NULLABLE), traffic_source (RECORD, NULLABLE), and stream_id (STRING, NULLABLE). Below the schema table, it says 'Table type: table'.

Obrázek 9 Uživatelské rozhraní BigQuery – náhled schématu tabulky událostí z Google Analytics 4

3.7.4 Vyhodnocení – sledované metriky

Jakmile je proveden sběr dat, jejich čištění a případná transformace, lze přistoupit k fázi vyhodnocování. Konkrétní proces a způsob vyhodnocení bude záležet na každém manažerovi nebo analytikovi, co je ovšem klíčové, jsou metriky, které jsou předmětem tohoto vyhodnocení.

Níže jsou popsány metriky, které se využívají k hodnocení úspěšnosti kampaní v online prostředí, zejména v případě vyhledávacích a obsahových kampaní. Metriky lze rozdělit do dvou hlavních kategorií:

- 1) výrazně ovlivněné rozpočtem kampaně, jako jsou dosah, imprese nebo náklady na kliknutí (CPC), a
- 2) jež odrážejí výkonnost z produkční stránky kampaně, například míra prokliku (CTR), nebo skóre kvality a relevance obsahu.

Níže jsou tyto metriky blíže popsány, zejména jejich definice a význam.

Dosah – Reach

Dosah je základní metrikou využívanou v online marketingu. Lze se na něj dívat ze dvou hledisek – ze strategického úhlu pohledu jako na velikost cílové skupiny nebo její část, kterou je potřeba oslovit. A z pohledu reklamních kampaní – to je většinou dosah definován jako počet unikátních uživatelů, jimž byla reklama zobrazena alespoň jednou (Meta 2024c).

Větší dosah v rámci specifické cílové skupiny může vést k lepším výsledkům kampaně, protože oslovuje větší počet lidí, kteří vykazují charakteristiky nebo chování odpovídající profilu ideálního zákazníka. Pro online reklamní platformy je také snazší pracovat s kampaněmi, které mají vyšší dosah – algoritmy platforem se rychleji učí a snáze vyhledávají další potenciální zákazníky. Z pohledu online reklamy je dosah zásadní údaj i pro vyhodnocování výkonu minulých a plánování kampaních budoucích.

Některé reklamní strategie se soustředí čistě na co největší dosah mezi uživateli – ty se nazývají Brand Awareness. Cílem takových kampaní je většinou budování povědomí o značce a získávat uživatele do horní části marketingového funnelu.

Počet zobrazení – Impressions

Definice metriky počtu zobrazení (v práci se může vyskytovat výraz „počet impresí“) se liší zejména mezi obsahovými a vyhledávacími kampaněmi. V případě obsahových kampaní je metrika počtu zobrazení většinou definována jako počet zobrazení konkrétní reklamy. V případě platformy *Meta* počet zobrazení říká, kolikrát se instance reklamy poprvé zobrazila na obrazovce uživateli (Meta 2024e).

V případě vyhledávacích kampaní počet zobrazení indikuje, jak často byla reklama zobrazena na vyhledávací stránce nebo na jiných webech ve vyhledávací síti *Google* (Google

2024b), případně jiných vyhledávačů (seznam.cz, Bing)(Seznam.cz, a.s. 2025; Microsoft 2023). Metrika je úzce spjata s četností vyhledávání klíčových slov, jež jsou součástí reklamní kampaně – jestliže se klíčové slovo podle zvoleného pravidla rovná vyhledávacímu výrazu (princip např. dle (Google 2024a)) a inzerent zvítězí v aukci, reklama je zobrazena.

Od metriky zobrazení je odvozena metrika CPM²³, neboli cena za 1000 zobrazení, a frekvence/četnost zobrazení. Ta je vypočítána jako poměr počtu zobrazení a dosahu. Počet zobrazení je využíván při plánování obsahových kampaní a stanovování cílových metrik. Dle (Liaukonyte et al. 2015) existuje „The Rule of 7“, dle kterého musí zákazník reklamu vidět cca 7x, aby provedl cílovou akci. Toho lze využít při plánování rozpočtu na kampaně při znalosti ceny za 1 impresi.

Konverze

Metrika konverze označuje počet návštěvníků, kteří dokončí žádanou akci na webové stránce nebo v rámci reklamní kampaně. Tato žádaná akce může zahrnovat různé činnosti, jako je vyplnění formuláře, registrace na webu, stáhnutí dokumentu, nákup produktu, přihlášení k odběru novin, nebo kliknutí na odkaz. Konverzní událost se vztahuje na jakoukoliv označenou akci, kterou uživatel provede a která je pro podnikání důležitá.

Z metriky konverze je odvozena metrika konverzní poměr (des. číslo)

$$\text{Konverzní poměr} = \frac{\text{Počet konverzí}}{\text{Počet kliknutí na reklamu}} \quad (3.19)$$

V nástrojích GA4 (s pomocí GTM) mohou být konverze, nebo také konverzní události, sledovány buď automaticky, nebo definovány podle potřeb inzerentů.

Konverze jsou klíčové pro měření úspěšnosti reklamních kampaní a jejich další plánování, protože ukazují konkrétní počet dosažených předem definovaných výsledků kampaně. Kampaně na jednotlivých platformách lze nastavit přímo s cílem dosahování co nejvyššího počtu konverzí. Např. platforma Meta nabízí přímo typ kampaně s cílem konverze – v kombinaci s Meta Pixel a Meta CAPI používá algoritmy strojového učení, které analyzují data o chování uživatelů a automaticky přizpůsobují distribuci reklam tak, aby byly zobrazeny těm uživatelům, kteří mají největší pravděpodobnost provedení konverze na

²³ Cost Per Mille

základě předchozích interakcí (HEM_dsalazar 2024; META 2024). Obdobné možnosti nabízí i většina dalších platforem.

Míra prokliku

Metrika míra prokliku CTR²⁴ je poměr, který vyjadřuje, jak často lidé na jim zobrazenou reklamu klikají. Obecně je definována jako poměr kliků a počtu zobrazení

$$CTR = \frac{\text{Počet kliknutí}}{\text{Počet zobrazení}} \quad (3.20)$$

Metrika míra prokliku je vázána spíše na kvalitativní stránku kampaní a může být ovlivněna zejména následujícími faktory:

- jak jsou relevantně nastavena publika,
- relevance obsahové stránky kampaní – vizuály, textace,
- relevance klíčových slov (vyhledávací kampaně),
- shoda klíčových slov s neočekávanou „virální“ událostí.

ROI kampaní

Metrikou, která se často využívá pro vyhodnocení výkonnosti je „return on investment“ (ROI). Existuje bezpočet přístupů, jak ROI v případě online reklamy měřit. Z pohledu malých a středních podniků se tomuto věnuje (McCann a Barlow 2015), z pohledu marketingu jako celku lze najít přístup k měření ROI ve (Watson 2011). Ačkoli se firmy snaží do svého působení zakomponovat přítomnost na sociálních sítích (ať už organickou, nebo placenou) a věnovat se optimalizaci obsahu ve vyhledávacích, stále nejsou plně schopny ROI z těchto činností sledovat a vyhodnocovat (Rana et al. 2020).

Pochopení a měření ROI v oblasti online marketingových kampaní je klíčové pro efektivní řízení marketingových aktivit a alokaci rozpočtů. ROI umožňuje marketérům kvantifikovat efektivitu jejich kampaní v podobě finančního výkonu vynaložených prostředků. Díky digitalizaci a možnosti detailního sledování chování zákazníků a atribučním modelům je možné vypočítat ROI mnohem přesněji. Zejména díky dostupnosti nástrojů, které pomáhají s dosledováním cesty zákazníka od prvního kontaktu s reklamou až po finální nákup (Pollák a Markovič 2021; Peter et al. 2020).

²⁴ Clickthrough rate

Základní vzorec pro výpočet ROI v marketingových kampaních vypadá následovně:

$$ROI = \left(\frac{\text{Celkové výnosy z kampaní} - \text{Celkové náklady na kampaně}}{\text{Celkové náklady na kampaně}} \right) \times 100 \quad (3.21)$$

Výpočet ROI reflektuje procentuální návratnost nákladů na kampaně v porovnání s generovanými příjmy. Pro účely marketingu je klíčové správně identifikovat a kvantifikovat oba tyto prvky: náklady na realizaci kampaně a příjmy, které tato kampaň přímo generuje.

ROAS kampaní

Další metrikou, která se využívá pro vyhodnocování online reklamních kampaní (často stanovována jako KPI²⁵) je návratnost investic do reklamy – ROAS²⁶. Ta umožňuje hodnotit účinnost reklamních investic v generování příjmů. Tato metrika je nezbytná pro vyhodnocování a optimalizaci reklamních kampaní a rozhodování o alokaci zdrojů do jednotlivých kampaní. Porozumění a využití ROAS je proto nezbytné pro měření efektivity reklamních výdajů a pro udržení konkurenceschopnosti na trhu (Dinner et al. 2014).

ROAS je metrika definována jako podíl příjmů a investice do kampaní (Ellis-Chadwick a Doherty 2012). V praxi se často stanovuje minimální ROAS, které je využíváno k alokaci finančních zdrojů do jednotlivých marketingových kampaní a kanálů (Haupt a Lessmann 2022b; Mitchell a Makienko 2014).

$$ROAS = \frac{\text{Celkové příjmy z kampaně}}{\text{Celkové náklady na kampaň}} \times 100 \quad (3.22)$$

Vzhledem k dynamickému rozvoji marketingových nástrojů a platforem a jejich neustále se měnících algoritmů je potřeba ROAS vyhodnocovat a pravidelně tak ověřovat, že jsou investice do reklamy směřovány správným směrem (Polearus a Timuş 2021).

ROAS a ROI je často zaměňováno, ačkoli mezi sebou mají důležité rozdíly.

²⁵ Key Performance Indicator

²⁶ Return on Advertising Spent

ROAS:

- měří přímý výnos z investic do reklamní kampaně;
- vypočítá se jako poměr mezi příjmy generovanými z konkrétních reklamních aktivit a náklady na tyto aktivity.
- zaměřuje se na efektivitu konkrétních reklamních kampaní nebo marketingových aktivit a pomáhá pochopit, jak efektivně jsou utracené peníze na reklamu přetvářeny na příjmy.

ROI:

- měří celkový výnos z investice ve vztahu k celkovým nákladům na tuto investici;
- zahrnuje všechny náklady a příjmy spojené s investicí, nejen ty přímo utracené v reklamních platformách;
- je používán k hodnocení efektivity celkové investice, to zahrnuje různé typy nákladů a jejich vliv na ziskovost firmy nebo projektu.

Zatímco ROAS se specificky zaměřuje na výnosnost peněz vložených do reklamy, ROI poskytuje komplexní pohled na ziskovost investice a zahrnuje celkové náklady a příjmy spojených s celou investiční aktivitou.

4 Výzkumné otázky

Cílem této kapitoly je shrnout nejdůležitější poznatky získané analýzou relevantní literatury. Na základě identifikované výzkumné mezery jsou formulovány výzkumné otázky.

4.1 Shrnutí výzkumné mezery

Na základě zhodnocení relevantních zdrojů bylo identifikováno několik klíčových aspektů:

- **Dostupnost dat:** K dispozici jsou rozsáhlé historické záznamy o výkonu reklamních kampaní (např. CTR, CPC, konverzní poměry a další), které jsou snadno dostupné a využitelné pro optimalizaci.
- **Neurčitost v datech:** Výkon kampaní se mění v čase, hodnoty klíčových metrik kolísají a tradiční optimalizační metody tyto změny neberou v úvahu.
- **Potenciál robustní optimalizace:** Robustní optimalizace je nástroj, který umí pracovat s neurčitými daty.

Přestože dostupná data poskytují rozhodovateli dostačující informace pro strategické rozdělování investic do kampaní, často jsou využívána izolovaně, nikoli v souvislostech. To omezuje efektivitu při rozhodování. Chybí nástroj, který by umožnil jejich současné a systematické zpracování a zároveň dokázal kombinovat optimalizační přístup se zohledněním variability výkonnosti kampaní. Robustní lineární model tento problém řeší tím, že relevantní data integruje do jednoho optimalizačního procesu, který zohledňuje neurčitost vstupních dat.

4.2 Definované výzkumné otázky

Tato identifikovaná výzkumná mezery vede k následujícím výzkumným otázkám:

- Lze využít robustní lineární programování pro efektivní alokaci rozpočtu do online reklamních kampaní?
- Lze uvažovat neurčitost vstupních dat v různých parametrech modelu?
- Která dostupná data a metriky jsou klíčová pro optimalizaci rozpočtů do online reklamních kampaní a jak je vhodně transformovat?

5 Návrh přístupu pro efektivní investování do online reklamních kampaní

Následující kapitoly se věnují návrhu a implementaci modelu robustního lineárního programování, který optimalizuje alokace rozpočtu do online reklamních kampaní. Níže navržený postup staví na standardně dostupných zdrojích dat, jako jsou platformy Google Analytics 4, Meta Ads, Google Ads a další relevantní systémy. Tato data jsou nejprve zpracována a upravena specifickými postupy, které budou detailně popsány, aby byla vhodná jako vstupní parametry dále navrženého optimalizačního modelu.

Níže je zformulován řešený problém, popsány potřebné kroky sběru a transformace dat, stanovení parametrů a návrh modelu RLP a jeho praktickou implementaci, včetně popisu vstupních dat, metod jejich zpracování a interpretace získaných výsledků. V jednotlivých krocích budou využity různé softwarové nástroje pro získání a zpracování dostupných dat a jejich výpočty tak, jak bylo uvedeno v metodice práce.

5.1 Východiska

Hlavní motivací pro vytvoření tohoto nástroje je skutečnost, že inzerenti často čelí výzvám při rozhodování, jak efektivně alokovat dostupné finanční prostředky do kampaní, tak, aby maximalizovali výsledky a dosáhli stanovených obchodních cílů. Současná praxe ukazuje, že tradiční přístupy často postrádají jakýkoli kvantitativní základ, nezohledňují vztahy mezi různými metrikami a daty, a rozhodnutí o investicích bývají založena spíše na intuici, a to zejména v menších až středních subjektech. To vede k nevyužití potenciálu kampaní a v důsledku i k nižšímu objemu prodejů (Saputra 2024).

Ačkoli je pojem „optimalizace kampaní“ často používaný v marketingovém žargonu, současná praxe ji většinou redukuje na následující tři hlavní přístupy: redistribuci rozpočtů podle jednoduchých metrik výkonnosti (PNO), úpravu technických parametrů kampaní (klíčová slova, cílení), nebo modifikaci kreativních prvků. Tento postup je však ze své podstaty nevhodný pro počáteční rozdělení rozpočtu pro jednotlivé kampaně, a nezohledňuje širší kontext a případné další podstatné metriky.

Oproti tomu navržený postup staví na principu lineárního programování. Metodický rámec využívá LP jako nástroj, který bere v úvahu různorodé metriky a předpoklady

digitálního marketingu. Hlavní předností navrženého přístupu je zahrnutí aspektů robustní optimalizace, tedy schopnost modelu pracovat s možnými odchylkami dat od stanovených výchozích hodnot. To je v prostředí online reklamy prakticky nutností, protože výkony kampaní jsou ovlivněny řadou různých faktorů – od silné konkurence, přes výkyvy chování cílových skupiny až po změny algoritmů platform. Výsledky navrženého modelu jsou sada doporučení, která inzerentovi pomáhá rozhodnout, jak efektivně investovat finanční prostředky do jednotlivých kampaní s cílem dosažení optimalizované návratnosti investic.

Další přednost navrženého přístupu je jeho praktická aplikovatelnost, která je zajištěna:

- možnost implementace v různých volně dostupných nástrojích,
- stanovením parametrů modelu na základě snadno dostupných dat o výkonu již proběhlých kampaní,
- stanovením omezení a požadavků rozhodovatelem,
- modularitou rozhodovacích proměnných.

Efektivní alokace finančních zdrojů je pro inzerenty podstatná, protože má přímý vliv na dosažené výsledky, protože jsou finanční zdroje ve valné většině případů omezené. Postupy uvedené v této práci řeší dva s tím související problémy, kterým inzerent může čelit:

- má přidělené finanční zdroje a potřebuje je rozdělit mezi několik kampaní na různých platformách, a zároveň potřebuje maximalizovat výkon těchto jednotlivých kampaní, anebo
- má stanovené cíle, kterých chce kampaněmi na různých platformách dosáhnout, ale potřebuje zjistit, kolik finančních prostředků musí jednotlivým kampaním přidělit, aby byly cíle dosažitelné.

V obou případech je výstupem navrženého modelu návrh efektivní alokace zdrojů mezi různé kampaně tak, aby byly splněny stanovené požadavky a omezení a dosaženo stanovených cílů – pokud jich za stanovených podmínek lze dosáhnout. Konečným cílem navrhovaného procesu je určit, kolik jednotek finančních zdrojů má být investováno do jednotlivých kampaní (alternativně skupin kampaní) na online reklamních platformách.

Ve snaze o efektivní optimalizaci marketingových kampaní je vyžadováno porozumění kontextu, ve kterém jsou kampaně realizovány. Kvantitativní přístup

představuje pouze jeden aspekt celkového procesu. Pro smysluplnou interpretaci výsledků a následnou implementaci změn je klíčová inzerentova znalost:

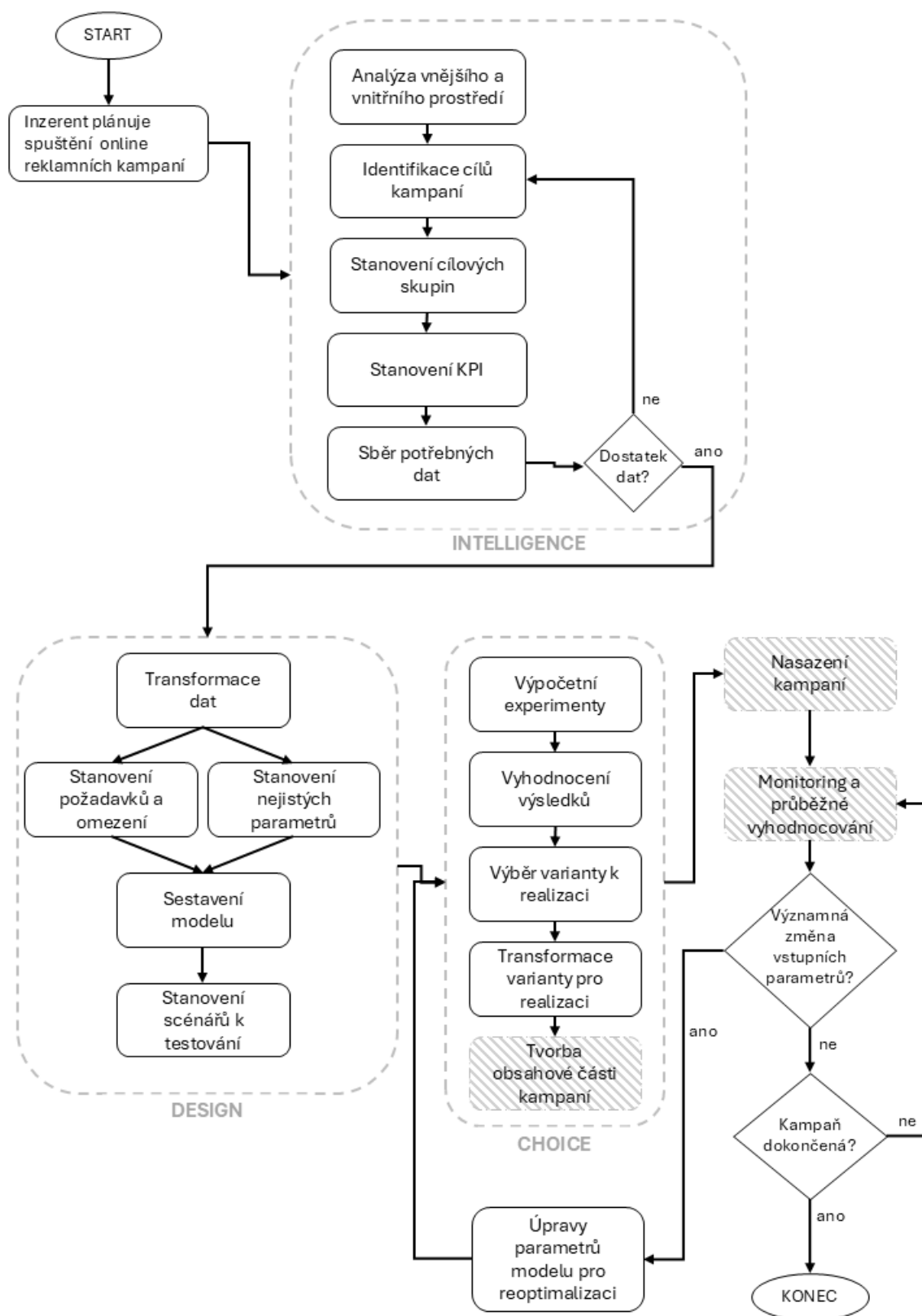
- a) strategických cílů organizace a jejich provázanost s marketingovými aktivitami,
- b) specifik cílových skupin vč. jejich charakteristik a preferencí,
- c) konkurenčního prostředí a pozice firmy na trhu,
- d) interních procesů, omezení a technických možností,
- e) sezónních vlivů a dalších externích faktorů ovlivňujících výkonnost kampaní

Čistě mechanická optimalizace může vést k suboptimálním řešením, řešením vytrženým z kontextu nebo dokonce k řešením s negativním dopadem na celkové výsledky inzerenta. V neposlední řadě, znalost marketingového prostředí, jeho principů, nástrojů a technik je základním předpokladem pro úspěšné využití níže navržených postupů a modelů.

5.2 Proces optimalizace investic do online marketingových kampaní

Postup plánování alokace finančních zdrojů do online kampaní lze rozdělit do čtyř fází rozhodovacího procesu definovaných Simonem (Simon 1977) - Intelligence, Design, Choice, a Implementation. Každá fáze zahrnuje specifické činnosti, které jsou klíčové pro úspěšné plánování a realizaci kampaní. Tato práce se zaměřuje především na fáze Intelligence, Design, a Choice.

Konkrétní činnosti pro jednotlivé fáze budou postupně popsány v následujících kapitolách a celý proces je zobrazen v diagramu níže. Šrafované činnosti nejsou přímo předmětem této práce, avšak jsou nezbytné pro celý proces. Jedná se o standardní činnosti inzerentů a v kontextu této práce nevyžadují žádné specifické kroky.



Obrázek 10 Schéma procesu optimalizace

Fáze 1: Intelligence

První fáze obsahuje činnosti zejména jako vymezení řešeného problému, shromažďování relevantních dat a informací o trhu, cílové skupině, inzerentovi a výkonnosti předchozích kampaní. Klíčovými aktivitami jsou:

- Analýza prostředí: Shromažďování dat o subjektu, jeho konkurenci, trendech a preferencích spotřebitelů, definice cílové skupiny
- Identifikace cílů: Stanovení měřitelných cílů kampaně, a určení relevantních KPI.
- Sběr dat: Získávání historických dat z předchozích kampaní.

Fáze 2: Design

Druhá fáze obsahuje činnosti jako návrh možných strategií a kampaní, návrh modelu a stanovení jeho parametrů, určení testovaných scénářů a analýzu výsledků. Klíčovými aktivitami jsou:

- Modelování: Návrh RLP vč. požadavků a omezení
- Návrh kampaní: Vytváření různých variant kampaní.
- Stanovení KPI: pro měření úspěšnosti kampaně a stanovení parametrů RLP.
 - o Stanovení konkrétní hodnoty KPI a odvození b .
 - o Stanovení koeficientů a , c , δ , Γ .

Fáze 3: Choice

Třetí fáze zahrnuje výpočetní experimenty s modelem a stanovenými scénáři, a interpretaci výsledků. Klíčovými aktivitami jsou:

- Výpočetní experimenty: simulace různých scénářů a jejich dopadů na cíle kampaně.
- Vyhodnocení alternativ: Analyzování výsledků různých scénářů (alternativ) a jejich srovnání s cíli a KPI.
- Rozhodování: Výběr alternativy k realizaci.
- Stanovení rozpočtových alokací a časová distribuce rozpočtu.
- Příprava na realizaci.

Fáze 4: Implementation

Poslední fáze obsahuje zejména činnosti související s uvedením vybrané strategie do praxe. Klíčovými aktivitami jsou:

- Spuštění kampaní na online reklamních platformách.
- Průběžné sledování výkonu kampaní pomocí stanovených KPI a jejich srovnání se stanovenými cíli.

V kapitolách níže jsou podrobně rozepsané kroky a aktivity jednotlivých fází. Prostor bude věnován zejména Intelligence, Design a Choice, protože zahrnují většinu činností, které jsou předmětem této práce.

5.2.1 Intelligence

Fáze Intelligence se soustředí na vymezení řešeného problému a poskytuje návod pro shromažďování relevantních dat a informací o inzerentovi, trhu, cílové skupině a výkonnosti předchozích kampaní. Informace získané v této části jsou použity jako východiska pro sestavení RLP modelu a jeho parametrů. Fáze intelligence přináší odpovědi na následující otázky:

- 1) jaký je cíl kampaní,
- 2) jaká je cílová skupina a její charakteristiky,
- 3) jaké bude optimalizační kritérium, tedy co bude řešit účelová funkce modelu,
- 4) dle čeho budou data agregována, resp. definice rozhodovacích proměnných,
- 5) jaká je předpokládaná neurčitost v datech.

K zodpovězení těchto otázek slouží různé nástroje a postupy, jež budou jmenovány níže. Obecně lze postup rozdělit do dvou celků – analýzy vnějšího a vnitřního prostředí. Tyto analýzy jsou součástí strategického rozhodování firmy (Lisnik a Majerník 2023, Saputra 2024) a vzhledem k zaměření práce se text níže soustředí zejména na ty informace plynoucí z těchto analýz, které jsou relevantní pro plánování kampaní.

1. Analýza vnitřního a vnějšího prostředí

Analýza vnitřního prostředí se zaměřuje na interní faktory, které ovlivňují výkon a strategii firmy. Tento proces zahrnuje hodnocení dostupných zdrojů (Henry 2021), jako jsou:

- lidské zdroje,

- finanční prostředky,
- technologie.

Při analýze marketingových kampaní je nezbytné zaměřit se na dostupnost dat a technické zabezpečení nástrojů pro sběr dat. To zahrnuje hodnocení a posouzení využívaných nástrojů, jako jsou CRM systémy a analytické platformy. Správné zhodnocení technického zabezpečení sběru dat je klíčové pro určení přesnosti dat a schopnosti firmy spolehlivě měřit výsledky kampaní. Zásadní jsou zejména následující otázky:

- **Spolehlivost a správná implementace nástrojů pro sběr dat:** Zhodnocení spolehlivosti nástrojů jako GA4, Adobe Analytics, CRM a dalších, a kvality nasazení a implementace sledovacích tagů na webových stránkách a v aplikacích. Toto má přímý vliv na získávání dat o uživateli, konverzí a dalších klíčových ukazatelích výkonnosti (KPIs).
- **Úroveň integrace nástrojů s ostatními systémy:** Posouzení, jak dobře jsou tyto nástroje integrovány s dalšími systémy, což ovlivňuje relevanci a přesnost dat.
- **Úroveň agregace dostupných dat:** Vyhodnocení, zda jsou data dostupná na úrovni jednotlivých typů kampaní, reklamních skupin, cílových skupin, nebo pouze na úrovni platformy. Detailnější data umožňují přesnější analýzy a rozhodování.
- **Dostupnost historických dat:** Kontrola, zda jsou k dispozici historická data, která jsou klíčová pro tvorbu modelů a simulaci různých scénářů pomocí RLP.

Při analýze marketingových kampaní je nezbytné také vyhodnotit a posoudit dostupné rozpočty, které mají přímý vliv na rozsahy a výkony kampaní. Dále je důležité analyzovat aktuální marketingové strategie a jejich úspěšnost, například prostřednictvím měření návratnosti investic (ROI) z předchozích kampaní.

Analýza vnějšího prostředí se zaměřuje na externí faktory, které mohou ovlivnit marketingové kampaně a které formují tržní prostředí (Henry 2021). Analýza zahrnuje hodnocení následujících faktorů:

- | | |
|-----------------|----------------------|
| - politických, | - technologických, |
| - ekonomických, | - právních, |
| - sociálních, | - environmentálních. |

Pro kampaně jsou podstatné, zejména technologické a právní faktory. Technologické inovace, jako jsou nové platformy pro digitální marketing nebo pokročilé analytické nástroje, mohou otevřít nové příležitosti pro efektivní cílení a komunikaci se zákazníky. Zásadní vliv mají i změny algoritmů jednotlivých platform, které mohou mít vliv na fungování dosavadního přístupu a vést k větší neurčitosti v datech. Rovněž je potřeba sledovat legislativní změny, jako například změny v ochraně osobních údajů, které mají zásadní vliv na dostupnost dat (GDPR, povinnost zavádět Cookie Consent a další). Pro hodnocení vnitřního a vnějšího prostředí existuje celá řada standardizovaných nástrojů, například STEP analýza, Porterův model, VRIO, nebo SWOT analýza (Henry 2021; Shtal et al. 2018; Puyt et al. 2023). Volba vhodného nástroje je na inzerentovi.

Podstatnou součástí analýzy vnějšího prostředí pro modely navržené v této práci je identifikace a hodnocení cílové skupiny a klíčových slov jak z pohledu SEO, obsahových, tak vyhledávacích kampaní. Velikost cílové skupiny v případě vyhledávacích kampaní se odvíjí spíše od hledanosti klíčových slov, která jsou nebo budou využita v rámci kampaně.

Analýza klíčových slov se zaměřuje na vyhledávací kampaně (PPC a SEO), kde klíčová slova zajišťují viditelnost ve vyhledávačích (Weinstein 2013). Tato analýza zahrnuje:

- **Identifikace relevantních klíčových slov:** inzerent získá přehled o tom, jaká jsou relevantní klíčová slova pro zvolenou cílovou skupinu, nebo jaká klíčová slova se používají při hledání inzerovaného produktu nebo služby.
- **Odhady poptávky a objemu hledání:** poskytne přehled o tom, jaký je objem hledání klíčových slov za zvolené časové období. Slova s vyšší hledaností mohou vést ke zvýšení návštěvnosti stránek a tím ke zvýšení počtu konverzí. Podmínkou však je relevance klíčových slov a tzv. kvalita návštěvnosti²⁷.
- **Identifikace konkurence:** Součástí analýzy je také zjištění, jaká je konkurence pro jednotlivá klíčová slova. Obecně platí, že klíčová slova s vysokou konkurencí mohou

²⁷ Vysoká kvalita návštěvnosti se vyznačuje uživateli, kteří projevují zájem o obsah stránek a potenciálně přispívají k cílům webu. Mezi klíčové metriky indikující kvalitní návštěvnost patří vysoká míra konverze, nízká míra okamžitého opuštění, delší doba trvání relace, vyšší počet zobrazených stránek na relaci, častý návrat návštěvníků, vysoká míra interakce s obsahem a návštěvy z relevantních zdrojů.

být dražší a v případě jejich užití může být složitější dostat se na vrchní pozice ve vyhledávači. Naopak vhodně zvolená, méně hledaná, avšak stále relevantní klíčová slova mohou být levnější a stejně vést k lepší návratnosti (ROI).

Existuje řada nástrojů, které lze využít, například *Google Keyword Planner*, který je součástí nástroje *Google Ads*. Dále jsou často používané *Ahrefs*, *SEMrush* nebo *MarketingMiner* (Google Ireland Limited 2023; Ahrefs Pte. Ltd. 2024; Semrush 2024; Marketingminer.com 2024). Pro odhad sezónnosti a trendů výkonu hledanosti klíčových slov lze využít i *Google Trends* (Google Ireland Limited 2024g).

Analýza cílové skupiny je klíčová z pohledu obsahových kampaní, jako jsou kampaně na sociálních médiích, display reklama nebo obsahový marketing. Obsahové kampaně se zaměřují na vytváření a distribuci relevantního a hodnotného obsahu, který přitahuje a zapojuje cílovou skupinu. Analýza také zahrnuje zjištění velikosti cílové skupiny, včetně demografických, geografických a behaviorálních charakteristik (Weinstein 2013). Tato analýza zahrnuje:

- a) **Definici demografických charakteristik:** Věk, pohlaví, příjem, vzdělání a rodinný stav jsou základní parametry, které ovlivňují výběr komunikačních kanálů a vytváření obsahu.
- b) **Geografickou segmentaci:** Lokalizace cílové skupiny umožňuje přizpůsobit obsah místním zvyklostem a kulturním specifikům.
- c) **Behaviorální analýzu:** Identifikace zájmů, nákupního chování a preferencí cílové skupiny pomáhá vytvářet relevantní a personalizovaný obsah.

Kombinace výše uvedených analýz umožňuje inzerentovi lépe nastavit marketingovou strategii, například pomocí různých poměrů distribuce rozpočtů podle velikosti cílové skupiny na jednotlivých platformách (např: 50:50, 75:25, 25:75). Tuto kombinaci lze simulovat a testovat, což umožňuje optimalizaci kampaní na základě reálných výsledků a efektivity.

Výstup analýzy vnějšího i vnitřního prostředí by měl obsahovat následující:

- identifikace problému, který má být vyřešen pomocí RLP,
- ověření dostupnosti dat pro stanovení konkrétních cílů,
- identifikace slabých míst, která budou mít vliv na přesnost vstupních dat,
- příprava potenciálních testovaných scénářů.

1. Identifikace cílů

Před návrhem jakékoli online marketingové kampaně je nezbytné stanovit jasné cíle a metriky, které budou měřit úspěšnost kampaně a vychází z analýz uvedených v předcházející kapitole. Cíl by měl být stanoven jeden hlavní – na něj je navázána kritériální funkce RLP modelu, a potenciálně cíle vedlejší – z nich mohou vycházet omezující podmínky RLP.

Metriky, které jsou spojeny s měřením cílů se často označují jako KPI. Je důležité stanovit nebo znát výchozí hodnoty, od kterých budou KPI odvozovány. Stanovené KPI následně budou použity buď jako pravostranné koeficienty RLP modelu, nebo od nich budou odvozeny. Primárním KPI může být například požadovaný počet prodaných výrobků, počet registrací na kurz nebo jiná provedená akce, kterou lze považovat za konverzi a která má vyčíslitelnou peněžní hodnotu. Nebo může být cílem dosažení souhrnné hodnoty tržeb. Podstatná je v této části personalizace. Každá firma má potřeby a cíle jiné, a proto je třeba KPI stanovovat s ohledem na individuální potřeby každého podniku. KPI by mělo být stanoveno pro určitou jasně definovanou skupinu reklamních kampaní, pro které lze sbírat data a které lze ovlivnit výši investovaných finančních prostředků.

Pokud již nějaké marketingové kampaně proběhly, lze z jejich historického výkonu odvodit cíle nové. V případě, že žádná data o výkonu kampaní a další potřebné údaje k dispozici nejsou, lze využít metriky jako body zvratu a veřejně dostupné datové sady jako odrazový můstek. Většina velkých renomovaných portálů a agentur, které se věnují online marketingu, publikuje reporty a informace o výkonu, cenách a trendech kampaní v konkrétních sektorech, vč. hodnot nejdůležitějších metrik. Mezi takové portály se řadí například *HubSpot* (Bump 2023; Cahoon 2024), *WordStream* (Marino 2024b) nebo *Huble* (Giannokauris 2023) a tyto report jsou dostupné zdarma.

Pro efektivní stanovení cílů se obecně používá princip SMART, tedy že cíle by měly být specifické (Specific), měřitelné (Measurable), dosažitelné (Achievable), relevantní (Relevant) a časově ohraničené (Time-bounded). Specifičností cílů je zajištěna stanovením konkrétních KPI, díky nástrojům zmíněným v kapitole 3.7 je zajištěna i jejich měřitelnost. Časová ohraničenost cílů bude částečně zajištěna stanovením doby běhu reklamních kampaní, která jsou cílem optimalizace.

Podstatné je také ověření dosažitelnosti stanovených cílů, tedy že jsou v souladu s realitou. Příliš ambiciózní požadavek na počet prodaných kusů například nemusí reflektovat reálnou velikost cílové skupiny a její kupní sílu, nebo dostupní finanční zdroje nemusí umožňovat realizaci marketingové kampaně v požadovaném rozsahu. Některé kontrolní mechanismy budou zmíněny u vyčíslení konkrétních KPI. Částečně tuto kontrolu také zajistí samotný navržený RLP díky principu fungování omezujících podmínek a (ne)existenci optimálního řešení. Relevance cílů je plně v kompetenci inzerenta. Měly by být v souladu s dlouhodobými strategickými plány firmy a jejich plnění by mělo přinášet konkrétní přínosy.

Definovat lze 2 směry, kterými se lze vydat a určit tak povahu kriteriální funkce RLP s odpovídajícím KPI:

- maximalizace výkonu
 - o ROI
 - o ROAS
 - o počty konverzí
- minimalizace nákladů
 - o cílová nebo minimální hodnota počtu konverzí

Pro potřeby navrhovaného postupu je potřeba určit, podle čeho budou jednotlivé KPI agregovány:

- cílová skupina,
- typ kampaně (search, content a spol.),
- platforma,
- skupina produktů,
- nebo jejich kombinace.

Podstatnou roli při stanovování agregace dat hraje také časové hledisko – tedy zda chce inzerent agregovat KPI za celou dobu trvání kampaní, nebo je-li pro něj vhodnější zvolit kratší časové úseky, ve kterých budou kampaně vyhodnocovány. Důležitým faktorem může být také schopnost inzerenta získat dostatečně rozsáhlá a relevantní data, ze kterých bude moci vycházet navržený RLP. Volba úrovně agregace po časových úsecích má přímý dopad na komplexitu modelu. Při vyšší granularitě (členění na specifická období) získává

rozhodovatel větší kontrolu nad distribucí rozpočtu, ale současně se zvyšuje komplexita řízení kampaní.

Volba agregace po menších časových úsecích je obzvláště vhodná pro inzerenty, kteří často pracují s dlouhodobými kampaněmi, u nichž se mohou v různých časových obdobích objevovat výrazně odlišné vzorce chování, což by mohlo zkreslit průměrné hodnoty. Typickým příkladem jsou dlouhodobě trvající tzv. product listing ads²⁸, u kterých lze očekávat odlišné výkonnostní chování během letních měsíců a např. v předvánočního období. Zvolit tedy lze, z časového hlediska, následující úrovně:

- celkový přístup, kdy je kampaň pojata jako celek za celé období jejího běhu;
- segmentací na specifická období reflektující sezónnost či speciální akce (vánoční období, Black Friday, letní výprodeje, a jiné...);
- kombinací obou přístupů pro různé typy kampaní.

2. Sběr dat z kampaňových platforem

Po určení KPI a úrovně agregace dat je možné přistoupit ke sběru dat, která budou použita pro nastavení konkrétních hodnot KPI, parametrů modelu a následný výpočet. Budou popsány jednotlivé datové zdroje, ze kterých budou data čerpána, včetně jejich struktury a datových typů.

Sbíraná data budou zahrnovat:

- návštěvnost webových stránek z jednotlivých zdrojů,
- výkony kampaní,
 - dosah, počty impresí, frekvence zobrazení, CTR a další
- informace o investovaných částkách do jednotlivých kampaní.

Pro potřeby modelu RLP dále uvažujeme, že data budou agregována podle kampaně cílené na konkrétní cílovou skupinu na konkrétní reklamní platformě. Tímto způsobem je

²⁸ Typ kampaně, která se zaměřuje na propagaci konkrétních produktů nabízených e-commerce prodejcem. Obvykle se objevuje v rámci vyhledávačů, nebo na dalších platformách, které podporují produktové inzeráty, jako jsou srovnávače cen nebo sociální média.

inzerent schopen určit, jak výkonné a vhodné jsou jednotlivé platformy na různé cílové skupiny a získat tak přesnější informace pro další rozhodování.

Meta

Z webové aplikace lze data o výkonu kampaní na platformě *Meta* získat přímým exportem nebo napojením na ETL nástroje. Uživatel zvolí potřebné metriky, úroveň agregace a časový krok. Jako výchozí uvažujeme agregaci dle jednotlivých kampaní a časový krok za celou dobu běhu kampaní. Potřebná pole tabulky a metriky jsou uvedeny v tabulce níže.

Název sloupce tabulky	Datový typ	Definice metriky
Campaign_name	string	Název kampaně
Results	integer	Celkový počet výsledků kampaně
Reach	integer	Celkový dosah kampaně
Impressions	integer	Celkový počet zobrazení kampaně
Cost_per_result	float	Cena za výsledek kampaně
Link_clicks	integer	Počet kliknutí na odkaz
Cost_per_link_click	float	Cena za kliknutí na odkaz
Total_amount_spent	float	Celková utracená částka za kampaň

Tabulka 7 META – Agregované výkony kampaní

K výpočtu později bude potřeba i metrika CTR, kterou lze buď také zahrnout ve výstupu z webové aplikace, nebo ji lze snadno dopočítat dle vzorce (3.20).

Pomocí názvu kampaně lze, pokud je dodržena pojmenovávací konvence, poměrně snadno identifikovat cílové skupiny. Tento přístup je zavedenou praxí a je tak téměř univerzálně aplikovatelný. Pokud by pole Campaign_name neumožňovalo jasně přiřazení cílové skupiny, nabízí se agregace dat podle jednotlivých Ad Setů, jejichž název z povahy platformy Meta indikaci cílové skupiny obsahuje téměř jistě (viz kapitola 3.6.2). V tom případě by se místo pole Campaign_name zahrnul v exportu adset_name.

Pokud inzerent používá kampaně s různými cíli, je nutné zahrnout i pole Objective. V opačném případě by nebylo možné filtrovat pouze kampaně s totožným cílem a výsledky by nebyly relevantní (např. by nebylo možné porovnávat výsledky konverzní kampaně s kampaní zaměřenou na budování povědomí o značce). Dále je výchozí tabulku třeba doplnit o hodnoty metrik generovaných při investici 1,- Kč. Tento základní výpočet, stejně

jako přiřazení cílové skupiny, bude proveden v SQL. Celý dotaz pro získání výchozí tabulky lze vidět v příloze SQL dotaz 1. Tento dotaz analyzuje výkonnost kampaní na platformě Meta (Facebook, Instagram) a poskytuje přehled klíčových metrik souvisejících s efektivitou investic do reklamy.

1. Rozdělení kampaní: Kampaně jsou rozděleny podle cílových skupin na základě klíčových slov v názvu kampaně.
2. Klíčové metriky:
 - Náklady: Celkové výdaje kampaní.
 - Výsledky: Počet dosažených výsledků (např. konverzí) a jejich poměr na investovanou korunu.
 - Dosah: Počet unikátních uživatelů, kteří viděli reklamu, a dosah na 1 Kč.
 - Zobrazení: Celkový počet zobrazení a jejich poměr na 1 Kč.
 - Prokliky: Počet prokliků na odkaz a průměrné náklady na proklik (CPC).

3. Filtrace: Analyzovány jsou pouze kampaně s nenulovými výdaji a platným názvem.

Výstupem je agregovaný přehled výkonnosti kampaní podle cílových skupin a efektivita jejich výdajů, včetně zásahu, zobrazení, výsledků a nákladů na proklik.

BQ umožňuje s tabulkou dále pracovat přímo v nativním formátu BQ tabulky a přes externí konektory s ní pracovat přímo, nebo ji exportovat do různých formátů tak, jak vyhovuje inzerentovi (např. .csv). Pokud by uživatel chtěl pracovat přímo s tabulkou v BQ, lze k ní přistoupit pomocí Python knihovny `google.cloud`. Pro úplnost je ukázka tohoto postupu uvedena v přílohách práce (Upravit odkazy).

Přímý přístup k BQ tabulce dává smysl v případě, že uživatel využívá nějaký BI nástroj (např. *Microsoft PowerBi*, *Google Looker Studio*, *Keboola*), anebo že jsou potřeba pravidelně se opakující dotazy do databáze pro aktuální náhled na výsledky. Ať už je zvolen jakýkoli přístup, data budou v této práci dále zpracována pomocí jazyka Python ve formátu *Pandas Dataframes* (dále *df*).

Google Ads

Sběr dat z *Google Ads* vzhledem k povaze exportu do *BQ* (*Google Ads* do *BQ* exportují data rozdělená do více než 80 tabulek) vyžaduje extrakci a spojení dat z několika tabulek. K získání přehledu o základní výkonnosti kampaní pro potřeby dalšího výpočtu postačí následující tabulky:

- `Google_Ads.p_ads_CamapignBasicStats`,
- `Google_Ads.p_ads_Campaign`,

z nichž budou extrahována data o počtu impresí, konverzím kliknutí a celková utracená částka. Pro potřeby dalších výpočtů je třeba každé kampani přiřadit identifikátor cílové skupiny a určit typ kampaně. Tabulka `Google_Ads.p_ads_CamapignBasicStats` je zdrojem dat o výkonu a utracených finančních prostředcích, `Google_Ads.p_ads_Campaign` obsahuje mimo jiné pole `campaign_name`, pomocí něhož lze získat (opět pokud jsou dodrženy pojmenovávací konvence kampaní) informaci o typu kampaně, a cílové skupině. Je zvykem, že „SEA“ v názvu kampaně identifikuje vyhledávací kampaň, pokud tedy název kampaně „SEA“ neobsahuje, s největší pravděpodobností se jedná o obsahovou kampaň. Pro spojení dvou výše zmiňovaných tabulek slouží pole `campaign_id`. Potřebnou tabulku, agregovanou za jednotlivé kampaně po dnech lze získat pomocí SQL dotaz 2 v přílohách práce.

Tento SQL dotaz analyzuje výkonnost kampaní v *Google Ads* na základě předem definovaného časového období a rozdělí kampaně podle jejich typů a cílových skupin.

1. Uživatel definuje období pomocí proměnných `start_date` a `end_date`, podle kterých jsou data filtrována.
2. Spojení tabulek: Dotaz spojuje tabulku kampaní s tabulkou obsahující výkonnostní statistiky na základě identifikátoru kampaně (`campaign_id`).
3. Rozdělení kampaní:
 - o Cílová skupina je určena podle přítomnosti klíčových slov v názvu kampaně.
 - o Typ kampaně je rozlišen na "search" nebo "content" podle názvu kampaně.
4. Agregované metriky: Dotaz počítá celkový počet zobrazení, konverzí, prokliků a náklady na kampaň (v standardních měnových jednotkách).

5. Výstup: Výsledkem je seskupený a seřazený přehled výkonnosti kampaní dle jednotlivých dní, včetně jejich názvů, typů a cílových skupin.

Pole `s.metrics_cost_micros` je potřeba přepočítat na základní jednotky vydělením 10^6 , protože jak je indikováno příponou „micros“, hodnoty jsou vyjádřeny v mikrojednotkách (Google Ireland Limited 2024e). Výsledná tabulka získaná pomocí výše uvedeného dotazu pak má následující strukturu:

Název pole (sloupce tabulky)	Datový typ	Definice metriky
<code>campaign_name</code>	string	Název kampaně v GAds
<code>campaign_id</code>	string	Id kampadě v GAds, jenž umožňuje napojení na další tabulky GAds v BQ (slouží jako primary key ²⁹ a foreign key ³⁰)
<code>target_group</code>	string	Cílová skupina kampaně
<code>campaign_type</code>	string	Typ kampaně – vyhledávací nebo obsahová
<code>impressions</code>	integer	Suma počtu uživatelů, kteří klikli na odkaz definovaný v SQL dotazu
<code>clicks</code>	integer	Počet kliknutí na reklamu
<code>spent</code>	float	Utracená částka za dané časové období
<code>impressions_per_1czk</code>	float	Počet impresí vygenerovaný 1,- Kč
<code>clicks_per_1czk</code>	float	Počet kliků vygenerovaný 1,- Kč

Tabulka 8 Schéma tabulky – základní přehled výkonu Gads kampaní

Z takto získané tabulky lze vyčíst veškerá potřebná data pro model RLP a následné výpočty. Takto získaná tabulka bude stejně jako v případě *Meta* kampaní dále zpracována jako `df`.

²⁹ Unikátní identifikátor každého záznamu v tabulce, který jednoznačně odlišuje jeden záznam od druhého.

³⁰ Sloupec nebo skupina sloupců v tabulce, která odkazuje na primary key v jiné tabulce, čímž vytváří vztah mezi těmito tabulkami.

Google Analytics 4

Pro zajištění jednotného měření konverzního poměru napříč všemi platformami, budou GA4 využity jako zdroj pro sledování konverzí jednotlivých kampaní. Rozhodnutí použít GA4 namísto jednotlivých systémů reklamních platforem bylo učiněno hlavně z důvodu sjednocení atribučního modelu (viz kapitola 3.7.2). Každý ze zainteresovaných systémů využívá jiný atribuční model, to by mohlo vést k nekonzistentním výsledkům. I přesto je však třeba údaje z GA4 interpretovat s jistou obezřetností, neboť některé konverze nemusí být přesně přiřazeny kampani, která je skutečně způsobila. Nicméně použití GA4 umožňuje potřebný stupeň standardizace výsledků. Důvody, proč využít GA4 jako finální zdroj reportování konverzí, jsou:

- 1) **Industry Standard:** GA4 je v současnosti všeobecně uznávaným standardem v oblasti digitální analytiky. V marketingu se používají GA4 jako hlavní nástroj pro sledování a vyhodnocování výkonu kampaní na webu. Tím je zajištěna kompatibilita a konzistence s již zavedenými postupy a nástroji.
- 2) **Konzistentní atribuční model:** Každá platforma (např. *Meta*, *Google Ads*, *Bing Ads*) používá vlastní atribuční model, což může vést k nesrovnalostem v datech. Použitím GA4 jako centrálního zdroje měření se eliminuje nebo alespoň výrazně snižuje riziko nekonzistentních dat.

Data o konverzích lze získávat i z vlastního CRM³¹ systému inzerenta, pokud tento systém umožňuje spolehlivě identifikovat zdroje návštěvnosti u konvertujících zákazníků. Podmínkou je schopnost inzerenta data upravit do struktury vhodné pro následně navrženou analýzu. CRM systém musí umožňovat jednoznačné přiřazení konverzí ke konkrétním marketingovým kampaním a kanálům. Ovšem v dalších částech práce je uvažováno výhradně využití dat z GA4.

Předpoklad následujícího postupu je, že inzerent využívá UTM parametry, a to zejména identifikátor platformy a kampaně (viz Tabulka 3). Informace o zdroji návštěvy uživatele je v BQ exportu do GA4 umístěna v zanořených parametrech (viz kapitola 3.7).

³¹ Customer Relationship Management

Metod, jak přistupovat k dotazování `events` tabulky s cílem získat informace o počtu provedených konverzí z jednotlivých kampaní je mnoho, a záleží na implementaci nebo zvyklostech každého inzerenta. Uvažujme, že cílem je sledovat počty uživatelů, kteří klikli na konkrétní odkaz.

K analýze prokliků na konkrétní odkaz na základě UTM lze využít dotaz v SQL dotaz 3. Dotaz se zaměřuje na události typu `click` a extrahuje relevantní data pro následnou analýzu prokliků.

1. Extrahování prokliků:

- Z tabulky událostí (`events`) se vybírají kliknutí na odkaz, kde událost obsahuje parametr s URL. Tento parametr je filtrován pomocí LIKE `%url%`, což zajišťuje, že se analyzují pouze kliknutí obsahující odkazy.

2. Parametry kampaní a zdrojů návštěv:

- Pro každé kliknutí jsou extrahovány informace o kampani (`traffic\_source.name`), zdroji a médiu (`traffic\_source.source` a `traffic\_source.medium`), které jsou kombinovány do jednoho sloupce (`source\_medium`).

3. Počet unikátních uživatelů:

- Dotaz počítá počet unikátních uživatelů (`user\_pseudo\_id`), kteří klikli na odkaz v rámci dané kampaně a z daného zdroje.

4. Seskupení a seřazení dat:

- Data jsou seskupena podle názvu kampaně a kombinovaného zdroje a média.
- Výstup je seřazen sestupně podle počtu unikátních uživatelů.

Výstup poskytuje přehled o počtu unikátních uživatelů, kteří klikli na konkrétní odkazy v rámci jednotlivých kampaní a zdrojů návštěv, což umožňuje identifikovat nejúspěšnější kampaně a zdroje z hlediska prokliků na odkazy.

Pokud je cílem sledovat jinou konverzní akci, definovanou např. pomocí GTM, lze jednoduše upravit tento dotaz tak, aby počítal specifické konverzní události. Místo eventu `click` stačí změnit filtrování `e.event\_name` = `event\_name` a nahradit `event\_name` specifickým názvem konverze, který byl definován v GTM. V případě, že inzerent sleduje

prodej konkrétního produktu a tuto událost v GA4 implementoval jako event s parametrem `purchase`, s největší pravděpodobností se jedná o standardizovanou událost.

V BQ lze informace zjistit pomocí SQL dotaz 4, a pomocí pole `identifikator\_produkту` lze sledovat konkrétní produkt. V případě potřeby specifikovat datum, je nutné pracovat s identifikátorem samotné tabulky, protože každá tabulka událostí GA4 v BQ představuje jeden den. Pomocí parametru `\_TABLE\_SUFFIX` a zadání požadovaného datumu do `where` výstup omezit specifikací datumu ve formátu YYYYMMDD (viz SQL dotaz 7).

Výsledná tabulka, která bude použita jako výchozí pro další výpočty, a bude mít následující strukturu:

Název pole (sloupce tabulky)	Datový typ	Definice metriky
campaign_name	string	Název kampaně předaný v UTM parametru name, identifikuje název kampaně.
source_medium	string	Zdroj a medium návštěvy – spojení UTM parametrů source a medium, identifikuje platformu a zda se jedná o placenou nebo organickou návštěvu.
user_amount	integer	Suma počtu uživatelů, kteří klikli na odkaz definovaný v SQL dotazu.

Tabulka 9 Schéma tabulky – suma uživatelů, kteří provedli definovanou konverzní akci dle kampaně

Pokud jsou místo konverzí sledovány jiné KPI, například ROI nebo ROAS, jejich výpočet se řídí definicemi uvedenými v kapitole 3.7.4 této práce. Pro výpočet těchto běžně používaných metrik jsou konverze i tak klíčovým vstupem. V případě existence interních předpisů nebo metodických postupů inzerenta mají tyto přednost před obecnými definicemi.

Princip optimalizace zůstává stejný bez ohledu na zvolené metriky výkonnosti. Model je navržen tak, aby pracoval s libovolnými kvantifikovatelnými KPI za předpokladu, že jsou jasně definované a konzistentně měřené napříč všemi optimalizovanými kampaněmi.

5.2.2 Design

Cílem fáze design je popsat proces formulace řešeného problému jako modelu RLP. Stanoveny budou podmínky, levostranné a pravostranné koeficienty, kritériální funkce a robustní parametry modelu. Prostor bude také věnován formulaci robustních scénářů, jež

budou v další fázi vypočítány a analyzovány. Jako výchozí datová sada pro výpočty je uvažována za získaná v části Intelligence.

Jsou stanoveny množiny všech cílových skupin T a platform L . Kartézský součin $= L \times T$ obsahuje všechny možné kampaně (l, t) , kde $l \in L$ a $t \in T$. Dále je zavedena rozhodovací proměnná x_{lt} , která reprezentuje investici do kampaně (l, t) .

Množina L může reprezentovat jak úroveň platform, anebo, pokud je to pro inzerenta výhodné, jít více do detailu – platformu s typem kampaně. V úvahu přichází např. *Google Ads* vyhledávací kampaně, *Google Ads* obsahové kampaně, či různé typy kampaní na platformě *Meta* – dosahové, konverzní, sběr kontaktů, a další. To je zcela v gesci inzerenta, jedinou podmínkou je, aby na úrovni zvolené agregace byla potřebná data k dispozici.

V množině T je reprezentována cílová skupina. Ovšem v případě, že inzerent chce zvolit přístup optimalizace takový, který zahrnuje i různé časové období kampaní, lze jej zahrnout zde. Pak t bude reprezentovat kampaň na konkrétní cílovou skupinu v konkrétním časovém úseku – např. $t = 1$. skupina 1 od 1.11. do 24. 12., $t = 2$. skupina 1 od 25.12. do 31. 12. Podmínkou je opět dostupnost konkrétních dat.

1. Stanovení minimálního počtu konverzí

Součástí každého plánování reklamní kampaně musí být stanovení cíle, kterého má být dosaženo. Jelikož se tato práce věnuje zejména těm kampaním, které mají za cíl provedení definované konverze – dále uvažujeme, že cílem je prodej nějakého množství kusů výrobků nebo služeb, případně celková výše tržeb z prodeje těchto výrobků nebo služeb. Uvažovat lze i jiné konverzní události, u kterých je inzerent schopen definovat jednotkovou výrobní a prodejní cenu – vyplnění formuláře, podání přihlášky do kurzu atd. Pro stanovení relevantní konverze je pro rozhodovatele stěžejní určit, v jaké fázi marketingového funnelu (viz Tabulka 1) se zákazník nachází.

V případě využití historických dat pro stanovení minimálního počtu konverzí se většinou postupuje dle stanovené podnikové strategie. Často se jedná o procentuální navýšení oproti minulému období. Pokud je známá požadovaná cílová hodnota konverzí, které je třeba dosáhnout, lze ji považovat za hlavní KPI. Pokud je známá hodnota požadovaných tržeb, počet konverzí se zjistí jako:

$$\text{Min počet konverzí} = \frac{\text{Požadované tržby}}{\text{Jednotková cena konverze}}. \quad (5.1)$$

V případě absence historických dat, nebo z jiných objektivních důvodů, lze použít jako výchozí bod pro stanovení požadovaného počtu prodejů (konverzí) ekonomický bod zvratu (Break-Even Point, dále *BEP*)³². Jednoduchý výpočet bodu zvratu může být proveden podle následujícího vzorce:

$$BEP = \frac{\text{Fixní náklady}}{\text{Prodejní cena za konverzi} - \text{Variabilní náklady na konverzi}}. \quad (5.2)$$

Stanovení bodu zvratu pomáhá při stanovení minimálního objemu prodeje, který je nutný pro pokrytí nákladů, umožňuje plánování rozpočtů, propagace a stanovování cen. Při plánování marketingových kampaní má význam zejména pro stanovování minimálního počtu prodaných kusů. Od této veličiny se pak v kombinaci s ostatními známými metrikami odvozují očekávané rozsahy kampaní, frekvence zobrazení, výše nákladů a další.

Existují různé další modely pro výpočet bodu zvratu, jejichž výběr je ovlivněn zejména tím, jestli se jedná o bod zvratu pro jeden konkrétní produkt, nebo pro více produktů v rámci stanovené skupiny nebo celé firmy (Ngamsomsuke et al. 2022). Volba vhodného přístupu k výpočtu bodu zvratu je na rozhodovateli a musí být přizpůsoben povaze a potřebám konkrétního podniku. Bod zvratu lze využít přímo jako hodnotu požadovaného minimálního počtu konverzí, ale vzhledem k jeho definici, tedy realizaci nulového zisku, bude sloužit spíše jako výchozí bod pro stanovení konkrétní výše konverzí, při které bude podnik realizovat zisk.

U minimálního počtu konverzí, nebo obecně u hlavního KPI je třeba si uvědomit, na jaké úrovni je stanoven, jestli:

- za všechny kampaně plánované pro dané období,
- nebo pouze pro konkrétní platformu,
- anebo pro konkrétní cílovou skupinu.

³² V podnikání je jedním z nejdůležitějších ukazatelů okamžik, kdy příjmy z prodeje pokryjí všechny náklady s dotýčným podnikáním spojené. Po dosažení bodu zvratu každý další prodej přináší zisk.

Na jaké úrovni je KPI stanoveno má vliv na následující výpočty, respektive na sestavení omezujících podmínek modelu. V kapitolách níže budou uvedeny různé přístupy, jak se vypořádat s různě stanovenými počty minimálních konverzí při stanovování potřebných metrik (pokud je to relevantní). Je zaveden parametr K který značí celkovou potřebnou výši KPI (dále je uvažován celkový potřebný počet konverzí):

$$K = \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} k_{lt} \quad (5.3)$$

kde k_{lt} značí potřebný počet konverzí pro konkrétní kombinaci platformy l a cílové skupiny t , a K celkový požadovaný počet konverzí napříč všemi kampaněmi.

Dále je pro potřeby této práce uvažováno, že množina L_1 představuje obsahové platformy (primárně *Meta*, případně obsahová síť *Google Ads*, ale i další, které fungují na podobném principu), zatímco L_2 reprezentuje vyhledávací platformy (vyhledávací *Google Ads*, *Bing Search* a další). Dále platí, že $L_1 \cup L_2 = L$, $L_1 \cap L_2 = \emptyset$.

Jestliže k_{lt} reprezentuje požadovaný počet konverzí z kampaně (l, t) a x_{lt} investici do této kampaně, je zaveden koeficient c_{lt} , který udává počet konverzí generovaných jednou jednotkou investice x_{lt} . Pak platí vztah:

$$k_{lt} = x_{lt} \cdot c_{lt} \quad (5.4)$$

přičemž $k_{lt} \neq 0$ právě tehdy, pokud $x_{lt} \cdot c_{lt} \neq 0$. Tento vztah zajišťuje splnění požadavků na požadovaný počet konverzí a vyjadřuje přímou závislost mezi investicemi a výsledky.

Jestliže inzerent stanoví minimální počet konverzí pro konkrétní cílovou skupinu napříč všemi platformami lze odpovídající podmínku RLP stanovit jako:

$$\sum_{l \in L} x_{lt} \cdot c_{lt} \geq k_t, \forall t \in T \quad (5.5)$$

kde x_{lt} je rozhodovací proměnná reprezentující investici do kampaně (l, t) (v peněžních jednotkách), c_{lt} je koeficient vyjadřující počet konverzí generovaných jednotkou x_{lt} , a k_t je minimální požadovaný počet konverzí pro cílovou skupinu t .

Otázkou zůstává, jak stanovit rozdělení konverzí k_t mezi jednotlivé platformy l , tedy jak určit hodnotu k_t pro konkrétní l . Rozdělení může vycházet z různých faktorů, například z velikosti cílové skupiny nebo objemu hledanosti relevantních klíčových slov na

jednotlivých platformách. V praxi je vhodné navrhnout různé poměry rozdělení mezi platformy, které lze následně testovat. Příkladem jednoduše stanovených poměrů bez nutnosti další informace o výkonech (l, t) může být 50:50, 75:25 nebo 25:75, pokud uvažujeme množiny platform L_1 a L_2 .

Dalším z přístupů, jak rozdělení určit s využitím informací o cílových skupinách a výkonech kampaní, je vážená alokace konverzí na základě kombinace cílové skupiny a konverzního poměru. Jestliže je znám konverzní poměr – cr_{lt} a velikost cílové skupiny τ na platformě L , tedy τ_{lt} , lze stanovit k_{lt} pro platformu L . Postup se skládá z následujících kroků:

1. Stanovení celkového požadovaného počtu konverzí k_t pro každou cílovou skupinu $t \in T$.
2. Výpočet celkového potenciálu konverzí cp_t pro danou cílovou skupinu:

$$cp_t = \sum_{l \in L} \tau_{lt} \cdot cr_{lt} \quad (5.6)$$

3. Výpočet normalizovaného potenciálu konverzí w_l pro každou platformu $l \in L$ dle následujícího vzorce:

$$w_{lt} = \frac{\tau_{lt} \cdot cr_{lt}}{cp_t}. \quad (5.7)$$

4. Vážený počet konverzí pro každou platformu:

$$k_{lt} = k_t \cdot w_l. \quad (5.8)$$

Výše uvedený postup je nutné aplikovat pro všechny cílové skupiny $t \in T$.

Konečná volba konkrétního poměru nebo přístupu ke stanovení poměrů by měla být na inzerentovi, který na základě svých zkušeností a odborného posouzení určí nejvhodnější variantu s ohledem na dostupná data, marketingové cíle, velikost cílové skupiny na jednotlivých platformách a další specifické podmínky kampaně.

3. Minimální dosah kampaní a počet zobrazení

Aby bylo možné dosáhnout stanoveného cíle, tedy získat potřebnou hodnotu k_{lt} , je musí být osloven dostatečný počet uživatelů. V případě obsahových kampaní $l \in L_1$ je potřeba stanovit minimální počty jak oslovených uživatelů, tak i počet zobrazení

jednotlivých uživatelům. Obě metriky jsou definované v kapitole 3.7.4 a pro každou platformu a cílovou skupinu je nutné je stanovit zvlášť. K výpočtu minimálního potřebného dosahu jsou potřeba následující metriky:

- min počet kliknutí na kampaň (počet kliknutí),
- míra prokliku – ctr_{lt} (des. číslo),
- požadovaný počet konverzí - k_{lt} (počet konverzí),
- konverzní poměr - cr_{lt} (des. číslo),

Potřebný minimální dosah lze vypočítat pomocí následujícího vzorce:

$$(Min\ dosah)_{lt} = \frac{(Min\ počet\ kliknutí)_{lt}}{ctr_{lt}}, \quad (5.9)$$

hodnotu minimálního počtu kliknutí na kampaň lze získat z:

$$(Min\ počet\ kliknutí)_{lt} = \frac{k_{lt}}{cr_{lt}}, \quad (5.10)$$

a hodnotu ctr_{lt} , pokud není známá již z fáze intelligence, jako:

$$ctr_{lt} = \frac{(Počet\ kliknutí\ na\ kampaň)_{lt}}{(Počet\ zobrazení\ kampaně)_{lt}}. \quad (5.11)$$

Uvedený přístup je použitelný v situacích, kdy jsou cíle stanoveny souhrnně pro jednotlivé platformy. Pokud jsou cíle rozděleny podle cílových skupin, které jsou navíc osloveny na více platformách, nemusí být známa hodnota minimálního počtu konverzí na každé platformě. Bez ní nelze vypočítat minimální dosah a počet zobrazení. To představuje výzvu zejména při zavádění podmínky minimálního dosahu do RLP.

Aby bylo možné aplikovat vztahy (5.9), (5.10) a (5.11), musela by být známa nejen hodnota požadovaného K , ale také všechny konkrétní $k_{lt}, l \in L_1$. Je nutné znát $k_{lt} \forall l \in L_1, \forall t \in T$.

Dále je uvažováno, že z dat získaných ve fázi intelligence je známá výše průměrného dosahu generovaného jednou jednotkou x_{lt} , dále značenou $avg\ reu_{lt}$ ³³, průměrný konverzní

³³ z ang. *average reached users*

poměr – $avg\ cr_{lt}$ a průměrné ctr_{lt} , tedy $avg\ ctr_{lt}$. Minimální dosah pro (l, t) lze pak spočítat jako:

$$min\ reach_{lt} = \frac{k_{lt}}{avg\ cr_{lt} \cdot avg\ ctr_{lt}}, \forall t \in T, \forall l \in L_1 \quad (5.12)$$

Podmínku pro stanovení minimálního dosahu kampaně na obsahové platformě $l \in L_1$ lze tedy vyjádřit:

$$\sum_{t \in T} avg\ reu_{lt} \cdot x_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ reach_{lt}, l \in L_1 \quad (5.13)$$

U dosahu je třeba ověřit, zda koresponduje s velikostí cílové skupiny. V případě, že hodnota požadovaného minimálního dosahu kampaně převyšuje cílovou skupinu, je potřeba provést revizi stanovených cílů, jinak by nebyla splněna podmínka o dosažitelnost. Za ideální stav lze považovat situaci, kdy $min\ reach_{lt} \leq \tau_{lt}$. Inzerent tak bude schopen dosáhnout cíle týkajícího se minimálního dosahu a zároveň existuje prostor pro budoucí růst.

Z minimálního dosahu lze v případě $l \in L_1$ určit minimální počet zobrazení. Pouhé stanovení minimálního dosahu není dostačující – z definice dosahu plyne, že dosah 1 = jeden uživatel byl osloven 1x, to je ale zřídka kdy zárukou toho, že uživatel na reklamu zareaguje a provede požadovanou akci. Proto je potřeba stanovit minimální počet zobrazení.

V případě, že má inzerent u předchozích kampaní data o tom, kolikrát úspěšně oslovený zákazník v průměru reklamu viděl, lze odvodit z této hodnoty minimální počet zobrazení. Nejčastěji je značená jako „Frekvence“, nebo „Frekvence zobrazení“. Je zaveden koeficient výše průměrného počtu zobrazení generovaného jednou jednotkou x_{lt} , značen jako $avg\ imp_{lt}$. A dále koeficient $freq_{lt}$, který značí požadovaný počet zobrazení pro každé (l, t) . Hodnotu $freq_{lt}$ lze stanovit různými způsoby. Inzerent ji může určit na základě známých pravidel, např. pomocí již zmíněného „Rule of 7“ (Liaukonyte et al. 2015), anebo na základě dat z již realizovaných kampaní s ohledem na průměrný počet zobrazení potřebných k uskutečnění konverze. Minimální počet zobrazení se pak spočítá jako:

$$min\ imp_{lt} = \frac{k_{lt}}{avg\ cr_{lt} \cdot avg\ ctr_{lt}} \cdot freq_{lt}, \forall t \in T, l \in L_1 \quad (5.14)$$

Podmínka zajišťující dostatečný počet zobrazení obsahových reklam zformulována následovně:

$$\sum_{t \in T} avg\ imp_{lt} \cdot x_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ imp_{lt}, \forall t \in T, l \in L_1 \quad (5.15)$$

V kontextu $l \in L_2$ má minimální počet impresí podobnou roli jako dosah v $l \in L_1$, a pro hodnocení viditelnosti a potenciálního zásahu reklamy. Podmínka je formulována obdobně jako (5.13), pouze s tou změnou, že proměnná x_{lt} je násobena koeficientem pro průměrný dosažený počet impresí značený $avg\ imp_{lt}$ ³⁴:

$$\sum_{t \in T} avg\ imp_{lt} \cdot x_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ imp_{lt}, \forall t \in T, l \in L_2 \quad (5.16)$$

V případě že má inzerent vícero platform se stejným principem fungování, např. ve vyhledávací síti *Google Ads* a vyhledávací síti *Bing*, musí každou platformu výše uvedené podmínky stanovit zvlášť, tedy pro každé $l \in L_2$.

2. Rozpočtové omezení

Rozpočtová podmínka představuje jeden ze základních prvků lineárního programování a v marketingovém kontextu patří mezi klíčové prvky při plánování reklamních kampaní. Je však důležité poznamenat, že její implementace není vždy nezbytná. V případech, kdy model slouží jako nástroj strategického plánování s cílem určit potřebnou výši investice pro dosažení stanovených cílů, může být rozpočet spíše výstupem než vstupním parametrem modelu. Naopak v situacích, kdy inzerent disponuje předem definovaným rozpočtem, je tato podmínka zahrnuta do modelu jako omezující faktor. Rozpočtovou podmínku lze vyjádřit jako:

$$\sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} \leq b \quad (5.17)$$

kde značí b celkovou výši dostupných financí. Níže v části věnované formulaci obou navržených modelů není rozpočtová podmínka explicitně uvedena, nicméně v případě, že ji inzerent pro své rozhodnutí vyžaduje, lze ji bez vlivu na funkčnost zbylých podmínek zařadit.

³⁴ Z eng „average impressions“

3. Stanovení kritériální funkce a jejích koeficientů

Stanovení kritériální funkce, respektive její povahy a koeficientů závisí čistě na preferencích inzerenta a cílech, které byly stanoveny ve fázi Intelligence. K tomuto kroku může inzerent přistoupit ze dvou hledisek. Jestliže je jeho cílem minimalizovat celkový investovaný rozpočet, např. v případě, že nemá předem stanovenou výši finančních zdrojů, a zároveň chce zjistit, kolik musí do každé z kampaní investovat, aby splnil stanovení cíle, může účelová funkce být prostá suma investic do jednotlivých kampaní:

$$\min \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} \quad (5.18)$$

V případě, že se inzerent rozhodne maximalizovat stanovená KPI, např. počet konverzí nebo ROI, bude účelová funkce tvořena skalárním součinem cenových koeficientů a odpovídacích proměnných:

$$\max \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} \cdot c_{lt} \quad (5.19)$$

kde c_{lt} představuje hodnotu KPI generovanou jednou jednotkou x_{lt} .

4. Neurčitost koeficientů

Z dat získaných během fáze Intelligence lze zjistit kromě průměrných hodnot vybraných metrik i jejich odchylky od průměru či jinak definované střední hodnoty, jelikož žádná z kampaní nemá konstantní hodnoty indikátorů. Aby model tuto skutečnost reflektoval, je potřeba do modelu zavést robustní podmínky dle formulace v kapitole 3.4.

Nejprve je neurčitost uvažována v koeficientech $avg\ imp_{lt}$. Pro každý z koeficientů, u kterého je uvažovaná změna nominální hodnoty, je stanovena maximální možná odchylka od očekávané hodnoty δ_{lt}^{imp} . A pro každé l zaveden koeficient Γ_l , který představuje maximální počet $avg\ imp_{lt}$ pro každé l které se mohou změnit maximálně o δ_{lt}^{imp} . Zároveň jsou dle formulace v kapitole 3.4 zavedeny pomocné proměnné z a p_{lt} . Aby podmínka (5.15) zahrnovala uvažovanou neurčitost, bude upravena následovně:

$$\sum_{t \in T} avg\ imp_{lt} \cdot x_{lt} - \Gamma_l \cdot z - \sum_{t \in T} p_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ imp_{lt}, \forall l \in L. \quad (5.20)$$

Celý model je pak v souladu s kapitolou 3.4 doplněn o podmínku obsahující maximální možnou změnu každého $avg\ imp_{lt}$:

$$z + p_{lt} \geq \delta_{lt}^{imp} \cdot x_{lt}, \forall l \in L, \forall t \in T \quad (5.21)$$

Jestliže by inzerent chtěl zvolit přístup kdy je neurčitost uvažována v koeficientech účelové funkce c_{lt} , byla by upravena podmínka (5.5) do tvaru

$$\sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} c_{lt} - \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} p_{lt} - \sum_{t \in T} E_t - z \cdot \Gamma \leq 0 \quad (5.22)$$

a do modelu bude přidán upravený ekvivalent podmínky (5.21)(5.22) ve tvaru

$$z + p_{lt} \geq \delta_{lt}^c \cdot x_{lt}, \forall l \in L, \forall t \in T \quad (5.23)$$

kde δ_{lt}^c je maximální možná odchylka koeficientu c_{lt} .

Volba neurčitých koeficientů je čistě na inzerentovi a musí být provedena na základě jeho expertního odhadu a zkušeností a znalostí konkrétní cílové skupiny nebo platformy. Chování a povaha vstupních dat mohou sloužit jako vodítko pro určení nejistých parametrů a testovaných scénářů. Pokud je zahrnut i časový aspekt, je pravděpodobné, že různá období vykazují různou volatilitu – některá období mohou být charakteristická vyšší mírou změn, zatímco jiná jsou stabilnější. Tyto faktory by měly být zohledněny v modelu a promítnuty do jeho nastavení. Konečné rozhodnutí o zahrnutí a míře neurčitosti je pak otázkou odborného úsudku a preferencí rozhodovatele.

Stejně tak je na rozhodovateli, jakým způsobem stanoví střední hodnoty. Může se jednat o jednoduchý aritmetický průměr, vážený průměr, geometrický průměr či jiný typ, který nejlépe vyhovuje dané situaci. Totéž platí pro volbu metody stanovení odchylek – může se jednat o prostou absolutní odchylku od střední hodnoty, odchylku na úrovni 95 % intervalu spolehlivosti nebo o jinak definovanou. Výsledné využití těchto parametrů je v principu stejné, přičemž volba metody závisí na tom, která nejlépe odpovídá konkrétním podmínkám a požadavkům rozhodovatele.

5. Formulace RLP

V předešlých kapitolách byly stanoveny metriky a formulace podmínek, které jsou podstatné pro to, aby bylo možné sestavit robustní optimalizační model. Níže budou navrženy konkrétní varianty RLP, které uvažují neurčitost v různých cenových koeficientech. Primárním cílem modelu RLP je, jak již bylo řečeno dříve, identifikovat optimální přístup k investici do reklamních kampaní.

Kompletní navržený model alokuje zdroje do kampaní na různých platformách zaměřených na různé cílové skupiny zahrnuje požadavky a omezení na dosah, počet impresí, a výši požadovaných konverzí, které slouží jako základ pro alokaci finančních zdrojů.

Neurčitost koeficientů $avg\ imp_{lt}$

Varianta modelu, jenž uvažuje neurčitost v parametrech, které reprezentují generované počty impresí, je pro rozhodovatele vhodná v následujících případech:

- **Nestabilní zobrazování reklamy** – pokud dostupná data ukazují výrazně nestabilní doručování impresí, například kvůli technickým problémům, vysoké konkurenci nebo sezónním výkyvům.
- **Kampaň zaměřená na široký dosah** – v případě, že rozhodovatel plánuje kampaň, jejichž hlavním cílem je „brand awareness“, je počet impresí klíčový ukazatel, který ovlivňuje úspěšnost kampaní.
- **Nepřímý vliv na konverze** – pokud počty impresí nemají přímý vliv na konverze, ale je pro rozhodovatele klíčové udržení povědomí o značce.

Následující model minimalizuje celkovou investici za dosažení minimálních požadavků na konverze. Neurčitost je uvažována v počtu impresí pomocí koeficientů δ_{lt}^{imp} .

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} \\
 & \text{s. t.} \\
 & \sum_{t \in T} avg\ imp_{lt} \cdot x_{lt} - \Gamma_1 \cdot z_1 - \sum_{t \in T} p_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ imp_{lt}, l \in L_1 \\
 & \sum_{t \in T} avg\ imp_{lt} \cdot x_{lt} - \Gamma_2 \cdot z_2 - \sum_{t \in T} p_{lt} \geq \sum_{t \in T} min\ imp_{lt}, l \in L_2 \\
 & \sum_{l \in L}^2 x_{lt} \cdot c_{lt} \geq k_{tb}, \forall t \in T \\
 & z_1 + p_{lt} \geq \delta_{lt}^{imp} \cdot x_{lt}, \forall t \in T, l \in L_1 \\
 & z_2 + p_{lt} \geq \delta_{lt}^{imp} \cdot x_{lt}, \forall t \in T, l \in L_2 \\
 & p_{lt} \geq 0, \forall l \in L, \forall t \in T \\
 & x_{lt} \geq 0, \forall l \in L, \forall t \in T \\
 & z_l \geq 0, \forall l \in L
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

kde L značí množinu platforem, T množinu cílových skupin, x_{lt} představuje výši investovaných finančních prostředků do kampaně (l, t) , $avg\ imp_{lt}$ je výše průměrného počtu impresí generovaného jednou jednotkou x_{lt} , imp_{lt} značí minimální požadovaný počet zobrazení, δ_{lt}^{imp} značí úroveň odchylky od $avg\ imp_{lt}$, c_{lt} značí počet konverzí generovaných jednou jednotkou x_{lt} , k_t je minimální požadavek na konverze pro cílovou skupinu t , Γ_1 kontroluje úroveň neurčitosti pro impresie $l \in L_1$, Γ_2 kontroluje úroveň neurčitosti pro impresie $l \in L_2$, p_{lt} a z_l jsou pomocné proměnné modelu.

Dosud bylo v práci pro zjednodušení uvažováno rozdělení platforem do dvou množin L_1 a L_2 . Obecně však lze uvažovat rozdělení všech platforem L do libovolného počtu disjunktních množin L_i , kde $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, přičemž pro každou množinu L_i může být přiřazen vlastní parametr Γ_i v souladu s požadavky modelu. Charakteristiky a pravidla aplikovaná na jednotlivé množiny L_i se poté řídí principy stanovenými pro L_1 a L_2 , tedy podle toho, zda daná množina odpovídá obsahovému nebo vyhledávacímu typu platformy.

Neurčitost δ_{lt}^c

Níže je uvedena formulace modelu, který uvažuje neurčitost v koeficientech c_{lt} , a inzerenta, jehož cílem je maximalizovat počet konverzí. Inzerent může tento přístup zvolit v například případě, že kampaně dlouhodobě vykazují stabilní a uspokojivé výsledky v počtech impresí, ale počty generovaných konverzí jsou vykazují nestabilitu, nebo je pro něj tento parametr z taktického nebo strategického důvodu důležitější. Mezi o důvody lze zařadit:

- **Výkonově orientované kampaně** – pokud je hlavním cílem dosáhnout konkrétních výsledků a konverze jsou stěžejní metrikou úspěšnosti. Neurčitost v jejich dosažení přímo ovlivňuje efektivitu alokace rozpočtu, protože i při perfektní expozici uživatelů může být konečný výkon pod očekáváním. Robustní model pomůže zajistit, že investice budou lépe chráněny proti nepředvídatelným výkyvům v počtu konverzí.
- **Historická variabilita generovaných konverzí** – jestliže je z historických dat zřejmé, že konverze vykazují výraznou variabilitu, bylo by pro rozhodovatele riskantní spoléhat se pouze na pevné hodnoty. Uvažování neurčitosti v konverzích umožní rozhodovateli připravit se na rizika spojená s výskytem nižších konverzí než těch očekávaných.

- **Dlouhý konverzní cyklus** – v případě, že rozhodovatel inseruje produkt, u nějž je doba od zobrazení reklamy po provedení konverze typicky delší (dražší produkty, nebo produkty, které vyžadují delší rozhodování o koupi). V takovém případě figuruje zpoždění, které může způsobit problémy v přiřazování konverzí kampaním a tím větší variabilitu v datech.
- **Nízký rozpočet a vysoké riziko neefektivity** – v případě výrazně omezeného rozpočtu vyžaduje rozhodovatel dosažení maximálního výkonu za každou investovanou korunu. Pokud je z dostupných historických dat zřejmé, že některé kampaně nemusí mít požadovaný výkon, může dojít k neefektivnímu rozložení investice. Modelován neurčitosti konverzí pomůže rozpočet rozdělit tak, aby bylo minimalizováno riziko ztráty.

Formulace modelu RLP, jenž uvažuje neurčitost v koeficientech generovaných konverzí c_{lt} je následující:

$$\max \left(\sum_{t \in T} E_t \right) \quad (5.25)$$

s. t.

$$\sum_{l \in L} \sum_{t \in T} x_{lt} \cdot c_{lt} - z \cdot \Gamma - \sum_{l \in L} \sum_{t \in T} p_{lt} - \sum_{t \in T} E_t \leq 0 \quad (5.26)$$

$$\sum_{t \in T} avg \ imp_{lt} \cdot x_{lt} \geq \sum_{t \in T} imp_{lt}, l \in L \quad (5.27)$$

$$\sum_{l \in L} x_{lt} \cdot c_{lt} + \sum_{l \in L} p_{lt} + f_t + E_t \leq 0, \forall t \in T \quad (5.28)$$

$$E_t \geq k_t, \forall t \in T \quad (5.29)$$

$$z + p_{lt} \geq \delta_{lt}^c \cdot x_{lt}, \forall l \in L, \forall t \in T \quad (5.30)$$

$$\sum_{t \in T} f_t = \Gamma \quad (5.31)$$

$$f_t \leq |l|, \forall t \in T \quad (5.32)$$

$$x_{lt} \geq 0, \forall l \in L, \forall t \in T \quad (5.33)$$

$$p_{lt} \geq 0, \forall l \in L, \forall t \in T \quad (5.34)$$

$$f_t \geq 0, \forall t \in T \quad (5.35)$$

$$z \geq 0 \quad (5.36)$$

Množiny, parametry a proměnné jsou definovány stejně jako v modelu (5.24), s výjimkou následujících rozdílů: E_t značí celkový počet generovaných konverzí pro každé t , δ_{lt}^c značí úroveň odchylky od c_{lt} , Γ kontroluje úroveň neurčitosti modelu, f_t je pomocná proměnná propojující podmínky (5.26) a (5.28), podmínka (5.26) vyjadřuje účelovou funkci přeformulovanou do podoby podmínky, (5.28) zajišťuje vliv δ_{lt}^c a Γ v podmínce (5.29), (5.29) zajišťuje splnění minimálního počtu získaných konverzí pro každé t , podmínka (5.31) zajišťuje rozdělení hodnoty Γ rovnoměrně do všech t .

5.2.3 Choice

Třetí fáze zahrnuje výpočetní experimenty – testování stanovených scénářů, a interpretaci výsledků. Klíčové aktivity zahrnují:

- Stanovení a realizace výpočtu scénářů.
- Vyhodnocení výsledků a výběr optimální strategie.
- Časová distribuce rozpočtu.
- Příprava na realizaci.

Stěžejní je interpretace výsledků získaných z optimalizačního modelu a jejich transformace do podoby realizovatelné marketingové strategie. Na základě provedených experimentů s různými hodnotami parametru Γ a analýzy jejich dopadů na robustnost řešení je vybrána vhodná varianta alokace rozpočtů. Tato fáze zahrnuje nejen samotný výběr strategie, ale i její detailní rozpracování v podobě konkrétních rozpočtových alokací pro jednotlivé marketingové kanály a cílové skupiny.

1. Realizace výpočtu stanovených scénářů

Než je možné přistoupit k samotnému výpočtu, je nezbytné zajistit datovou konzistenci a správnost vstupních hodnot. Všechna vstupní data musí odpovídat požadavkům modelu a nesmí obsahovat žádné nesrovnalosti, které by mohly negativně ovlivnit výsledky. Tento krok zahrnuje zejména kontrolu správnosti formátu dat, validitu hodnot rozpočtů, a správné nastavení parametrů modelu.

Podstatné je před zahájením výpočtu stanovit scénáře, které budou testovány. Scénáře jsou v modelu určovány hodnotami parametru Γ . Inzerent má různé možnosti, jak ke stanovení scénářů přistoupit:

- určit konkrétní hodnoty parametru a otestovat pouze tyto vybrané hodnoty, anebo
- otestovat všechny možné celočíselné hodnoty parametru a vybrat scénář k realizaci dle vývoje hodnoty kritériální funkce a ostatních parametrů modelu.

V obou případech je podstatným kritériem pro určení scénáře inzerentův postoj k riziku. V této práci je využit druhý přístup, protože umožňuje inzerentovi vybrat scénář na základě chování modelu, které je zjevné až po provedení výpočtů.

Samotný výpočet probíhá na základě implementace výše formulovaného modelu. Výběr metody řešení závisí na složitosti daného problému. Pro RLP lze využít specializované matematické softwary nebo knihovny, například Python s balíčkem PuLP, SciPy, nebo GurobiPy, MatLab, anebo MS Excel s integrovaným nebo dodatečným solverem. Ať zvolí rozhodovatel nástroj jakýkoliv, výstupem modelu je optimální rozdělení rozpočtu mezi kampaně, které splňuje všechna omezení a požadavky, a současně maximalizuje/minimalizuje zvolenou cílovou funkci.

2. Vyhodnocení výsledků a výběr varianty k realizaci

Při výběru varianty k realizaci musí rozhodovatel zohledňovat různé aspekty tak, aby volba co nejvíce vyhovovala jeho potřebám. Jedním z hlavních kritérií je nalezení rovnováhy mezi robustností a výší nákladů. Rozhodovatel musí zvážit, jaká míra robustnosti ještě dává vzhledem k rostoucím nákladům smysl.

Při sledování tohoto vztahu lze přistoupit k hodnocení přírůstku nákladů při zvyšování hodnoty Γ . V počáteční fázi zvyšování parametru Γ typicky pozorujeme rychlý (progresivní) nárůst nákladů. Po dosažení určité úrovně parametru Γ se však charakter růstu nákladové funkce často mění – tempo růstu nákladů se zpomaluje. Tento bod změny charakteru růstu nákladové funkce může být pro rozhodovatele významným signálem při hledání vhodné hodnoty parametru Γ , neboť indikuje oblast, kde dodatečné zvýšení robustnosti vyžaduje proporcionálně nižší navýšení nákladů. Toto nemusí však být pravidlem a mohou se vyskytnout případy, kdy je tempo růstu nákladů téměř konstantní. Proto je potřeba každý případ posuzovat zvlášť s přihlédnutím k potřebám a možnostem rozhodovatele.

Pro vyhodnocení je vhodné sestavit přehled, ve kterém budou uvedeny pro každou testovanou hodnotu Γ :

- Celkové náklady
- Procentuální nárůst nákladů oproti řešení s $\Gamma = 0$
- Marginální změna nákladů, tedy o kolik se změní hodnota účelové funkce při zvýšení parametru Γ oproti předcházející hodnotě (např. rozdíl v nákladech pro řešení $\Gamma = 1$ a $\Gamma = 2$)

Sledování marginální změny nákladů umožňuje vyčíslit, jak "drahé" je každé další zvýšení robustnosti řešení, což může rozhodovateli pomoci při určení bodu, kde další zvyšování parametru Γ již není ekonomicky výhodné.

Tento přehled umožní kvantifikovat vztah mezi zvolenou úrovní robustnosti a odpovídajícími náklady, a tím může usnadnit rozhodovateli výběr varianty řešení pro realizaci.

Kritéria pro volbu hodnoty parametru Γ

Při výběru hodnoty parametru Γ a odpovídající strategie alokace rozpočtu je třeba zohlednit několik klíčových kritérií, která reflektují jak kvantitativní, tak kvalitativní aspekty rozhodování.

Rizikový profil rozhodovatele

Základním faktorem pro stanovení parametru Γ je postoj rozhodovatele k riziku. Konzervativní rozhodovatel, který chce minimalizovat riziko může preferovat vyšší hodnoty parametru Γ , které poskytují větší ochranu proti neurčitosti uvažovaných metrik, a to i za cenu vyšších nákladů. Naopak, rozhodovatel s vyšší tolerancí k riziku může upřednostnit nižší hodnoty parametru Γ , které vedou k nižším nákladům, ale poskytují menší míru ochrany proti neurčitosti.

Stanovení tohoto přístupu k riziku je plně v kompetenci inzerenta a mělo by vycházet z jeho strategických priorit a ochoty akceptovat rizika spojená s variabilitou výsledků. K rozhodnutí, jaký scénář zvolit, mohou rozhodovateli pomoci následující kritéria.

Rozpočtové omezení

Důležitým kritériem pro rozhodování je také rozpočtové omezení. Pokud jej rozhodovatel neimplementuje přímo do modelu, je v této fázi důležité zvážit, jaká varianta je pro něj realizovatelná. Rozhodovatel musí zvážit:

- Celkovou výši dostupného rozpočtu: Rozhodovatel musí vědět, jaké množství prostředků má k dispozici a zda tyto prostředky odpovídají požadavkům stanoveným modelem.
- Flexibilitu rozpočtu: Mělo by být jasné, zda existuje prostor pro přerozdělení prostředků mezi kampaněmi nebo úpravu rozpočtu na základě průběžných výsledků a aktuálních tržních podmínek.

Historické zkušenosti s variabilitou parametrů

Při rozhodování o vhodné hodnotě parametru Γ mohou být klíčovým vodítkem historické zkušenosti rozhodovatele a analýza předchozích výkonů kampaní. Tyto informace zahrnují:

- Historickou volatilitu: Analýza proměnlivosti v počtu impresí či konverzí napříč různými marketingovými kanály může poskytnout důležité poznatky o spolehlivosti a stabilitě výsledků.
- Sezónní výkyvy: Sezónní faktory mohou významně ovlivnit stabilitu kampaní. Reflektování těchto výkyvů může rozhodovateli pomoci ve volbě správného scénáře k realizaci.
- Naplnění plánovaných metrik: Zkušenosti s dosažením plánovaných hodnot impresí a konverzí v minulosti mohou naznačit, jak realistické jsou cíle a jak moc by měl model reflektovat ochranu vůči odchylkám.
- Spolehlivost odhadů: Kvalita odhadů sledovaných metrik určuje, jak vysokou míru ochrany by měl model poskytovat, aby minimalizoval negativní dopady nepřesností.

6. Časová distribuce rozpočtu

Marketingové kampaně jsou obvykle plánovány na specifické časové období, což vyžaduje od rozhodovatelů nejen stanovení délky trvání kampaně, ale také přizpůsobení rozpočtů platformám, které pracují s denními limity výdajů. Klíčovou součástí tohoto procesu je transformace celkových alokovaných investic, vycházejících z výstupů modelu, na hodnoty denních rozpočtů. Tyto rozpočty mohou být rozděleny rovnoměrně, což zajistí stabilní distribuci prostředků po celou dobu kampaně, nebo nerovnoměrně, pokud je třeba reflektovat specifické požadavky, například intenzivnější propagaci během sezónních vrcholů či zvláštních akcí.

V případě očekávání mimořádně exponovaného období, například s výrazně vyšší konkurencí, je vhodné tuto fázi oddělit a optimalizovat jako samostatnou kampaň. Takové řešení umožňuje zahrnout exponované období jako proměnnou přímo do modelu.

Naplánování délky běhu kampaně

- Inzerent určí, jak dlouho bude kampaň trvat, a to s ohledem na cíle kampaně, sezónnost a navržené rozpočty. Při rozhodování by měl také zohlednit klíčová období, jako jsou sezónní vrcholy či speciální akce, která mohou ovlivnit výkon kampaně.
- Délka kampaně přímo ovlivňuje frekvenci a načasování zobrazování reklam, což je klíčové pro efektivní využití investovaných financí. Plánování by mělo zahrnovat analýzu očekávaného chování cílové skupiny v různých fázích kampaně.
- Pokud je určité období výrazně odlišné, například kvůli vyšší konkurenci, je vhodnější řešení dané období oddělit jako samostatnou kampaň a provést optimalizaci modelu s tímto obdobím jako samostatnou proměnnou.

Výpočet denních rozpočtů

- Většina platform pracuje s hodnotou denních rozpočtů.
- Na základě výstupů modelu a plánované délky kampaně inzerent rozdělí celkové prostředky na denní rozpočty.
- Denní rozpočty lze nastavit rovnoměrně pro konzistentní distribuci výdajů, nebo nerovnoměrně, pokud se očekává zvýšená poptávka či konkurenční tlak v určitých obdobích.

7. Realizace

Realizace strategie vycházející z výsledků RLP vyžaduje provedení několika kroků.

Nastavení maximální hodnoty konverze

- Pokud to platforma umožňuje (např. *Meta*), inzerent může definovat maximální cenu, kterou je ochoten zaplatit za jednu konverzi.
- Hodnota by měla být stanovena podle úrovně odchylek δ_{lt}^c .
- Tento parametr pomáhá kontrolovat efektivitu výdajů a zamezuje neúměrnému růstu nákladů na méně efektivní konverze.

Ověření správného cílení kampaní na jednotlivé cílové skupiny

- Inzerent musí zajistit, že je nastavené správné cílení na vybrané segmenty publika. Efektivní alokace rozpočtu vyžaduje nejen dodržení doporučení vyplývajících z výsledků modelu, ale také zajištění, že kampaně jsou adekvátně přizpůsobeny a nastaveny specifickým potřebám cílové skupiny.
- Například pokud model doporučuje vyšší investici do zahraničních studentů, je nutné ověřit, že kampaň obsahuje správný jazyk, regionální nastavení pro zvolenou cílovou skupinu a reklamní platformu.
- V neposlední řadě je potřeba ověřit správné nastavení měření konverzí (případně jiných cílů).

Naplnění obsahové stránky kampaní³⁵

- Každá kampaň vyžaduje vytvoření specifického obsahu, který zahrnuje vizuální prvky, texty, cílové stránky a odpovídající UTM parametry.
- Obsah kampaně musí být vždy v souladu s cílovou skupinou a hlavním cílem kampaně. Bez toho nelze dosáhnout zamýšleného efektu, ať už jde o zvýšení povědomí o značce, generování leadů nebo konverzí. Při tvorbě obsahu je proto nezbytné zohlednit demografické, behaviorální charakteristiky cílové skupiny.

Pravidelné vyhodnocování a úprava kampaní

- Po spuštění kampaně je nutné pravidelně kontrolovat výkon reklam podle klíčových metrik, jako jsou CPA, ROAS (pokud je inzerent počítá), konverzní poměr a případné další metriky, které jsou pro inzerenta relevantní.
- Na základě těchto dat by měl inzerent podle potřeby upravovat kampaně, např. produkční stránku kampaní, vypnout méně efektivní reklamy, upravit investici do efektivních segmentů (skupin reklam) atd.

³⁵ Proces tvorby a přizpůsobení obsahu kampaní nespadá do rámce této práce. Obsahové aspekty kampaní jsou zde zmíněny pouze jako nutná součást celkového procesu plánování a realizace marketingových aktivit.

5.3 Případová studie

5.3.1 Charakteristika subjektu a analýza prostředí

Charakteristika subjektu

Subjektem této případové studie je česká veřejná vysoká škola (dále jen inzerent), na které studují studenti a studentky v počtu několika tisíc až desetitisíc, včetně domácích i zahraničních. Inzerent nabízí studijní programy v českém i anglickém jazyce. Klíčovou součástí akademického roku je každoroční proces podávání přihlášek uchazečů o studium a přijímacího řízení, který probíhá vždy ve stejném časovém období. Vzhledem k tomu, že o uchazeče soutěží s dalšími vysokými školami, inzerent aktivně využívá placenou propagaci na sociálních sítích a ve vyhledávacích, aby oslovil potenciální zájemce a zvýšil povědomí o svých programech, a zvýšil tak počty podaných přihlášek.

Inzerent zároveň disponuje omezenými finančními zdroji, a proto musí rozdělení financí mezi jednotlivé kampaně plánovat co nejefektivněji. Má k dispozici data o historii minulých kampaní, která charakterizují jejich chování a výkonnost. Samotný proces propagace je výrazně ovlivněn několika faktory, které přinášejí do plánování kampaní značnou míru neurčitosti. Tato neurčitost pramení zejména z nedostatečné technické podpory, a ne zcela správného nasazení sledovacích tagů, které mohou způsobovat nepřesnosti v měření konverzí a vyhodnocování úspěšnosti kampaní. Zavádění nástrojů pro integraci souhlasu uživatelů s cookies v uplynulých letech rovněž ovlivnilo sběr dat, která tím mohou být zkreslena. Tato omezení se částečně mohou promítat i do dat získaných v nedávné době. Tyto faktory tak komplikují plánování a optimalizaci kampaní.

Z výše uvedených důvodů je možným řešením využití robustního optimalizačního modelu, který umožňuje efektivní alokaci finančních zdrojů. Ten zohledňuje neurčitost ve vstupních datech a umožňuje optimalizovat alokace rozpočtu pro jednotlivé kampaně.

Jako klíčový ukazatel výkonnosti (KPI) je zvolen počet konverzí definovaných formou tzv. „lead generation“. Tato metrika představuje počet uživatelů, kteří provedli akci na webových stránkách – v tomto případě kliknutí na konkrétní tlačítko, což lze spolehlivě měřit pomocí nástroje GA4. Volba této metriky byla podmíněna několika faktory. Především dostupností relevantních historických dat z předchozích kampaní. Tato dostupnost dat je významná zejména v kontextu současných omezení při sběru uživatelských dat na internetu,

jako jsou požadavky na souhlas s cookies (cookie consent) či různá technická omezení při implementaci měřicích nástrojů.

Lead generation v kontextu inzerenta představuje proces získávání potenciálních studentů prostřednictvím online marketingových aktivit, přičemž za úspěšný lead je považováno zahájení procesu podání přihlášky ke studiu. Tento krok lze měřit jako specifickou konverzi – tedy okamžik, kdy uživatel zahájí vyplňování přihlášky kliknutím na příslušné tlačítko v elektronickém systému.

Získání leadu má pro univerzitu zásadní strategický význam, neboť v tomto okamžiku získává přímý kontakt na potenciálního studenta v podobě jeho e-mailové adresy. To umožňuje přejít od nákladnějších forem plošné reklamy k cílenějším a ekonomicky efektivnějším marketingovým taktikám. Zejména e-mail marketing se v této fázi ukazuje jako prokazatelně účinnější nástroj pro další komunikaci s uchazečem, podporu jeho rozhodovacího procesu a motivaci k dokončení přihlášky.

Tento typ konverze je klíčovým indikátorem úspěšnosti marketingových aktivit, neboť představuje přímý přechod od zájmu o studium ke konkrétnímu kroku v přijímacím procesu. V kontextu marketingového funnelu (viz Obrázek 6) se zájemce posouvá z fáze „zájem“ do fází „zvažování“ a „akce“. Na rozdíl od méně závazných forem interakce, jako je například prohlížení informací o studijních programech, zahájení vyplňování přihlášky indikuje vysokou míru motivace potenciálního uchazeče, a tedy i kvalitu získaného „leadu“.

Definice cílových skupin

Ve snaze efektivně alokovat prostředky na reklamní kampaně je inzerent při propagaci studijních programů zaměřen na tři definované cílové skupiny:

- Zájemci o studium v českém jazyce
 - Potenciální zájemci o studium, kteří mají zájem studium v českém jazyce
 - Základní charakteristika: věk 18-25 let, absolventi nebo současní studenti středních škol NEBO absolventi NEBO současní studenti bakalářského stupně studia; zájem o studium ekonomie/managementu/marketingu a zájem příbuzná relevantní témata
 - Dále označeno jako cesti_studenti.
- Zájemci o studium programů vyučovaných v anglickém jazyce

- Cílová skupina zahrnuje zájemce o studijní programy vyučované v anglickém jazyce ze zemí EU i třetích zemí (specifické regiony). V plánované kampani je plánováno cílit pouze na zájemce z EU.
- Základní charakteristika: věk 18-25 let, absolventi středních škol NEBO současní studenti středních škol NEBO absolventi bakalářského stupně studia NEBO současní studenti bakalářského stupně studia; zájem o studium ekonomie/managementu/marketingu a zájemem o příbuzná relevantní témata
- Ve výpočtech budou dále označeni jako *zahranicni_studenti*.
- Zájemci o studium v centrech vzdělávání
 - Zahrnuje jedince, kteří uvažují o studiu v některém z Center vzdělávání v regionech,
 - Základní charakteristika: věková skupina 20-45 let; pracující; žijící v konkrétních regionech v ČR, kde působí centra vzdělávání
 - Dále označena jako *centra*.

Ve sledovaném období inzerent plánuje spuštění kampaní na všechny tři výše uvedené skupiny. Cílem je nalézt takovou kombinaci investic do reklamních kampaní na tyto skupiny, která potenciálně zaručí co největší počet výsledků kampaní za minimálních nákladů, a zároveň splní veškeré stanovení podmínky. Inzerent uvažuje o spuštění kampaní na všechny 3 cílové skupiny na platformě *Meta* a ve vyhledávači Google (dále *Google Ads* nebo *GAds*). O kampaních na těchto platformách má dostatek dat na to, aby bylo možné data pro RLP agregovat na úrovni, na které se rozhodovací proměnná rovná dvojici cílová skupina x platforma.

Do vyhledávací kampaně pro stanovené cílové skupiny bylo v minulosti identifikováno a používáno 344 klíčových slov s různou průměrnou měsíční hledaností. Od této hodnoty bude dále uvažována „potenciální velikost cílové skupiny“ ve vyhledávací kampani.

Cílová skupina	Počet klíčových slov	Průměrná měsíční hledanost
<i>cesti_studenti</i>	276	213 240
<i>zahranicni_studenti</i>	35	31 650
<i>centra</i>	33	3 600

Tabulka 10 Základní údaje o hledanosti klíčových slov pro cílové skupiny

Zjištění velikosti cílové skupiny na platformě Meta je možné provést přímo při nastavování kampaně prostřednictvím volby demografických a behaviorálních charakteristik publika. Existuje několik přístupů, jak definovat a oslovit cílovou skupinu – zájmové cílení pomocí na uživatele dle demografických vlastností, a cílení pomocí zdrojů *Meta*. Protože inzerent oslovuje každý rok obměněnou skupinu zájemců, volí přístup kombinace zájmového cílení a cílení na uživatele, kteří navštívili relevantní webové stránky.

Zájmové cílení na skupinu zájemců o studium v českých studijních programech inzerent zvolil následující:

- **Oblast:** Česká republika
- **Věk:** 18-25 let
- **Jazyk:** čeština, slovenština, angličtina³⁶
- **Zájmy a charakteristiky:**
 - student NEBO absolvent střední školy, NEBO zájem o vysokoškolské studium,
 - A zájem o účetnictví NEBO finance NEBO datovou analýzu NEBO ekonomii NEBO webdesign NEBO vývoj softwaru NEBO marketing.
- **Vyloučení:** lidé s již dokončeným magisterským nebo doktorským vzděláním.

Odhadovaná velikost cílové skupiny je pro tuto cílovou skupinu 58 500 – 68 900 uživatelů. Meta také poskytuje odhad denních výkonů kampaně, který je poměrně široký a, co je důležité, negarantovaný – dosah 2,5 tisíc až 7,1 tisíc uživatelů, a 21–62 výsledků (v tomto konkrétním případě je nastaveno zobrazení cílové stránky). Tato hodnota, ačkoli je orientační, značí, že kampaň nejspíš během několika prvních dní projde tzv. „Learning phase“³⁷. Její rychlé dokončení umožňuje algoritmu *Meta* optimalizovat doručování reklam

³⁶ Meta bere v úvahu, jaký jazyk má uživatel na platformě nastaven jako výchozí.

³⁷ "Learning phase" (fáze učení) u kampaní na platformě Meta představuje období, během kterého se algoritmus učí, jak optimalizovat její výkon. Během této fáze Meta shromažďuje data o tom, jak cílová skupina reaguje na reklamu, a na základě těchto údajů přizpůsobuje zobrazení reklamy uživatelům, kteří mají největší pravděpodobnost interakce. Fáze učení obvykle trvá, dokud kampaň nezíská dostatečný počet klíčových událostí (obvykle alespoň 50), což algoritmu umožní efektivnější doručování reklamy.

dříve, což vede k nižším nákladům na konverze a lepšímu výkonu kampaně. Odhadované velikosti všech uvažovaných cílových skupin (dle údajů získaných z *Meta*) jsou vidět níže v Tabulka 11.

Cílová skupina	Odhadovaná velikost cílové skupiny
cesti_studenti	58,5 – 68,9 tis
zahranicni_studenti	146,4 – 172,3 tis
centra	359 tis

Tabulka 11 Velikost cílových skupin na platformě *Meta*

5.3.2 Extrakce a transformace dat

Tato kapitola se věnuje sběru a transformaci dat dle postupu uvedených v kapitole 5.2.1. Data jsou extrahována pomocí jazyka SQL v *BQ* a další výpočty jsou provedeny v jazyce Python (viz kapitola 14.3).

Meta

Z reklamního účtu inzerenta na platformě *Meta* byla získána data o výkonu kampaní za poslední 4 roky a datový soubor obsahuje denní výkonnost jednotlivých kampaní za celou dobu existence daného účtu. Získaná datová sada tak poskytuje ucelený přehled o dosahovaných výkonech kampaní a slouží jako základ pro následné výpočty. Pojmenovací konvence je ve zdrojovém *Meta* účtu taková, že umožňuje poměrně snadnou identifikaci cílové skupiny. Pomocí výrazu *CASE* vytvořen nový sloupec, který přiřazuje cílovou skupinu dle pravidla v příloze SQL dotaz 5.

Zároveň jsou vypočítány ukazatele vyjadřující výkon reklam na základě investované 1,- Kč. V případě ukazatelů, které lze smysluplně agregovat (například celkové výdaje), bude proveden součet. Naopak u metrik, kde by součet nedával smysl (například cena za výsledek), bude vypočítán průměr. Výpočet ukazatelů je uveden v příloze v SQL dotaz 5.

Výsledkem transformace je agregovaná tabulka, která obsahuje hodnoty relevantních metrik pro každou cílovou skupinu a kampaň (viz Příloha 1). Ta je dále využita pro výpočet hodnot parametrů optimalizačního modelu.

Název sloupce		
'campaign_name',	'avg_cost_per_result'	'page_views_per_1czk'
'target_group'	'reach'	'cost_perpage_view'
'result_type'	'reach_per_1czk'	'link_click'
'spent'	'impressions'	'link_click_per_1czk'
'results'	'impressions_per_1czk'	'CPC_link_klik'
'results_per_1czk'	'pocet_zobrazeni_stranky'	'variable'

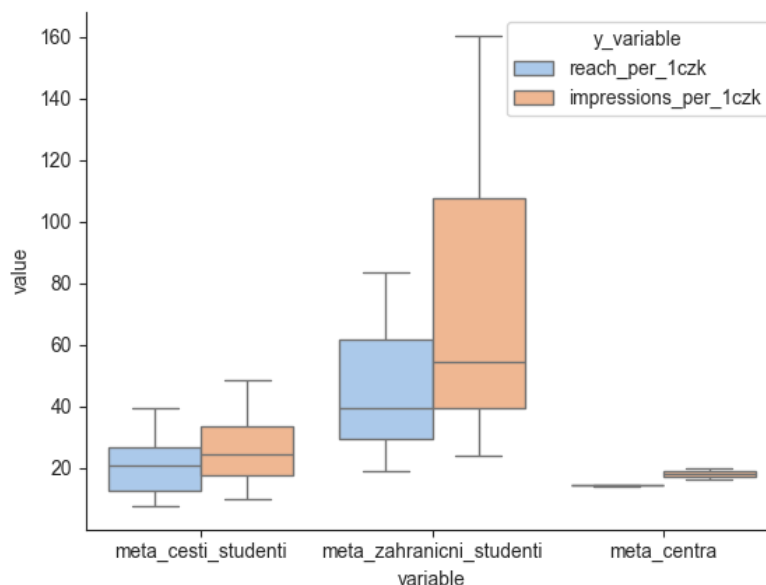
Tabulka 12 Seznam sloupců SQL transformace výchozí tabulky Meta

Z *df* jsou také vyřazeny kampaně, jejichž `campaign\_objective` neodpovídá plánovaným kampaním, tedy odstraněny jsou ty s hodnotou `brand\_awareness` a `event\_responses`. Pro každý řádek v *df*, který v tuto chvíli reprezentuje konkrétní kampaň, je na základě textu ve sloupci `target\_group` do nového sloupce `variable` zaveden název proměnné. Ta se skládá z názvu cílové skupiny a prefixu „fb“ (pro identifikaci platformy). Proměnné jsou nyní definovány celkem 3 (viz Tabulka 13).

Název proměnné	Počet výskytů kampaní na cílovou skupinu
fb_cesti studenti	13
fb_zahranicni studenti	3
fb_centra	2

Tabulka 13 Proměnné META kampaní vč. počtu výskytů

Vzhledem k různým rozsahům počtu oslovených uživatelů v rámci kampaní, charakteristikám a chování cílových skupin data vykazují variabilitu. Pro RLP jsou stěžení zejména metriky vztažené k jedné investované koruně, a to dosah a počet zobrazení. Odchytky těchto metrik od průměru pro jednotlivé cílové skupiny jsou zobrazeny v Graf 1.



Graf 1 Srovnání Meta kampaní: Dosah a zobrazení na 1 CZK podle cílové skupiny

Nejvyšší variabilitu jak v počtu impresí, tak v dosahu za 1,- Kč vykazuje cílová skupina „zahraniční studenti“. Naopak skupina „centra“ vykazuje variabilitu prakticky nulovou. Výsledné hodnoty sledovaných metrik – jejich průměry a absolutní odchylky od průměru – byly vypočítány pomocí Python Script 2 a Python Script 4. Hodnoty jsou uvedeny v Tabulka 14.

x_j	$avg_imp_{l_1, t_b}$	δ_{l_1, t_b}^{imp}
fb_centra	18,23000	1,94000
fb_cesti_studenti	26,05286	16,25286
fb_zahranicni_studenti	79,79667	55,56667

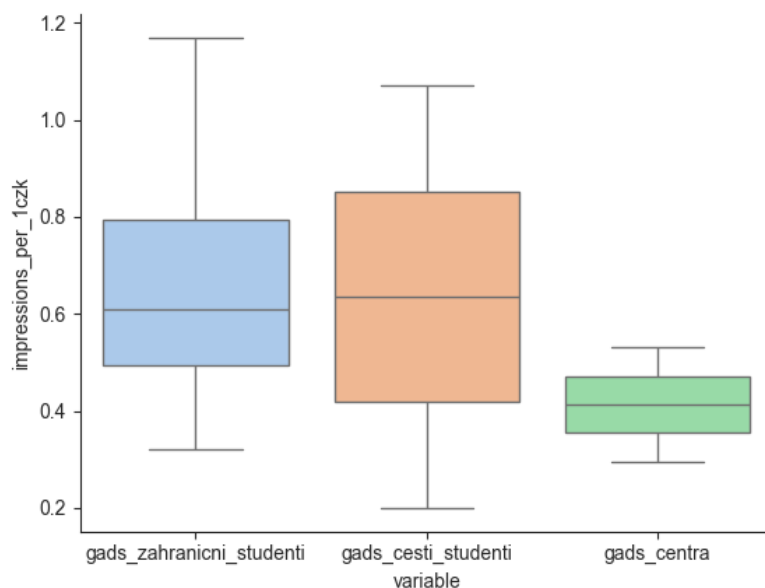
Tabulka 14 Průměrné hodnoty a odchylky od průměru cílových skupin impresí Meta

Google Ads

Data o výkonu kampaní GAds jsou uložena v BQ účtu inzerenta. Výchozí tabulka získána pomocí SQL dotaz 6 odpovídá schématu uvedeném v Tabulka 8. Obsahuje celkem 10 kampaní na 4 cílové skupiny. Opět proběhlo nahrazení nulových a nerelevantních řádků a přiřazení sloupce `variable`, tentokrát s prefixem `gads`. Četnost kampaní na jednotlivé cílové skupiny je vyčíslena v tabulce Tabulka 15 a vypočítané hodnoty potřebných metrik v Tabulka 16. Výsledků byl dosaženo pomocí výpočtů v Python Script 3 a Python Script 5.

Název proměnné	Počet výskytů kampaní na cílovou skupinu
gads_cesti_studenti	2
gads_zahranicni_studenti	4
gads_centra	2

Tabulka 15 Proměnné Google Ads kampaní vč. počtu výskytů



Graf 2 Odchylky počtu impresí generovaných 1 Kč od průměru Google Ads kampaní

x_j	avg_imp_j	δ_{l_2, t_h}^{imp}	Clicks_avg	Spent_avg	Cpc_avg
gads_centra	0,41265	0,29510	2112,0	46878,2950	21,2946
gads_cesti_studenti	0,63500	0,20000	3442,0	47416,0429	40,9983
gads_zahranicni_studenti	0,67750	0,32000	663,5	1534,8943	34,2522

Tabulka 16 Vypočítané hodnoty cílových skupin pro Google Ads

Extrakce údajů o konverzích z Google Analytics 4

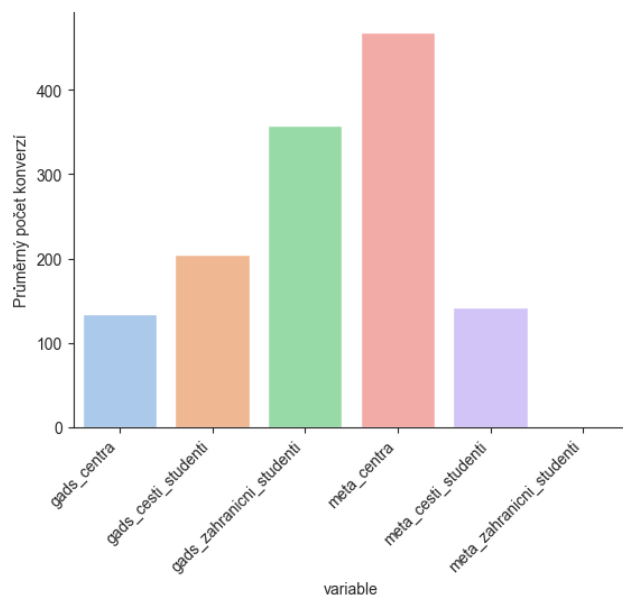
Konverze je pro všechny kampaně definována jako kliknutí na konkrétní odkaz nebo na tlačítko obsahující tento odkaz. Údaje o konverzích byla extrahována z GA4 prostřednictvím SQL dotaz 8. Výstupní tabulka dotazu před spojením obsahovala celkem 53 řádků. V tabulce je, kromě názvu kampaně, také `source\_medium` a počet zaznamenaných událostí, respektive počet uživatelů, kteří provedli konverzi (viz Příloha 3). Sloupec `source\_medium` slouží pro ověření, zda se opravdu jedná o návštěvnost z placené kampaně.

Celkem bylo z platformem *Meta* a *GAds* zaznamenáno 32 kampaní. Z nich se podařilo namapovat na tabulku konverzí pouze 7, tzn. 21 % celkového počtu. Data pro zbývajících 79 % kampaní chybí, což ukazuje nedostatky v dostupnosti dat v *GA4*. Tento výpadek může být způsoben různými faktory, jako jsou časová omezení dostupných dat nebo technické a procesní problémy při mapování kampaní. V tomto konkrétním případě byla jako hlavní příčina identifikována pozdní implementace exportu *GA4* do *BQ*³⁸.

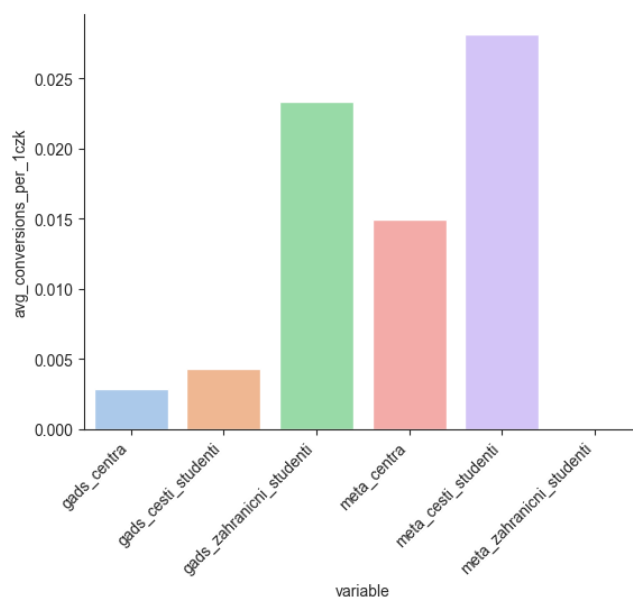
Následně byla data agregována po zvolených cílových skupinách a proveden výpočet potřebných metrik pro RLP (Python Script 7). Jednotlivé skupiny vykazují různé chování, průměrný počet generovaných konverzí lze vidět v Graf 3, a přepočet konverzí generovaných 1,- Kč v Graf 4. Pro všechny cílové skupiny, až na ``zahranicni_studenti`` na platformě *Meta*, byla v *GA4* zaznamenán nenulový počet konverzí. Jak se rozhodovatel vypořádal se situací absence dat pro zmíněnou skupinu, je uvedeno v následující kapitole. Na první pohled skupina ``meta_centra`` vykazuje vysoký průměrný počet generovaných konverzí, avšak při pohledu na Graf 4 lze vidět, že tyto konverze jsou např. oproti skupině ``meta_cesti_studenti`` mnohem dražší. Podobné chování vykazuje i ``gads_cesti_studenti`` a ``gads_centra``.

Absence dat týkajících se počtu konverzí u velké části kampaní může rozhodovateli sloužit jako vodítko, že data o počtu dosažených konverzí nejsou příliš spolehlivá, a bylo by vhodné otestovat i s uvažovanou neurčitostí koeficientů c_t .

³⁸ Data z *GA4* jsou dostupná od 26. února 2024.



Graf 3 Průměrné počty konverzí generované kampaněmi na jednotlivé cílové skupiny



Graf 4 Průměrné počty konverzí generované 1 CZK

Výpočet koeficientů pro RLP

Na základě získaných dat v předchozích kapitolách lze stanovit levostranné a pravostranné koeficienty RLP modelu. Tyto údaje jsou zobrazeny v Tabulka 17 a Tabulka 18. Ty byly získány pomocí výpočtů uvedených v Python Script 8- Python Script 11.

x_j	$avg\ imp_j$	δ_j^{imp}
meta_centra	18,2300	1,9400
meta_cesti_studenti	26,0529	16,2529
meta_zahranicni_studenti	79,7967	55,5667
gads_centra	0,4126	0,1175
gads_cesti_studenti	0,6350	0,4350
gads_zahranicni_studenti	0,6775	0,3575

Tabulka 17 Hodnoty pro stanovení levostranných koeficientů modelu RLP

Pro výpočet konverzního poměru a počtu konverzí generovaných 1,- Kč je potřeba znát počty uskutečněných konverzí z jednotlivých kampaní. Absence této hodnoty pro `meta\_zahranicni\_studenti` inzerent vyřešil stanovením odhadu konverzního poměru na 1,5 %. Tato hodnota byla určena na základě znalosti výsledků kampaní v minulých letech a celkových počtů podaných přihlášek na relevantní studijní programy pro cílovou skupinu.

Ačkoli lze z veřejně dostupných zdrojů v segmentu vzdělávání nalézt informaci o průměrném konverzním poměru pro kampaně stejného typu cca 8 % (Marino 2024a), znamenalo by to při průměrném dosahu kampaní na tuto cílovou skupinu (663 721,667) cca 53 098 konverzí. Protože se průměrný počet přihlášek do studijních programů vyučovaných v angličtině pohybuje kolem 5 tisíc, je takto vysoké číslo v kontextu inzerenta naprosto nesmyslné. Číslo 9 956 konverzí (při 1,5 % konverzním poměru) je sice stále poměrně vysoké, ale už mnohem blíže realitě. Část uživatelů sice splnila požadavek na konverzi (klik na definované tlačítko), ale nemusela pokračovat v procesu podávání přihlášky, nebo v jeho průběhu mohla skončit.

V případě kampaní spuštěných na cílovou skupinu `meta\_zahranicni\_studenti` je také potřeba při práci s daty přihlédnout k počtu kampaní (viz Tabulka 13), ty byly spuštěny pouze 3 s poměrně vysokým celkových dosahem (Příloha 1), a vykazovali poměrně velkou variabilitu výkonu, a to jak v případě počtu generovaného dosahu, tak v případě počtu impresí (Graf 1).

Odchytky v počtu konverzí inzerent stanovil na základě expertního odhadu, který reflektuje počet spuštěných kampaní zaměřených na cílovou skupinu, jeho dosavadní zkušenosti s výkonem kampaní a očekávání vyplývající z těchto poznatků. Tyto odchytky byly definovány jako procentuální hodnoty, na jejichž základě byly následně vypočítány absolutní hodnoty.

x_{l_a,t_b}	cr_{l_a,t_b}	$avg_ctr_{l_a,t_b}$	c_{l_a,t_b}	% změna c_{l_a,t_b}	δ_{l_a,t_b}^c
meta_centra	0,0739	0,0210	0,0150	0,25	0,0037
meta_cesti_studenti	0,1631	0,0080	0,0282	0,25	0,0070
meta_zahranicni_studenti	0,0150	0,0138	0,0120	0,75	0,0296
gads_centra	0,0634	0,1239	0,0029	0,25	0,0007
gads_cesti_studenti	0,0596	0,0804	0,0043	0,5	0,0010
gads_zahranicni_studenti	0,5396	0,0479	0,0233	0,2	0,0116

Tabulka 18 Hodnoty pro stanovení koeficientů konverzí a jejich změn

Zbývá určit požadavky na počty konverzí z jednotlivých cílových skupin. Rozhodovatel má k dispozici informace o počtu přihlášek z minulých let a na základě těchto údajů stanovil požadavky pro každou cílovou skupinu - k_t . To je potřeba s přihlédnutím k (5.12)-(5.16) rozdělit, resp. získat hodnoty k_{lt} – viz (5.6)-(5.8). Výsledky výpočtu lze vidět v tabulce Tabulka 19 níže.

x_{l_a,t_b}	k_{t_b}	w_{l_a}	k_{l_a,t_b}
meta_centra	209	0.986	206.956
gads_centra		0.014	3.043
meta_cesti_studenti	900	0.465	418.782
gads_cesti_studenti		0.534	481.218
meta_zahranicni_studenti	300	0.132	39.604
gads_zahranicni_studenti		0.868	260.396

Tabulka 19 Požadované počty konverzí pro cílové skupiny a platformy

5.3.3 Výpočet a realizace výsledných doporučení

Následuje empirická analýza RLP modelu aplikovaného na dosud získaná data. Cílem je demonstrovat, jak lze simulovat různé scénáře a výsledná data interpretovat. Pro praktické ověření RLP byly analyzovány situace, kdy inzerent čelí neurčitosti ve dvou klíčových parametrech: průměrném počtu impresí $avg\ imp_{lt}$, a nákladech na konverze c_{lt} .

Pro komplexní pochopení chování modelu a získání uceleného obrazu o vztahu mezi mírou robustnosti a optimální alokací zdrojů je provedena analýza pro všechny hodnoty parametru Γ . Tento přístup umožňuje nejen identifikovat optimální řešení pro preferovanou úroveň ochrany, ale také porozumět citlivosti řešení na změny averze k riziku.

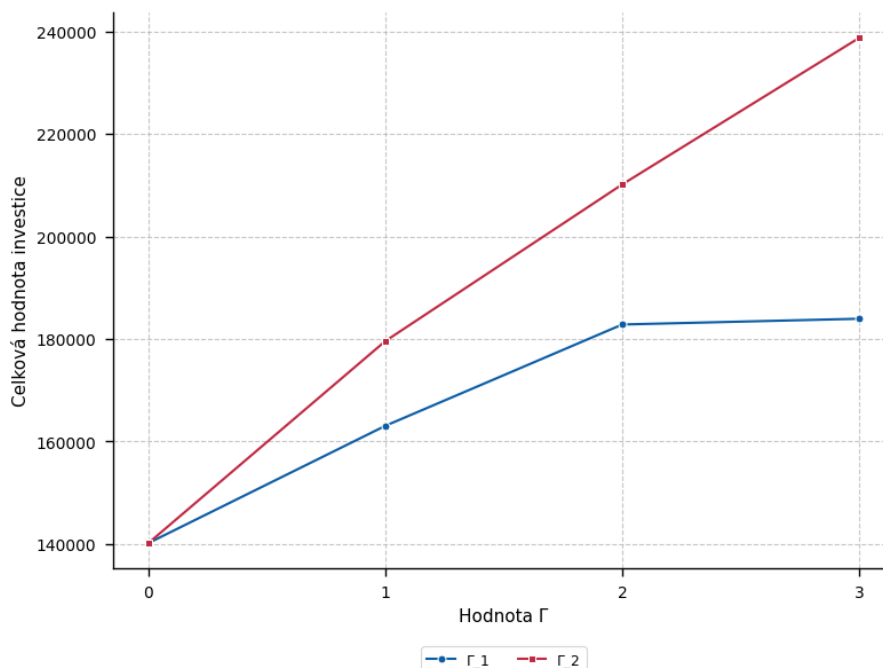
Výsledky modelu s neurčitostí $avg\ imp_{lt}$ a kroky potřebné k realizaci

Níže jsou analyzovány výsledky modelu, který zohledňuje neurčitost v počtu generovaných impresí, tedy změnu δ_{lt}^{imp} . Rozhodovatel může tento přístup zvolit, jestliže kampaně dlouhodobě vykazují vysoké výrazně odchyly v počtech impresí, a je pro něj – např. Z důvodu použití kampaní zaměřených na brand awareness – výhodnější stabilní zobrazování kampaní. Jsou také popsány kroky inzerenta, které jsou nutné pro realizaci doporučení modelu. Pro výběr vhodného scénáře k realizaci je také nutné stanovit inzerentovu averzi vůči riziku. Ta byla stanovena jako střední. Implementace modelu k výpočtu je uvedena v Python Script 13-Python Script 15.

Nejprve byla provedena analýza výsledků modelu s neurčitostí $avg\ imp_{lt}$ zvlášť pro jednotlivá l :

- $l = 1$ značí Meta kampaně, neurčitost v podmínkách s parametrem δ_{1t}^{imp} kontrolována parametrem Γ_1 ;
- $l = 2$ Google vyhledávací kampaně, neurčitost v podmínkách s parametrem δ_{2t}^{imp} kontrolována parametrem Γ_2 .

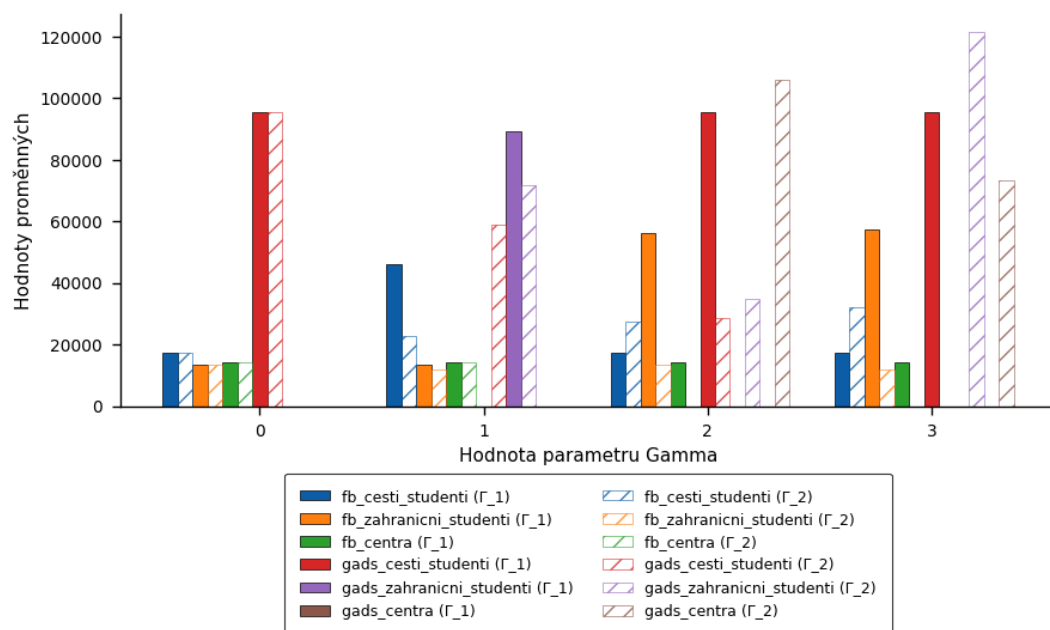
V případě neurčitost impresí Meta kampaní výsledky ukazují postupný nárůst hodnoty kritériální funkce s rostoucí hodnotou Γ_1 (viz Graf 5), konkrétně od 155 216 Kč při $\Gamma_1 = 1$ až po 233 454 Kč při $\Gamma_1 = 3$. V první fázi ($\Gamma_1 = 0$ a $\Gamma_1 = 1$) lze vidět strmý nárůst hodnot, který se postupně zpomaluje, a nakonec se křivka téměř vyrovnává v intervalu $\Gamma_1 = 2, \Gamma_1 = 3$. Tento průběh naznačuje, že zvyšování robustnosti Meta kampaní má výrazný dopad na náklady v počáteční fázi. Obdobně byly testovány změny pro impresi Google Ads kampaní. Kritériální funkce vykazuje téměř lineární rostoucí trend (Graf 5), s nárůstem – od 170 037 Kč při $\Gamma_2 = 0$ po 268 598 Kč při $\Gamma_2 = 3$.



Graf 5 Celková hodnota investice s rostoucí hodnotou Γ_1, Γ_2

Oddělená analýza nejistoty v počtech impresí pro *Meta* a *GAds* kampaně odhaluje zajímavé rozdíly v chování obou platforem (Graf 5). Zatímco *Meta* vykazuje tendenci ke stabilizaci při vyšších hodnotách robustnosti, *GAds* kampaně vyžadují proporcionálně více prostředků s rostoucí mírou ochrany proti nejistotě.

V případě *Meta* kampaní lze říct, že pro rozhodovatele s rozumnou averzí vůči riziku dává smysl zvyšovat ochranu proti nejistotě do určité míry – přibližně do $\Gamma_1 = 2$. V případě *GAds* vyžaduje každé další zvýšení ochrany proti nejistotě proporcionální navýšení nákladů. Rozhodovatel by měl stanovit hranici přijatelného rizika a podle toho stanovit, kterým scénářem se bude při alokaci financí řídit.

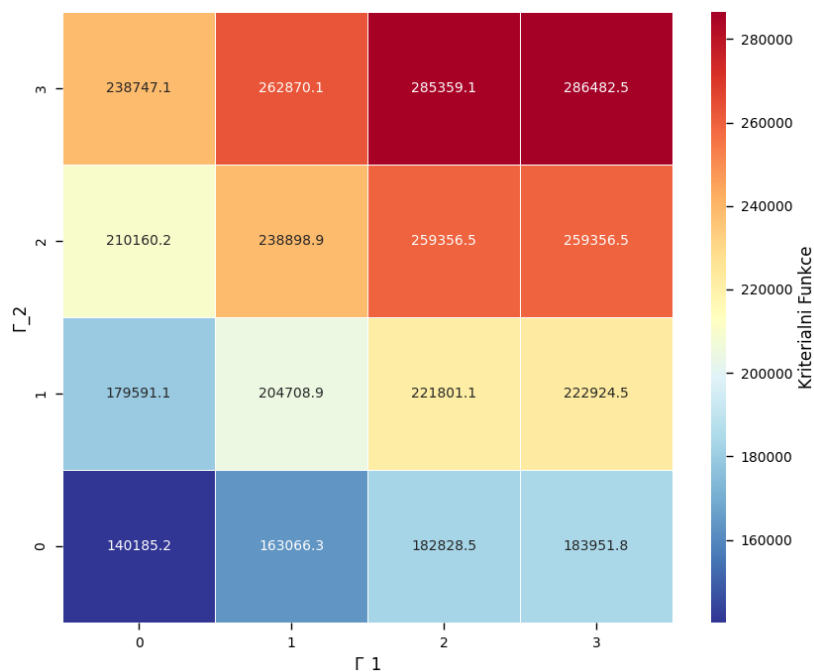


Graf 6 Hodnoty proměnných x_{it} pro testované hodnoty Γ_1, Γ_2

Dále je model otestován pro všechny kombinace současných změn hodnot Γ_1 a Γ_2 . Cílem této analýzy je porozumět změnám v alokaci prostředků mezi jednotlivé reklamní kanály při různých úrovních robustnosti obou platforem. Tento přístup umožňuje identifikovat možné vzorce chování modelu a vzájemné interakce mezi parametry Γ_1 a Γ_2 , které by při samostatném testování jednotlivých parametrů mohly zůstat neodhalené.

Při analýze hodnot kritériální funkce v závislosti na různých kombinacích parametrů Γ_1 a Γ_2 lze pozorovat několik klíčových trendů. Na hodnotu kritériální funkce má větší vliv změna hodnot parametru Γ_2 oproti Γ_1 (horizontální pohyb v Graf 7). Parametr Γ_2 má relativně konstantní vliv napříč různými hodnotami Γ_1 . Naopak vliv Γ_1 se s rostoucí hodnotou Γ_2 mírně snižuje, což je patrné ze zmenšujících se rozdílů v pravé části grafu (Graf 7). To koresponduje s výsledky získanými při změnách parametrů Γ_1 a Γ_2 zvlášť.

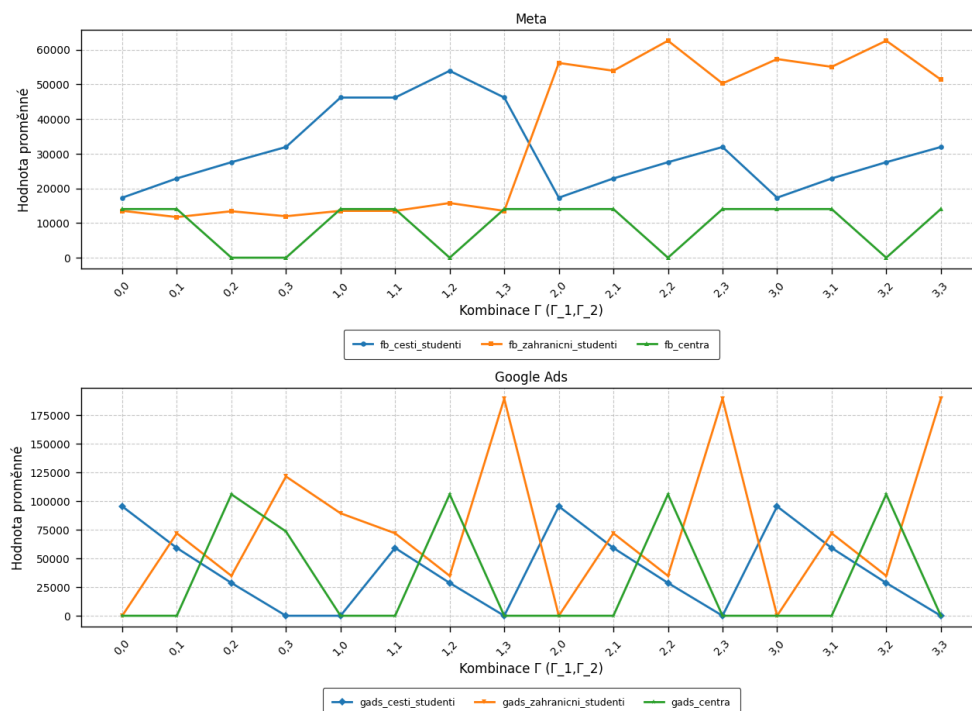
K největším změnám hodnot kritériální funkce dochází v hodnotách parametrů Γ_1 , $\Gamma_2 \in [0 - 1]$, u vyšších hodnot dochází k relativní stabilizaci hodnoty kritériální funkce a nárůsty již nejsou tak výrazné. Tento jev je zvláště patrný v pravé horní části Graf 7, kde další zvýšení hodnot parametrů Γ_1 a Γ_2 vede jen k minimálním změnám hodnot kritériální funkce.



Graf 7 Hodnoty kritériální funkce při současných změnách Γ_1 a Γ_2

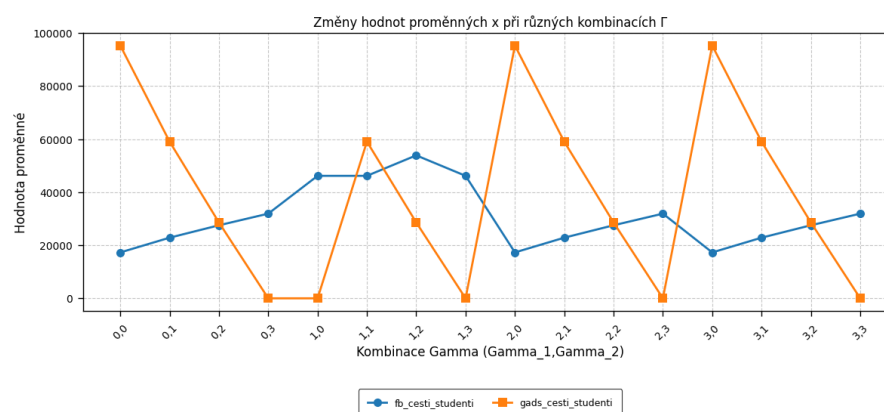
Chování proměnných při různých kombinacích parametrů Γ_1 a Γ_2 je zobrazeno v Graf 8. Platforma *Meta* vykazuje spíše stabilní chování na změnu parametru Γ . Model při hodnotě $\Gamma_1 = 0 - 1$ preferuje investice do kampaní mířených na české studenty, zatímco od hodnoty $\Gamma_2 = 1$ je upřednostňována investice do kampaní určených pro publiku zahraničních studentů.

Platforma *Google Ads* vykazuje odlišné chování, které lze popsat jako cyklický vzor. Hodnoty investic dosahují maxima při určitých hodnotách parametrů Γ , ale následně klesají. Jak ukazuje Graf 8, tento vzor je patrný například u kampaní zaměřených na české studenty. Pro $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = 0$ činí investice 95 313,968 Kč, a následně klesá až na 0 při hodnotách $\Gamma_1 = 0, \Gamma_2 = 3$, dále roste pro $\Gamma_1 = 1, \Gamma_2 = 1$ na 59 084,445 Kč a klesá opět k 0 při $\Gamma_1 = 1, \Gamma_2 = 3$. Podobné chování vykazují i kampaně na zahraniční studenty a centra.



Graf 8 Hodnoty proměnných pro různé hodnoty Γ_1, Γ_2

Zajímavé je srovnání investic na jednotlivé cílové skupiny. Např. u skupiny čeští studenti lze vidět (Graf 9) lze pozorovat, jak model reaguje na pokles investic do jedné platformy zvýšením investic do druhé. To zajišťuje, že i při snížení výkonnosti některé platformy jsou splněny požadované minimální počty konverzí pro danou cílovou skupinu. Zároveň je rozpočet efektivně optimalizován tak, aby bylo dosaženo maximálního počtu konverzí.



Graf 9 Hodnoty investic do cílové skupiny čeští studenti na platformách Meta a GAds pro různé hodnoty Γ_1, Γ_2

V případě, že inzerent uvažuje střední ochranu proti rizik, lze doporučit zvolit řešení získané při hodnotách parametru $\Gamma_1 = 2$, $\Gamma_2 = 2$. Toto poskytuje dostatečnou úroveň ochrany proti odchylkám impresí obou platforem a zároveň nedosahuje nejvyšších potřebných investic.

Pokud rozhodovatel nedává stejnou důležitost ochrany pro obě platformy, nabízí se následující postup. Inzerent na základě vstupních dat, výsledků dosavadní analýzy, nebo jeho expertního odhadu určí platformu, která je z jeho pohledu „horší“ a není ochoten slevit z ochrany proti neurčitosti, a u té zvolí nižší hodnotu Γ_{la} .

Při pohledu na vliv parametrů Γ_1, Γ_2 na potřebný rozpočet (Graf 7) může rozhodovatel označit za stabilnější platformu *Meta*. Když sledujeme změny hodnot v závislosti na Γ_1 (horizontální směr) při fixní hodnotě Γ_2 , je vidět relativně pozvolnější přechody v barvách. To znamená, že změny hodnot jsou plynulejší a pozvolnější. To koresponduje i s testováním neurčitosti obou platforem zvlášť (Graf 5). Rozhodovatel by tedy vybral řešení pro $\Gamma_1 = 2$, $\Gamma_2 = 1$, tedy takové, že je ochoten slevit z ochrany na straně platformy *Meta*, nikoli *GAds*.

V případě že rozhodovatel vybral řešení pro $\Gamma_1 = 1$, $\Gamma_2 = 2$, jsou investice do jednotlivých kampaní uvedeny v Tabulka 20. Protože většina platforem pracuje s denním rozpočtem, musí stanovit rozhodovatel i délku běhu jednotlivých kampaní. Ta je stanovena takto:

- Čeští studenti: *Meta* od 1. ledna do 31. března, *GAds* od 1. února do 31. března.
- Zahraniční studenti: *Meta* i *GAds* od 1. února do 31. března.
- Centra: *Meta* i *GAds* od 1. července do 31. září.

Poté lze stanovit denní rozpočty pro každou z kampaní. Ty jsou vč. délky běhu, celkové investice a očekávaného počtu generovaných konverzí uvedeny v Tabulka 20 níže.

	Investice	Vygenerované konverze	Rozdíl oproti min konverzím	Doba běhu kampaně (dny)	Denní rozpočet
meta_cesti	53 908,60 Kč	1643,2734	+743,2734	90	598,98 Kč
gads_cesti	28 597,74 Kč			59	484,71 Kč
meta_zahranicni	15 767,88 Kč	1435,8247	+1135,8247	59	267,25 Kč
gads_ahranicni	34 797,25 Kč			59	589,78 Kč
meta_centra	- Kč	302,5042	+92,5042	92	- Kč
gads_centra	105 827,46 Kč			92	1 150,30 Kč

Tabulka 20 Výsledné investice do kampaní podle výsledků modelu s nejistotou v generovaných impresích

Výsledky modelu s neurčitostí parametru c_{it} a kroky potřebné k realizaci

Níže jsou analyzovány výsledky modelu, který uvažuje neurčitost v počtu generovaných konverzí, tedy změnu δ_{it}^c . Rozhodovatel může tento přístup zvolit v případě, že kampaně dlouhodobě vykazují stabilní a uspokojivé výsledky v počtech impresí, ale počty generovaných konverzí jsou vykazují nestabilitu, nebo je pro něj tento parametr z taktického nebo strategického důvodu důležitější. Tento model se hodí v případě, že rozhodovatel optimalizuje rozpočty do kampaní, jejichž cílem jsou počty maximální počty konverzí. Dále je opět popsán postup, který inzerent provede, aby byl schopen realizovat získaná doporučení. Implementace modelu je uvedena v Python Script 16.

Důvod volby tohoto modelu je uvažován následující: Nízká kvalita dat o počtu generovaných konverzí z důvodu:

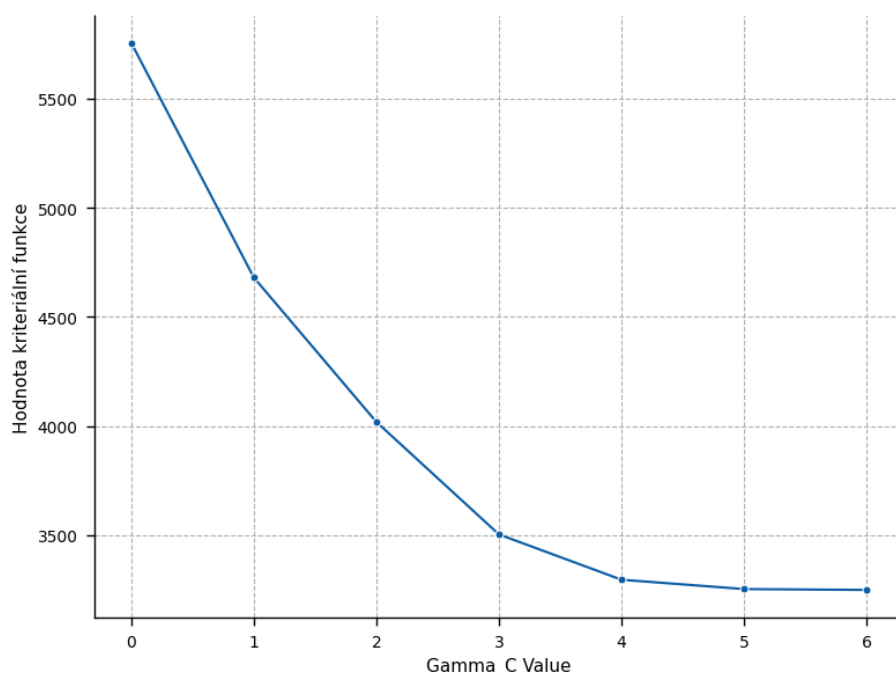
- absence dat o konverzích zahraničních studentů na platformě Meta,
- nízký počet spuštěných kampaní zaměřených na tuto cílovou skupinu na GAds

Averze vůči riziku je stejně jako v případě předchozího modelu stanovena jako střední. To zajistí volbu scénáře, který představuje vyvážený přístup mezi ochranou proti neurčitosti a dosažením uspokojivé hodnoty konverzí.

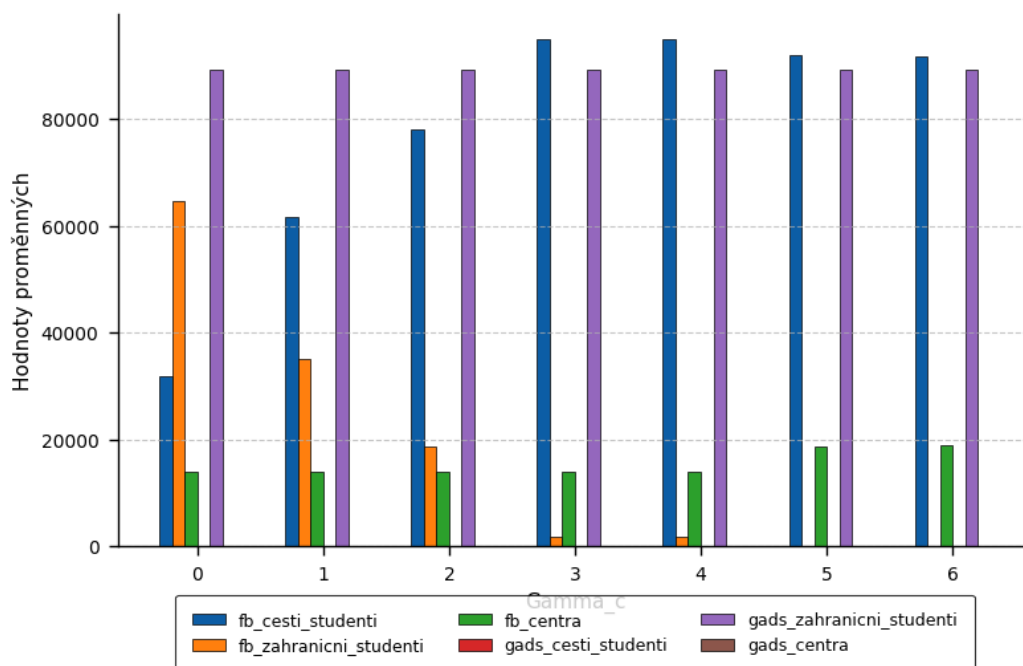
Výsledky modelu (viz Příloha 7 a Graf 11) konzistentně favorizují investice do Facebookových kampaní pro české studenty a GAds pro zahraniční studenty, přičemž

udržují stabilní, ale relativně nízkou investici do center prostřednictvím Facebooku – alokováno je tolik zdrojů, kolik je potřeba k uspokojení minimálního požadavku.

S rostoucí hodnotou Γ se dostavuje očekávaný trade-off mezi hodnotou účelové funkce a robustností (Graf 10). Zatímco při $\Gamma = 0$ model predikuje celkově 5755 konverzí, při nejvyšší úrovni robustnosti $\Gamma = 6$ tento počet klesá na 3192. Tento pokles je nejvýraznější v segmentu zahraničních studentů, což naznačuje vyšší míru neurčitosti v konverzních poměrech této skupiny.



Graf 10 Hodnoty kritériální funkce s neurčitostí parametru c_{lt}



Graf 11 Hodnoty proměnných při změně δ_{it}^c

Pro lepší orientaci ve výsledcích a výběr vhodného scénáře je sestavena tabulka, která porovnává marginální změny generovaných konverzí v jednotlivých scénářích.

Mezi scénáři $\Gamma = 3$ a $\Gamma = 4$ je rozdíl pouhých 52,5 konverzí. Každé další zvýšení robustnosti už nepřináší výraznou změnu hodnot a struktura řešení (viz Graf 11) se již výrazně nemění. Rozhodovatel s přihlédnutím k těmto faktorům rozhodl, že realizovaný bude scénář $\Gamma = 3$. Řešení se v tomto scénáři stabilizuje – se zvyšováním robustnosti nedochází k výrazným změnám v hodnotách proměnných, a pokles hodnot kritériální funkce se zpomaluje (Graf 10, Tabulka 21)

Γ_c	Generované konverze	Marginální změna
0	5755.2550	
1	4375.8308	-1379.4242
2	3636.7844	-739.0463
3	3274.9733	-361.8110
4	3222.4733	-52.5000
5	3194.6015	-27.8717
6	3192.7181	-1.8833

Tabulka 21 Porovnání změn generovaných konverzí pro různé hodnoty Γ

Zvolené řešení zajišťuje splnění minimálních požadavků na konverze napříč všemi cílovými skupinami, přičemž stále zachovává efektivní využití rozpočtu. Konkrétní výše investic do jednotlivých platform, vč počtu generovaných konverzí, délky běhu kampaně

(ta je stejná jako v případě modelu s neurčitostí v parametru v $avg\ imp_{lt}$), a denního rozpočtu je uvedena v Tabulka 22. U kampaně na zahraniční studenty na platformě Meta vychází hodnota celkové investice ve výši 33,78 Kč. Takovou částku logicky rozhodovatel investovat nebude a jako rozumné řešení se v tomto případě jeví převod hodnot do kampaní na zahraniční studenty na platformě GAds.

	Investice	konverze	Rozdíl oproti požadavku konverzí	Doba běhu kampaně (dny)	Denní rozpočet
meta_cesti	91 835,04 Kč	2588,7439	+1688,7439	90	1 020,39 Kč
gads_cesti	- Kč			59	- Kč
meta_zahranicni	33,68 Kč	2084,9871	+1784,9871	59	0,57 Kč
gads_ahranicni	89 334,86 Kč			59	1 514,15 Kč
meta_centra	18 796,42 Kč	281,3333	+71,3333	92	204,31 Kč
gads_centra	- Kč			92	- Kč

Tabulka 22 Výsledné investice do kampaní podle výsledků modelu s δ_{lt}^c

6 Diskuse

V této kapitole je diskutován navržený postup pro rozdělování investic do online reklamních kampaní. Pozornost je věnována zejména přínosům a omezením navrženého postupu, vyhodnocena je praktická použitelnost modelu a poukazuje na oblasti, které vyžadují další výzkum. Zmíněn je zejména způsob práce s neurčitostí, zohlednění preferencí rozhodovatele, přístup k výběru scénářů a praktická aplikovatelnost výsledků.

Využití matematického programování jako nástroje pro podporu rozhodování v marketingu, a to konkrétně pro rozhodování o alokaci rozpočtů, není unikátní koncept. Tomuto tématu se věnovalo již několik autorů, mezi první se řadí například (Vidale a Wolfe 1957; Nerlove a Arrow 1962) nebo (Holthausen a Assmus 1982). Ačkoli byly všechny jmenované práce ve své době relevantní a principiálně řeší podobný problém, jako tato práce, již neodráží potřeby rychle se vyvíjejícího a „data-driven“ prostředí, jenž vykazuje vysokou míru neurčitosti (Albadvi a Koosha 2011). V současné době se věnuje tématu řada autorů za použití technik jako je například systémová dynamika (Jeong et al. 2022), stochastické programování (Lavlinskaya et al. 2021), nebo zapojení umělé inteligence (Ljepava 2022).

Stochastické programování je v oblasti marketingu oblíbeným nástrojem (Nguyen Ky Phuc 2022; Lavlinskaya et al. 2021). Většinou se jedná o modely, které jsou rozděleny na dvě fáze, a ze své podstaty vyžadují určení pravděpodobnostního rozdělení vstupních dat ještě před samotným procesem optimalizace. Vlastnosti vstupních dat v marketingu – která často obsahují množství odchylek, neúplná nebo postrádají jednoznačně definované statistické rozdělení – představují výzvu pro klasické metody stochastického programování (Nguyen Ky Phuc 2022). Zároveň je jejich efektivita do značné míry závislá na kvalitě vstupních dat (Choi a Kim 2020), a dostatečnému porozumění struktuře modelu, jenž je předmětem optimalizace (Luzon et al. 2022).

Oproti tomu modely navržené v této práci, ačkoli vyžadují jistou úroveň porozumění problémové situaci, nevyžadují žádnou informaci o pravděpodobnostním rozdělení, a byl koncipován tak, aby využíval běžně dostupná data, se kterými marketingoví specialisté standardně pracují. Těchto dat je v rámci výkonnostního marketingu sbíráno velké množství (Krizanova et al. 2019; Du et al. 2023), a mohou být využity pro další rozhodování. Nezávisí tedy na rozsáhlých nebo specifických datových souborech, které by byly náročné na získání

nebo zpracování. Tento aspekt významně přispívá k aplikovatelnosti přístupu v reálné praxi, bez nutnosti dodatečných investic do datové infrastruktury.

V rámci vlastního výzkumu byly navrženy dva RLP modely pro optimalizaci investic do online reklamních kampaní založené na přístupu (Bertsimas a Sim 2004). První model minimalizuje potřebný rozpočet, a pracuje s nejistotou v parametru $avg\ imp_{lt}$, tedy pokles v počtu generovaných impresí. Druhý model maximalizuje počet generovaných impresí, a zároveň zohledňuje nejistotu v parametru c_{lt} , tedy pokles v počtu konverzí. Ke každému modelu byly uvedeny situace, ve kterých jsou pro rozhodovatele vhodné. Konkrétní Součástí této fáze byl také návrh scénářů, které byly v další části testovány a analyzovány.

Neurčitost obou navržených modelů (viz kapitola 5.2.2) je řízena pomocí parametrů Γ a δ_{lt}^{imp} , resp. δ_{lt}^c . Parametr Γ reguluje, kolik parametrů $avg\ imp_{lt}$, resp. c_{lt} se může současně změnit o maximálně stanovenou odchylku (δ_{lt}^{imp} , resp. δ_{lt}^c). Tím umožňuje přizpůsobení míry robustnosti aktuálním potřebám či preferencím rozhodovatele. Pomocí hodnot parametru Γ tedy rozhodovatel může stanovovat různé scénáře k testování. Tato vlastnost činí model vhodným pro rozhodovatele s různou mírou averze vůči riziku – od těch více rizikově tolerantních až po silně konzervativní.

Model je navržen tak, aby ponechával rozhodovateli volnost v tom, jakým způsobem definuje očekávané změny neurčitých parametrů od jejich deterministické hodnoty. Rozhodovatel si může zvolit libovolný statistický ukazatel – například aritmetický průměr, medián, nebo i expertně stanovenou nejpravděpodobnější hodnotu – jako základní odhad. Klíčové je pouze stanovit střední hodnotu a příslušnou maximální odchylku. Celý přístup tedy umožňuje přizpůsobení konkrétnímu kontextu, znalostem a preferencím uživatele, což opět posiluje praktičnost a adaptabilitu celého modelu.

K praktické využitelnosti přístupu také přispívají také využití nástroje a technologie – *Meta*, *Google Ads*, *Google Analytics 4*, *Google BigQuery*, a jazyk *Python*. Ty představují v oboru online reklamních kampaní standard a jsou široce rozšířenými mezi marketingovými specialisty a datovými analytiky. Data o výkonu kampaní byla získána z vyžitéch reklamních platforem, a počty konverzí byly získány z *Google Analytics 4* z důvodu sjednocení atribučního modelu. Pro jejich zpracování a uchovávání je využita cloudová databázová služba *Google BigQuery*, Dotazování nad daty probíhalo pomocí

jazyka SQL, který je standardem v oblasti databázových operací a běžnou součástí znalostí datových analytiků i pokročilejších marketingových specialistů.

Model je určen pro využití na strategické úrovni rozhodování, kde může sloužit jako nástroj pro určení optimální výše rozpočtu v případech, kdy jsou předem stanoveny cílové hodnoty klíčových ukazatelů výkonnosti (KPI) pro dané období. Alternativně může pomoci definovat realistické cílové hodnoty KPI, pokud je již k dispozici pevně stanovený rozpočet, který je třeba efektivně alokovat mezi jednotlivé kampaně zaměřené na specifické cílové skupiny. Ve srovnání například s přístupem (Luzon et al. 2022), jenž se zaměřuje na dynamickou optimalizaci rozpočtu v rámci jedné konkrétní kampaně, zde jde o rozhodování na vyšší, tzv. strategické úrovni („high level decision-making“).

Některé další přístupy zaměřené na problematiku rozpočtování reklamních kampaní se soustředily primárně na optimalizaci nabídek (tzv. bidding) nebo denních rozpočtů v rámci jednotlivých reklamních platforem (Albadvi a Koosha 2011; Yang et al. 2012; Kong et al. 2018; Choi a Kim 2020). Tyto metody však mohou být v současném kontextu méně relevantní vzhledem k častým změnám algoritmů a aukčních mechanismů platforem. Mezi aktuálnější přístupy lze zařadit například práci (Fang et al. 2024), nicméně zde vyvstává otázka jejich praktické využitelnosti pro malé a střední podniky, které často postrádají potřebné odborné znalosti a technologické zdroje pro implementaci takto komplexních modelů.

Nevýhodou navrženého postupu je absence komplexního postupu výběru hodnoty parametru Γ , tedy scénáře k realizaci, rozhodovatelem. Ačkoli je ve fázi Choice (kapitola 5.2.3) návrh takového postupu, a to vč. návrhu kritérií, podle kterých by měl rozhodovatel variantu k realizaci určit, nenabízí exaktní pravidla, jak konkrétní hodnotu vybrat. Rozhodovatel je tak odkázán na vlastní úsudek a posouzení chování modelu na základě výsledků výpočtů, vlastní averze vůči riziku, historických zkušenostech a spolehlivosti vstupních dat.

Samotný výběr scénář k realizaci tak zůstává částečně subjektivní. To může představovat překážku pro praktické využití modelu, ale otevírá další možnosti výzkumu – jaká konkrétní kritéria by měla být při výběru zohledněna (např. poměr nákladů a robustnosti, míra nejistoty, volatilita metrik apod.), zda má rozhodování vycházet primárně

z měřitelných dat, nebo zda je vhodné integrovat i kvalitativní aspekty jako intuice, zkušenost nebo preference zadavatele.

Cílem navazujícího výzkumu by mohlo být testování různých vícekritériálních rozhodovacích metod, jejich porovnání z hlediska efektivity, transparentnosti a uživatelské přívětivosti a návrh doporučeného postupu pro praktickou implementaci modelu v reálném marketingovém rozhodování. Případně by mohly být navrženy metody zcela nové, a to na základě ať už kvalitativního nebo kvantitativního výzkumu.

Slabinou navržených modelů je také absence využití remarketingu, tedy cíleného oslovení již dříve kontaktovaných zákazníků, představuje efektivní nástroj pro zvýšení konverzí i celkové retence (Naveen et al. 2024). Potenciální zákazníci mohou být zároveň zasaženi více typy kampaní, které sledují odlišné cíle. Tyto kampaně se navzájem doplňují a jejich kombinace může vést k synergickému efektu, jenž zvyšuje celkovou efektivitu marketingového zásahu. Typickým příkladem je propojení kampaní zaměřených na budování povědomí o značce (brand awareness) či návštěvnost (traffic) s kampaněmi konverzními. Zatímco první skupina kampaní umožňuje za relativně nízké náklady oslovit širší publikum, kampaně zaměřené na traffic cílí na užší, ale relevantnější segment – například uživatele, kteří navštívili konkrétní stránku a vykazují vyšší pravděpodobnost uskutečnění konverze.

Tento efekt není v současné době v do navržených RLP modelů zahrnut. Hlavním důvodem je skutečnost, že jeho zohlednění by mohlo vést k posunu z oblasti lineárního programování do sféry nelineárního programování, jako to dělají jiné přístupy (Luzon et al. 2022; Yahia a ElBolok 2024). Taková změna by nejen výrazně zvýšila výpočetní náročnost (Papadimitriou a Steiglitz. 1998), ale zároveň by vyžadovala odlišný přístup k modelování nejistoty. Stávající metoda robustní optimalizace podle (Bertsimas a Sim 2004) je totiž definována výhradně pro LP.

Mezi praktická omezení navrženého přístupu patří rovněž kvalita a spolehlivost dostupných dat. Přestože model pracuje s neurčitostí vstupních údajů, bez dostatečného objemu relevantních historických dat může být výstup modelu výrazně zkreslený nebo málo vypovídající. Tato situace nastává zejména tehdy, pokud se optimalizace týká specifického typu kampaně – například kampaní zaměřených na úzce vymezenou cílovou skupinu, nebo

nových typů kampaní, s nimiž rozhodovatel dosud nemá praktickou zkušenost a pro které nemá k dispozici dostatek dat.

Samotný výpočetní model byl implementován v jazyce Python, který patří mezi nejpoužívanější programovací jazyky v oblasti datové vědy a strojového učení, a je podporován rozsáhlou komunitou a množstvím specializovaných knihoven (např. `pandas`, `numpy`, `scipy`). Díky výše zmíněným charakteristikám je navržený přístup snadno přenositelný, modifikovatelný a kompatibilní s dalšími analytickými nástroji. Na rozdíl od přístupů založených na stochastickém programování (Lavlinskaya et al. 2021; Nguyen Ky Phuc 2022), které vyžadují znalost pravděpodobnostního rozdělení nejistoty, a často jsou dvoufázové, navržený model využívá přístup s využitím tvrdých podmínek a samotný výpočet probíhá pouze v jedné fázi.

Poznámky k (ne)celočíslnosti modelu

Do obou v práci uvedených modelů nebyla záměrně zavedena podmínka celočíselnosti, a to z důvodu snížit jejich výpočetní složitost, která by při zavedení této podmínky vzrostla. Navíc, v práci uvažovaný přístup ke zpracování dat nezahrnuje zaokrouhlování vstupních dat, což zajišťuje vyšší přesnost výsledků. Neceločíselné výstupy modelu jsou tedy očekávané a ve většině případů nepředstavují problém. Uživatel může vždy hodnoty vhodně zaokrouhlit na smysluplnou hodnotu. V případě že se jedná o drobná zaokrouhlení např. na celá čísla nebo na desítky Kč, to nijak zásadně neovlivní výsledek a ten zůstává plně v mezích praktického využití.

Při zaokrouhlování výsledků je třeba počítat s tím, že mohou být mírně odlišné od hodnot vypočítaných modelem, což může vést k drobně „neoptimálním“ řešením. Tento efekt je však přirozený, protože zaokrouhlení na celé jednotky (například na celé koruny) je praktickým krokem pro zajištění reálné použitelnosti výsledků. Přesné hodnoty generované modelem by sice teoreticky mohly vést k nepatrně lepšímu výsledku, ale zavedení zaokrouhlení výrazně zjednodušuje implementaci a usnadňuje práci s daty, aniž by byl celkový výsledek významně ovlivněn.

7 Závěr

Disertační práce se zabývala možnostmi využití robustního lineárního programování v oblasti online marketingu, konkrétně při alokaci rozpočtu mezi jednotlivé reklamní kampaně v podmínkách nejistoty. Cílem bylo navrhnout přístup, který umožní efektivní investice do online reklamních kampaní za situace, kdy vstupní data vykazují variabilitu nebo nejsou zcela přesná. V rámci výzkumu byly formulovány tři hlavní otázky:

- Lze využít robustní lineární programování pro efektivní alokaci rozpočtu do online reklamních kampaní?
- Lze uvažovat neurčitost vstupních dat v různých parametrech modelu?
- Lze přizpůsobit úroveň neurčitosti modelu podle potřeb rozhodovatele?

Výsledky výzkumu ukázaly, že robustní lineární modely lze v oblasti online marketingu úspěšně aplikovat. Bylo prokázáno, že tyto modely jsou schopny zohlednit neurčitost dat a zároveň poskytovat prakticky využitelné výstupy pro tvorbu marketingové strategie. Významnou výhodou tohoto přístupu je jeho schopnost reflektovat rizikový profil inzerenta a přizpůsobit míru konzervativnosti výstupního řešení aktuálním potřebám. V prostředí, kde jsou dostupná rozsáhlé datové zdroje a existují nástroje pro jejich analýzu, se robustní optimalizace jeví jako efektivní způsob, jak systematicky řídit rozpočty kampaní a dosahovat lepších výsledků.

V rámci výzkumné části byla formulována proces pro efektivní investice do online kampaní rozdělení do fází rozhodovacího procesu dle Simona (Simon 1977) - Intelligence, Design a Choice. V první fázi byl analyzován řešený problém a definovány vstupní parametry potřebné pro návrh modelu. Následně byl navržen robustní optimalizační model ve dvou variantách, které zohledňují nejistotu v odlišných parametrech – v první variantě v odhadu dosaženého dosahu a ve druhé v počtu konverzí. Na tento návrh navazoval postup interpretace výsledků a jejich transformace do konkrétní marketingové strategie. Součástí přístupu bylo i testování různých scénářů prostřednictvím parametru míry robustnosti řešení, což umožňuje hodnotit dopady různých úrovní nejistoty na doporučená rozhodnutí. Výsledkem je ucelený přístup, který propojuje analytické výstupy modelu s praktickými potřebami zadavatele a vede k realizovatelnému investičnímu plánu.

Díličí cíle disertační práce, formulované v úvodní části, byly naplněny. Byl navržen strukturovaný postup sběru a transformace dat z běžně používaných reklamních platforem,

detailně popsán samotný optimalizační model a specifikován způsob využití jeho výsledků v rámci rozhodovacího procesu. Celý navržený přístup tvoří prakticky využitelný nástroj, který přispívá k lepšímu rozhodování v oblasti výkonnostního marketingu, a současně je flexibilní vůči měnícím se podmínkám a dostupnosti dat.

Závěrem lze konstatovat, že robustní optimalizační modely mají velký potenciál nejen v marketingu, ale i v dalších oblastech, kde rozhodování probíhá za podmínek nejistoty. Výzkum ukázal, že zahrnutí neurčitosti do optimalizačních modelů významně zvyšuje jejich praktickou využitelnost. Do budoucna se nabízí možnosti dalšího rozvoje tohoto přístupu, například směrem k dynamickým modelům, vícekriteriálnímu rozhodování, zahrnutí synergického efektu jednotlivých typů kampaní nebo tvorba exaktních metod pro určení míry robustnosti modelů podle potřeby rozhodovatele.

Lineární modely obecně hrají důležitou roli v rozhodovacích procesech napříč mnoha oblastmi. Umožňují systematicky analyzovat vztahy mezi parametry zkoumaných systémů a identifikovat optimální řešení v rámci stanovených omezení. Zahrnutí nejistoty do těchto modelů jich užitečnost ještě zvyšuje, protože umožňuje lépe zohlednit reálné podmínky, které zahrnují variabilitu v datech. To z modelů činí praktičtější a flexibilnější nástroj v podpoře rozhodování.

8 Seznam literatury

- ADOBE, 2024. Adobe Analytics | Web Analytics for Better Business Intelligence. *Adobe Analytics* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://business.adobe.com/products/analytics/adobe-analytics.html>
- ADOBE EXPERIENCE CLOUD TEAM, 2023. *Marketing attribution — models and best practices* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://business.adobe.com/blog/basics/marketing-attribution>
- AHREFS PTE. LTD., 2024. Ahrefs - SEO Tools & Resources To Grow Your Search Traffic. *Ahrefs* [online] [vid. 2024-09-11]. Dostupné z: <https://ahrefs.com/>
- AKERS, Laura a Judith S GORDON, 2018. Using Facebook for Large-Scale Online Randomized Clinical Trial Recruitment: Effective Advertising Strategies. *Journal of Medical Internet Research* [online]. **20**(11), e290. ISSN 1438-8871. Dostupné z: [doi:10.2196/jmir.9372](https://doi.org/10.2196/jmir.9372)
- ALBADVI, Amir a Hamidreza KOOSHA, 2011. A robust optimization approach to allocation of marketing budgets. *Management Decision* [online]. **49**(4), 601–621. ISSN 0025-1747. Dostupné z: [doi:10.1108/00251741111126512](https://doi.org/10.1108/00251741111126512)
- ALEVRAS DMITRIS a PADBERG MANFRED W., 2001. *Linear Optimization and Extensions: Problems and Extensions*. B.m.: Springer-Verlag.
- AMBIKAR, Jui, Aaditya PAITHANE, Ishan GALA, Pranav KULKARNI a Girija CHIDDARWAR, 2023. A Comprehensive Review of Advertisement Platforms. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology* [online]. **11**(2), 1213–1215. ISSN 23219653. Dostupné z: [doi:10.22214/ijraset.2023.49118](https://doi.org/10.22214/ijraset.2023.49118)
- ANDREOU, Athanasios, Giridhari VENKATADRI, Oana GOGA, Krishna P GUMMADI, Patrick LOISEAU a Alan MISLOVE, 2018. Investigating Ad Transparency Mechanisms in Social Media: A Case Study of Facebook's Explanations. In: *NDSS 2018 - Network and Distributed System Security Symposium* [online]. s. 1–15. Dostupné z: [doi:10.14722/ndss.2018.23204](https://doi.org/10.14722/ndss.2018.23204)

- BAKER, Theodore, John GILL a Robert SOLOVAY, 1975. Relativizations of the $P = ?NP$ Question. *SIAM Journal on Computing* [online]. **4**(4), 431–442. Dostupné z: doi:10.1137/0204037
- BASS, Frank M., 1969. A New Product Growth for Model Consumer Durables. *Management Science* [online]. [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.15.5.215
- BASTIN, Fabian, 2001. *Nonlinear stochastic programming*. B.m. b.n.
- BAZARAA, s. Mokhtar, J. John JARVIS a D. Hanif SHERALI, 2009. *Linear Programming and Network Flows* [online]. B.m.: Wiley. ISBN 978-0-470-46272-0. Dostupné z: https://books.google.cz/books?id=2DKKHvV_xVwC
- BEN-TAL, A. a A. NEMIROVSKI, 1999. Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research Letters* [online]. **25**(1), 1–13. ISSN 01676377. Dostupné z: doi:10.1016/S0167-6377(99)00016-4
- BEN-TAL, Aharon, Laurent EL GHAOUÍ a Arkadi NEMIROVSKI, 2009. *Robust Optimization* [online]. B.m.: Princeton University Press. ISBN 978-1-4008-3105-0. Dostupné z: doi:10.1515/9781400831050
- BEN-TAL, Aharon a Arkadi NEMIROVSKI, 1998. Robust Convex Optimization. *Mathematics of Operations Research* [online]. (4), 769–1024. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1287/moor.23.4.769>
- BEN-TAL, Aharon a Arkadi NEMIROVSKI, 2000. Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical Programming* [online]. **88**(3), 411–424. ISSN 1436-4646. Dostupné z: doi:10.1007/PL00011380
- BERTSIMAS, Dimitris, Dessislava PACHAMANOVA a Melvyn SIM, 2004. Robust linear optimization under general norms. *Operations Research Letters* [online]. **32**(6), 510–516. ISSN 01676377. Dostupné z: doi:10.1016/j.orl.2003.12.007
- BERTSIMAS, Dimitris a Melvyn SIM, 2004. The price of robustness. *Operations Research* [online]. **52**(1), 35–53. ISSN 0030364X. Dostupné z: doi:10.1287/opre.1030.0065
- BERTSIMAS, Dimitris a John TSITSIKLIS, 1998. *Introduction to Linear Optimization* [online]. B.m.: Athena Scientific. ISBN 1-886529-19-1. Dostupné

- z: https://www.researchgate.net/publication/235558951_Introduction_to_Linear_Optimization
- BIRGE, John R. a François LOUVEAUX, 2011. *Introduction to Stochastic Programming* [online]. New York, NY: Springer. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering [vid. 2024-06-13]. ISBN 978-1-4614-0236-7. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4614-0237-4
- BOYD, Stephen a Lieven VANDENBERGHE, 2009. *Convex Optimization*. New York: New York. ISBN 978-0-521-83378-3.
- BUCHHEIM, Christoph, Marianna De SANTIS, Stefano LUCIDI, Francesco RINALDI a Long TRIEU, 2016. A Feasible Active Set Method with Reoptimization for Convex Quadratic Mixed-Integer Programming. *SIAM Journal on Optimization* [online]. **26**(3), 1695–1714. ISSN 1052-6234. Dostupné z: doi:10.1137/140978971
- BUMP, Pamela, 2023. 2022 Marketing Benchmarks: Web Traffic and Conversion Trends for 150,000 Businesses. *HubSpot.com* [online] [vid. 2024-07-21]. Dostupné z: <https://blog.hubspot.com/marketing/end-of-year-data-recap>
- CAHOON, Sam, 2024. Email Open Rates By Industry (& Other Top Email Benchmarks). *HubSpot.com* [online] [vid. 2024-07-21]. Dostupné z: <https://blog.hubspot.com/sales/average-email-open-rate-benchmark>
- COIN-OR FOUNDATION, 2016. COIN-OR: Computational Infrastructure for Operations Research. *COIN-OR: Computational Infrastructure for Operations Research* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://www.coin-or.org/>
- COOK, Stephen A., 1971. The complexity of theorem-proving procedures. In: *Proceedings of the third annual ACM symposium on Theory of computing* [online]. New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, s. 151–158 [vid. 2024-12-31]. STOC '71. ISBN 978-1-4503-7464-4. Dostupné z: doi:10.1145/800157.805047
- DANAHER, Peter J. a Roland T. RUST, 1996. Determining the optimal return on investment for an advertising campaign. *European Journal of Operational Research*. **95**(3), 511–521.
- DANTZIG, George, 1963. *Linear Programming and Extensions* [online]. B.m.: RAND Corporation. Dostupné z: doi:10.7249/R366

- DANTZIG, George B, 1955. Linear programming under uncertainty. *Management Science*. **1**(3/4), 197–206. ISSN 00251909, 15265501.
- DEKTHIAR, M., 1969. On the impossibility of eliminating exhaustive search in computing a function relative to its graph. *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*. **14**, 1146--1148.
- DELPORTE, Augustin, 2024a. Benefits of BigQuery for data analytics | Pragm. *pragm.co* [online] [vid. 2024-06-07]. Dostupné z: <https://www.pragm.co/post/using-bigquery-for-data-analytics>
- DELPORTE, Augustin, 2024b. *Google Analytics 4 versus BigQuery data, what's the differen* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://www.pragm.co/post/ga4-vs-bigquery-data>
- DIGITÁLNÍ MARKETIGNOVÁ AGENTURA GROU.CZ, 2025. Seznam vyhledávač vs. Google: Kdo je králem českého internetu? *Digitální marketing | grou.cz* [online] [vid. 2025-03-31]. Dostupné z: <https://grou.cz/marketing-blog/seznam-vyhledavac/>
- DINNER, Isaac M., Harald J. HEERDE VAN a Scott A. NESLIN, 2014. Driving Online and Offline Sales: The Cross-Channel Effects of Traditional, Online Display, and Paid Search Advertising. *Journal of Marketing Research* [online]. **51**(5), 527–545. ISSN 0022-2437, 1547-7193. Dostupné z: doi:10.1509/jmr.11.0466
- DOMMETT, Katharine a Sam POWER, 2023. Monitoring digital election campaigns: Assessing the transparency ecosystem in the United Kingdom. *Politics* [online]. 026339572311560. ISSN 0263-3957. Dostupné z: doi:10.1177/02633957231156084
- DOYLE, J., 1996. Robust and optimal control. In: *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control* [online]. B.m.: IEEE, s. 1595–1598. ISBN 0-7803-3590-2. Dostupné z: doi:10.1109/CDC.1996.572756
- DU, Liman, Suixiang GAO a Wenguo YANG, 2023. Diversified-profit maximization in competitive social advertising. *Journal of Combinatorial Optimization* [online]. **45**(1), 36. ISSN 1382-6905. Dostupné z: doi:10.1007/s10878-022-00967-7
- ELLIS-CHADWICK, Fiona a Neil F. DOHERTY, 2012. Web advertising: The role of e-mail marketing. *Journal of Business Research* [online]. **65**(6), (1) Scientific Muddling (2) Executional Elements In Advertising, 843–848. ISSN 0148-2963. Dostupné z: doi:10.1016/j.jbusres.2011.01.005

- EUROPAN UNION, 2016. *Nariadení Evropského parlamentu a Rady (EU) 2016/679 ze dne 27. dubna 2016 o ochraně fyzických osob v souvislosti se zpracováním osobních údajů a o volném pohybu těchto údajů a o zrušení směrnice 95/46/ES (obecné nařízení o ochraně osobních údajů) (Text s významem pro EHP)* [online]. 27. duben 2016. [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <http://data.europa.eu/eli/reg/2016/679/oj/ces>
- FALK, James E., 1976. Technical Note—Exact Solutions of Inexact Linear Programs. *Operations Research* [online]. 24(4), 783–787. ISSN 0030-364X. Dostupné z: doi:10.1287/opre.24.4.783
- FANG, Ke, Hao LIU, Chao LI, Junfeng WU, Yang TAN, Qiuqiang LIN a Qingyu CAO, 2024. Advertiser-First: A Receding Horizon Bid Optimization Strategy for Online Advertising. *IEEE Transactions on Computational Social Systems* [online]. 1–13. ISSN 2329-924X, 2373-7476. Dostupné z: doi:10.1109/TCSS.2024.3476694
- GABREL, Virginie, Cécile MURAT a Aurélie THIELE, 2014. Recent advances in robust optimization: An overview. *European Journal of Operational Research* [online]. 235(3), 471–483. ISSN 03772217. Dostupné z: doi:10.1016/j.ejor.2013.09.036
- GARTNER, INC., 2022. Market Guide for Web, Product and Digital Experience Analytics. *Gartner* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://www.gartner.com/en/documents/4014089>
- GHOSE, Anindya a Sha YANG, 2009. An Empirical Analysis of Search Engine Advertising: Sponsored Search in Electronic Markets. *Management Science* [online]. 55(10), 1605–1622. ISSN 0025-1909. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.1090.1054
- GIANNOKAURIS, Kostas, 2023. LinkedIn Ads benchmarks for 2023. *huble.com* [online] [vid. 2024-07-21]. Dostupné z: <https://huble.com/blog/linkedin-ads-benchmarks-2023>
- GIOMELAKIS, Dimitrios a Andreas A. VEGLIS, 2018. Search Engine Optimization. In: *Encyclopedia of Information Science and Technology, Fourth Edition* [online]. B.m.: IGI Global, s. 8046–8055. Dostupné z: doi:10.4018/978-1-5225-2255-3.ch700
- GOOGLE, 2021. The BigQuery admin reference guide: Resource Hierarchy. *Google Cloud Blog* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://cloud.google.com/blog/topics/developers-practitioners/bigquery-admin-reference-guide-resource-hierarchy>

- GOOGLE, 2024a. About keyword matching options - Google Ads Help. *Google Ads Help* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://support.google.com/google-ads/answer/7478529?hl=en>
- GOOGLE, 2024b. Impressions: Definition - Google Ads Help. *Google Ads Help* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://support.google.com/google-ads/answer/6320?hl=en>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2023. *Your guide to Google Ads* - *Google Ads Help* [online]. Dostupné z: <https://support.google.com/google-ads/answer/6146252?hl=en>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024a. About Google Tag Manager. *Google for Developers* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://developers.google.com/tag-platform/tag-manager>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024b. *[GA4] BigQuery Export schema* - *Analytics Help* [online] [vid. 2024-06-07]. Dostupné z: <https://support.google.com/analytics/answer/7029846?hl=en>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024c. *[GA4] Get started with attribution* - *Analytics Help* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://support.google.com/analytics/answer/10596866>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024d. *[GA4] Introducing the next generation of Analytics, Google Analytics 4* - *Analytics Help. [GA4] Introducing the next generation of Analytics, Google Analytics 4* [online] [vid. 2024-05-10]. Dostupné z: https://support.google.com/analytics/answer/10089681?hl=en&ref_topic=12154439,12153943,2986333,&sjid=13098600347383543873-EU&visit_id=638509237044888413-4074077754&rd=1
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024e. Google Ads report transformation | BigQuery. *Google Cloud* [online] [vid. 2024-08-27]. Dostupné z: <https://cloud.google.com/bigquery/docs/google-ads-transformation>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024f. Google Tag Manager - Server-side. *Google for Developers* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://developers.google.com/tag-platform/tag-manager/server-side>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024g. *Google Trends* [online] [vid. 2024-09-11]. Dostupné z: <https://trends.google.com/trends/>

- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024h. Pricing | BigQuery: Cloud Data Warehouse. *Google Cloud* [online] [vid. 2024-06-07]. Dostupné z: <https://cloud.google.com/bigquery/pricing>
- GOOGLE IRELAND LIMITED, 2024i. Tag Manager overview - Tag Manager Help. *Tag Manager overview* [online] [vid. 2024-05-10]. Dostupné z: <https://support.google.com/tagmanager/answer/6102821?hl=en>
- GUPTA, Omprakash K. a A. RAVINDRAN, 1985. Branch and Bound Experiments in Convex Nonlinear Integer Programming. *Management Science* [online]. **31**(12), 1533–1546. ISSN 0025-1909. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.31.12.1533
- GUROBI OPTIMIZATION LLC, 2020. *Gurobi Optimizer Reference Manual*.
- GUROBI OPTIMIZATION, LLC, 2024. *Gurobi Optimizer* [online]. 2024. [vid. 2024-06-13]. Gurobi Optimization. Dostupné z: <https://www.gurobi.com/solutions/gurobi-optimizer/>
- HALAJ, Grzegorz, 2013. *Optimal Asset Structure of a Bank - Bank Reactions to Stressful Market Conditions* [online]. SSRN Scholarly Paper. 8. duben 2013. [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: doi:10.2139/ssrn.2246576
- HALL, Julian, 2024. High performance computational techniques for the simplex method. In: [online]. B.m. Dostupné z: https://co-at-work.zib.de/slides/COatWork2024_Hall_Simplex.pdf
- HAUPT, Johannes a Stefan LESSMANN, 2022a. Targeting customers under response-dependent costs. *European Journal of Operational Research* [online]. **297**(1), 369–379. ISSN 0377-2217. Dostupné z: doi:10.1016/j.ejor.2021.05.045
- HAUPT, Johannes a Stefan LESSMANN, 2022b. Targeting customers under response-dependent costs. *European Journal of Operational Research* [online]. **297**(1), 369–379. ISSN 0377-2217. Dostupné z: doi:10.1016/j.ejor.2021.05.045
- HEM_DSALAZAR, 2024. Meta Conversions API For Educational Marketing. *Higher Education Marketing* [online] [vid. 2024-05-10]. Dostupné z: <https://www.higher-education-marketing.com/blog/meta-conversions-api-exploring-a-vital-tool-in-educational-marketing>

- HENRY, A., 2021. Understanding Strategic Management [online]. B.m.: Oxford University Press. Complete, concise, practical. ISBN 978-0-19-885983-3. Dostupné z: <https://books.google.cz/books?id=M7wyEAAAQBAJ>
- HITCHCOCK, Frank L., 1941. The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities. *Journal of Mathematics and Physics* [online]. **20**(1–4), 224–230. ISSN 00971421. Dostupné z: doi:10.1002/sapm1941201224
- HOFFMAN, Karla L. a Ted K. RALPHS, 2013. Integer and Combinatorial Optimization. In: Saul I. GASS a Michael C. FU, ed. *Encyclopedia of Operations Research and Management Science* [online]. Boston, MA: Springer US, s. 771–783 [vid. 2025-01-02]. ISBN 978-1-4419-1153-7. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4419-1153-7_129
- HOLTHAUSEN, Duncan M. a Gert ASSMUS, 1982. Advertising Budget Allocation under Uncertainty. *Management Science* [online]. **28**(5), 487–499. ISSN 0025-1909. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.28.5.487
- HUNTER, John, Eric FIRING, Darren DALE a Michael DROETTBOOM, 2024. Matplotlib documentation — Matplotlib 3.9.0 documentation. *Matplotlib 3.9.0 documentation* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://matplotlib.org/stable/>
- CHAMBERS, M. L., Frederick S. HILLIER a Gerald J. LIEBERMAN, 1976. Introduction to Operations Research. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* [online]. **139**(2), 273. ISSN 00359238. Dostupné z: doi:10.2307/2345190
- CHAN, Lilian, Blythe O’HARA, Philayrath PHONGSAVAN, Adrian BAUMAN a Becky FREEMAN, 2020a. Review of Evaluation Metrics Used in Digital and Traditional Tobacco Control Campaigns. *Journal of Medical Internet Research* [online]. **22**(8), e17432. Dostupné z: doi:10.2196/17432
- CHAN, Lilian, Blythe O’HARA, Philayrath PHONGSAVAN, Adrian BAUMAN a Becky FREEMAN, 2020b. Review of Evaluation Metrics Used in Digital and Traditional Tobacco Control Campaigns. *Journal of Medical Internet Research* [online]. **22**(8), e17432. Dostupné z: doi:10.2196/17432
- CHANDHOK, Cathy, 2023. Beyond Just Pageviews: How Google Analytics 4 Differs From Univers.... *PCQuest* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné

- z: <https://www.pcquest.com/beyond-just-pageviews-how-google-analytics-4-differs-from-universal-analytics/>
- CHEN, Ye, Pavel BERKHIN, Bo ANDERSON a Nikhil R. DEVANUR, 2011. Real-time bidding algorithms for performance-based display ad allocation. In: *Proceedings of the 17th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining* [online]. New York, NY, USA: ACM, s. 1307–1315. ISBN 978-1-4503-0813-7. Dostupné z: doi:10.1145/2020408.2020604
- CHOI, Seon Han a Tag Gon KIM, 2020. Enhancing the Noise Robustness of the Optimal Computing Budget Allocation Approach. *IEEE Access* [online]. **8**, 25749–25763. ISSN 2169-3536. Dostupné z: doi:10.1109/ACCESS.2020.2970864
- CHONG, Ding, 2022. Effect of Advertising, Buyer Reviews and Product Quality on Purchase Decisions. *Dinasti International Journal of Economics, Finance & Accounting* [online]. **2**(6), 669–683. ISSN 2721-303X. Dostupné z: doi:10.38035/dijefa.v2i6.1451
- IMTIAZ, Rozina, Malek Ahmad Salem ALSOUD, Muhammad Sufyan RAMISH, Atif AZIZ a Adnan ANWAR, 2021. Impact of Face book on Advertising: Analysis of effectiveness of Face book on enhancing customer purchase intention Impact of Face book on Advertising: Analysis of effectiveness of Face book on enhancing customer purchase intention. *Ilkogretim Online - Elementary Education Online* [online]. **20**(5), 7130–7149. Dostupné z: doi:10.17051/ilkonline.2021.05.806
- INGE, Christina J., 2022. *Marketing Analytics: A Comprehensive Guide v1.0 | Textbook | FlatWorld* [online] [vid. 2024-06-13]. ISBN 978-1-4533-9894-4. Dostupné z: <https://catalog.flatworldknowledge.com/catalog/editions/marketing-analytics-comprehensive-guide-1>
- JAUVION, Grégoire, Nicolas GRISLAIN, Pascal DKENGNE SIELENOU, Aurélien GARIVIER a Sébastien GERCHINOVITZ, 2018. Optimization of a SSP's Header Bidding Strategy using Thompson Sampling. In: *Proceedings of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining* [online]. New York, NY, USA: ACM, s. 425–432. ISBN 978-1-4503-5552-0. Dostupné z: doi:10.1145/3219819.3219917

- JEONG, Jihoon, Dongchul HONG a Sekyoung YOUM, 2022. Optimization of the Decision-Making System for Advertising Strategies of Small Enterprises—Focusing on Company A. *Systems* [online]. **10**(4), 116. ISSN 2079-8954. Dostupné z: doi:10.3390/systems10040116
- JOSÉ GARCÍA a Alvaro PEÑA, 2018. Robust Optimization: Concepts and Applications. In: *Nature-inspired Methods for Stochastic, Robust and Dynamic Optimization* [online]. B.m.: IntechOpen [vid. 2024-12-31]. ISBN 978-1-78923-329-2. Dostupné z: <https://doi.org/10.5772/intechopen.75381>
- KANTOROVICH, L. V., 1960. Mathematical Methods of Organizing and Planning Production. *Management Science* [online]. **6**(4), 366–422. ISSN 0025-1909. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.6.4.366
- KARMARKAR, N., 1984. A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica* [online]. **4**(4), 373–395. ISSN 1439-6912. Dostupné z: doi:10.1007/BF02579150
- KARP, Richard M., 1972. Reducibility Among Combinatorial Problems. *Complexity of Computer Computations*. The IBM Research Symposia Series, 85–103.
- KEBOOLA, 2024. Keboola. *Keboola Pricing | Build end-to-end data pipelines in one platform* [online] [vid. 2024-06-14]. Dostupné z: <https://www.keboola.com/pricing>
- KHACHIYAN, Leonid, 1979. A Polynomial Algorithm for Linear Programming. *Doklady Akademii Nauk SSSR*. **224**(5), 1093–1096.
- KING, Alan J. a Stein W. WALLACE, 2012. *Modeling with Stochastic Programming* [online]. New York, NY: Springer. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering [vid. 2025-02-05]. ISBN 978-0-387-87816-4. Dostupné z: doi:10.1007/978-0-387-87817-1
- KINGSNORTH, Simon, 2022. *Digital Marketing Strategy: An Integrated Approach to Online Marketing*. B.m.: Kogan Page Publishers.
- KONG, Deguang, Xiannian FAN, Konstantin SHMAKOV a Jian YANG, 2018. A Combinational Optimization Approach for Advertising Budget Allocation. In: *Companion of the The Web Conference 2018: Companion of the The Web Conference 2018 on The Web Conference 2018 - WWW '18* [online]. Lyon, France: ACM Press, s. 53–54 [vid. 2025-03-28]. ISBN 978-1-4503-5640-4. Dostupné z: doi:10.1145/3184558.3186925

- KOOPMANS, Tjalling C., 1949. Optimum Utilization of the Transportation System. *Econometrica* [online]. **17**, 136. ISSN 00129682. Dostupné z: doi:10.2307/1907301
- KRAFT, Emil, Marianna RUSSO, Dogan KELES a Valentin BERTSCH, 2023. Stochastic optimization of trading strategies in sequential electricity markets. *European Journal of Operational Research* [online]. **308**(1), 400–421. ISSN 0377-2217. Dostupné z: doi:10.1016/j.ejor.2022.10.040
- KRIZANOVA, Anna, George LĂZĂROIU, Lubica GAJANOVA, Jana KLIESTIKOVA, Margareta NADANYIOVA a Dominika MORAVCIKOVA, 2019. The Effectiveness of Marketing Communication and Importance of Its Evaluation in an Online Environment. *Sustainability* [online]. **11**(24), 7016. ISSN 2071-1050. Dostupné z: doi:10.3390/su11247016
- LAL, Banita, Elvira ISMAGILOVA, Yogesh K. DWIVEDI a Shirumisha KWAYU, 2020. Return on Investment in Social Media Marketing: Literature Review and Suggestions for Future Research. In: [online]. s. 3–17. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-030-24374-6_1
- LAVLINSKAYA, Oksana Yu., Andrei V. CHERNENKII, Felix A. DESYATIRIKOV, Oksana V. KURIPTA a Vyacheslav I. SEREDIN, 2021. Probability Model of Situational Decision-Making under the Influence of Subjective Factors. In: *2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus)* [online]. B.m.: IEEE, s. 502–506. ISBN 978-1-6654-0476-1. Dostupné z: doi:10.1109/ElConRus51938.2021.9396589
- LEE, Dokyun, Kartik HOSANAGAR a Harikesh S. NAIR, 2018. Advertising Content and Consumer Engagement on Social Media: Evidence from Facebook. *Management Science* [online]. **64**(11), 5105–5131. ISSN 0025-1909. Dostupné z: doi:10.1287/mnsc.2017.2902
- LI, Can a Ignacio E. GROSSMANN, 2021. A Review of Stochastic Programming Methods for Optimization of Process Systems Under Uncertainty. *Frontiers in Chemical Engineering* [online]. **2** [vid. 2024-06-13]. ISSN 2673-2718. Dostupné z: doi:10.3389/fceng.2020.622241
- LIAUKONYTE, Jura, Thales TEIXEIRA a Kenneth C. WILBUR, 2015. Television Advertising and Online Shopping. *Marketing Science* [online]. **34**(3), 311–330. ISSN 0732-2399. Dostupné z: doi:10.1287/mksc.2014.0899

- LIMA, Lucas Alves De Oliveira, Paulo Lourenço Domingues JUNIOR a Robson Tavares Da SILVA, 2024. Business Management And The Applicability Of The 7P's As A Marketing Tool In Organizations. *IOSR Journal of Business and Management* [online]. 26(9), 27–38. ISSN 2278487X. Dostupné z: doi:10.9790/487X-2609082738
- LINKEDIN CORPORATION, 2023. *LinkedIn Ads: Targeted Self-Service Ads | LinkedIn Ads* [online]. Dostupné z: <https://business.linkedin.com/marketing-solutions/ads>
- LINKEDIN CORPORATION, 2024. *Conversion Tracking | LinkedIn Marketing Solutions* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://business.linkedin.com/marketing-solutions/conversion-tracking>
- LISNIK, Anton a Milan MAJERNÍK, 2023. Aspects of Strategic Management and Online Marketing. In: Natalia KRYVINSKA, Michal GREGUŠ a Solomiia FEDUSHKO, ed. *Developments in Information and Knowledge Management Systems for Business Applications* [online]. Cham: Springer Nature Switzerland, Studies in Systems, Decision and Control, s. 49–80 [vid. 2025-04-27]. ISBN 978-3-031-25694-3. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-031-25695-0_3
- LIU, Yabing, Chloe KLIMAN-SILVER, Robert BELL, Balachander KRISHNAMURTHY a Alan MISLOVE, 2014. Measurement and analysis of OSN ad auctions. In: *Proceedings of the second ACM conference on Online social networks* [online]. New York, NY, USA: ACM, s. 139–150. ISBN 978-1-4503-3198-2. Dostupné z: doi:10.1145/2660460.2660475
- LJEPAVA, Nikolina, 2022. AI-Enabled Marketing Solutions in Marketing Decision Making: AI Application in Different Stages of Marketing Process. *TEM Journal* [online]. 1308–1315. ISSN 2217-8333. Dostupné z: doi:10.18421/TEM113-40
- LUZON, Yossi, Rotem PINCHOVER a Eugene KHMELNITSKY, 2022. Dynamic budget allocation for social media advertising campaigns: optimization and learning. *European Journal of Operational Research* [online]. 299(1), 223–234. ISSN 03772217. Dostupné z: doi:10.1016/j.ejor.2021.08.019
- MAMALIS, Basilis a Marios PERLITIS, 2022. *A Hybrid Multi-GPU Implementation of Simplex Algorithm with CPU Collaboration* [online]. 20. listopad 2022. B.m.: arXiv. [vid. 2024-12-30]. Dostupné z: doi:10.48550/arXiv.2211.10979

- MARCHAND, Hugues, Alexander MARTIN, Robert WEISMANTEL a Laurence WOLSEY, 2002. Cutting planes in integer and mixed integer programming. *Discrete Applied Mathematics* [online]. **123**(1–3), 397–446. ISSN 0166218X. Dostupné z: doi:10.1016/S0166-218X(01)00348-1
- MARINO, Susie, 2024a. Facebook Ads Benchmarks 2024: Key Insights & New Data for Your Industry. *WordStream* [online]. [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://www.wordstream.com/blog/facebook-ads-benchmarks-2024>
- MARINO, Susie, 2024b. Google Ads Benchmarks 2024: New Trends & Insights for Key Industries. *WordStream* [online]. [vid. 2024-07-21]. Dostupné z: <https://www.wordstream.com/blog/2024-google-ads-benchmarks>
- MARKETINGMINER.COM, 2024. Marketing Miner - SEO nástroj pro datově orientované marketéry. *Marketing Miner* [online] [vid. 2024-09-11]. Dostupné z: https://www.marketingminer.com/cs?gad_source=1&gclid=CjwKCAjw_4S3BhAAEiwA_64YhuCVlB1HasWpDBMSXgpfjM_GONStjv7aBYvLUx_aQqgL0EMt2QliehoCnbgQA_vD_BwE
- MATOMO, 2024. Matomo - The Google Analytics alternative that protects your data. *Analytics Platform - Matomo* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://matomo.org/>
- MCCANN, Margaret a Alexis BARLOW, 2015. Use and measurement of social media for SMEs. *Journal of Small Business and Enterprise Development* [online]. **22**(2), 273–287. ISSN 1462-6004. Dostupné z: doi:10.1108/JSBED-08-2012-0096
- MCGUIRK, Mike, 2023. Performing web analytics with Google Analytics 4: a platform review. *Journal of Marketing Analytics* [online]. **11**(4), 854–868. ISSN 2050-3326. Dostupné z: doi:10.1057/s41270-023-00244-4
- META, 2023a. *Facebook Ads Manager: Ads management for Facebook, Instagram | Meta for Business* [online]. Dostupné z: <https://www.facebook.com/business/tools/ads-manager>
- META, 2023b. Your Guide to Meta Bid Strategies. 2023 [online] [vid. 2023-06-14]. Dostupné z: <https://www.facebook.com/business/m/one-sheeters/facebook-bid-strategy-guide>
- META, 2024a. About Conversions API. *Meta Business Help Centre* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://en-gb.facebook.com/business/help/2041148702652965>

- META, 2024b. Co jsou Facebook podobné okruhy uživatelů u reklam. *Meta Centrum nápovědy pro firmy* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://cs-cz.facebook.com/business/help/164749007013531>
- META, 2024. Conversions API - Documentation. *Meta for Developers* [online] [vid. 2024-05-10]. Dostupné z: <https://developers.facebook.com/docs/marketing-api/conversions-api/>
- META, 2024c. Dosah. *Meta Centrum nápovědy pro firmy* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://cs-cz.facebook.com/business/help/710746785663278>
- META, 2024d. Meta pixel: Measure, optimise and retarget ads on Facebook and Instagram. *Meta for Business* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://en-gb.facebook.com/business/tools/meta-pixel>
- META, 2024e. Zobrazení. *Meta Centrum nápovědy pro firmy* [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://cs-cz.facebook.com/business/help/675615482516035>
- META, 2024f. Výběr účelů reklamy v Meta Správci reklam. *Meta Centrum nápovědy pro firmy* [online] [vid. 2025-04-27]. Dostupné z: <https://cs-cz.facebook.com/business/help/1438417719786914>
- MICROSOFT, 2023. *Bing Ads API Overview - Microsoft Advertising API* [online]. Dostupné z: <https://learn.microsoft.com/en-us/advertising/guides/?view=bingads-13>
- MICROSOFT, 2024. *Conversion Tracking Page* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://about.ads.microsoft.com/en/tools/performance/website>
- MITCHELL, Ted a Igor MAKIENKO, 2014. Beyond the Return on Advertising: Elasticity of the Return on Advertising as a Diagnostic Metric to Maximize Profit. *Journal of Promotion Management* [online]. 20(2), 250–265. ISSN 1049-6491, 1540-7594. Dostupné z: doi:10.1080/10496491.2014.894957
- MONNOT, Jérôme a Sophie TOULOUSE, 2014. The Traveling Salesman Problem and its Variations. *Paradigms of Combinatorial Optimization: Problems and New Approaches: 2nd Edition* [online]. 9781848216(August 2013), 173–214. Dostupné z: doi:10.1002/9781119005353.ch7
- MORDACHEVA, Anastasia Sergeevna a Mafura Kusmanovna UANDYKOVA, 2021. ANALYSIS OF ADVERTISING ROLLS CONVERSION ON THE EDUCATIONAL

- SERVICES MARKET. *SOFT MEASUREMENTS AND COMPUTING* [online]. **1**(3), 5–12. ISSN 26189976. Dostupné z: doi:10.36871/2618-9976.2021.03.001
- MURILLO, Enrique, María MERINO a Adriana NÚÑEZ, 2016. The advertising value of Twitter Ads: a study among Mexican Millennials. *Review of Business Management* [online]. **18**(61), 436–456. ISSN 18064892. Dostupné z: doi:10.7819/rbgn.v18i61.2471
- NAHMIAS, Steven, 1978. Fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems* [online]. **1**(2), 97–110. ISSN 01650114. Dostupné z: doi:10.1016/0165-0114(78)90011-8
- NAVEEN, Janani M, JOHN, Pavithra R a Maharajan T, 2024. Turbo Remarketing by E-Commerce Start-ups: Converting Abandoned Carts into Sales. *International Journal of Economics and Business Administration* [online]. **XII**(Issue 2), 18–36. ISSN 2241-4754. Dostupné z: doi:10.35808/ijeba/840
- NEHÉZOVÁ, Tereza Sedlářová, Michal ŠKODA a Helena BROŽOVÁ, 2021. Dealing with uncertainty by Fuzzy evaluation and robust optimization. In: Robert HLAVATÝ, ed. *39th International Conference on Mathematical Methods in Economics* [online]. Prague: Czech University of Life Sciences Prague Kamýcká 129, Prague 6, Czech Republic, s. 423–428. Dostupné z: <https://mme2021.v2.czu.cz/dl/99363?lang=en>
- NERLOVE, Marc a Kenneth J. ARROW, 1962. Optimal Advertising Policy under Dynamic Conditions. *Economica* [online]. **29**(114), 129. ISSN 00130427. Dostupné z: doi:10.2307/2551549
- NGAMSOMSUKE, Kariya, Kamol NGAMSOMSUKE a Wangchuk RABTEN, 2022. New Basic Break-even Analysis Models for Multiple Product Firms. In: *2022 International Conference on Decision Aid Sciences and Applications (DASA): 2022 International Conference on Decision Aid Sciences and Applications (DASA)* [online]. Chiangrai, Thailand: IEEE, s. 986–990 [vid. 2024-12-31]. ISBN 978-1-6654-9501-1. Dostupné z: doi:10.1109/DASA54658.2022.9765215
- NGUYEN KY PHUC, Phan, 2022. Stochastic Programming For Order Allocation And Production Planning. *Computer Systems Science and Engineering* [online]. **40**(1), 75–85. ISSN 0267-6192. Dostupné z: doi:10.32604/csse.2022.017793

- NGUYEN THI NGOC THE, 2023. Study of Marketing Online by Digital Finance. *Journal of Economics, Finance and Accounting Studies* [online]. 5(2), 52–58. ISSN 2709-0809. Dostupné z: doi:10.32996/jefas.2023.5.2.5
- NORDIN, Fredrik a Annika RAVALD, 2023. The making of marketing decisions in modern marketing environments. *Journal of Business Research* [online]. 162, 113872. ISSN 0148-2963. Dostupné z: doi:10.1016/j.jbusres.2023.113872
- NORKIN, Vladimir, 2019. Substantiation of the backpropagation technique via the Hamilton—Pontryagin formalism for training nonconvex nonsmooth neural networks [online]. 12, 19–26. Dostupné z: doi:10.15407/dopovidi2019.12.019
- NUMPY TEAM, 2024. NumPy [online]. Python. 2024. [vid. 2024-06-18]. NumPy - The fundamental package for scientific computing with Python. Dostupné z: <https://numpy.org/>
- OSABA, Eneko, Xin-She YANG a Javier DEL SER, 2020. Traveling salesman problem: a perspective review of recent research and new results with bio-inspired metaheuristics. In: *Nature-Inspired Computation and Swarm Intelligence* [online]. B.m.: Elsevier, s. 135–164. Dostupné z: doi:10.1016/B978-0-12-819714-1.00020-8
- PANDAS VIA NUMFOCUS, INC., 2024. Pandas - Python Data Analysis Library [online]. Python. 2024. [vid. 2024-06-18]. Dostupné z: <https://pandas.pydata.org/>
- PAPADIMITRIOU, Christos H. a Kenneth STEIGLITZ., 1998. *Combinatorial optimization : algorithms and complexity* [online]. Dover: Mineola (N.Y.). ISBN 0-486-40258-4. Dostupné z: <http://lib.ugent.be/catalog/rug01:000825070>
- PESCHIERA, J. S. Roy and S. A. Mitchell and F., 2024. PuLP: PuLP is an LP modeler written in python. PuLP can generate MPS or LP files and call GLPK, COIN CLP/CBC, CPLEX, and GUROBI to solve linear problems. [online]. Python. 2024. [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://github.com/coin-or/pulp>
- PETER, Marc K., Corin KRAFT a Johan LINDEQUE, 2020. Strategic action fields of digital transformation: An exploration of the strategic action fields of Swiss SMEs and large enterprises. *Journal of Strategy and Management* [online]. 13(1), 160–180. ISSN 1755-425X. Dostupné z: doi:10.1108/JSMA-05-2019-0070
- PICH, Michal, 2023. GA4/UA vs BigQuery. *Digitální architekti* [online]. [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://digitalniarchitekti.cz/clanek/ga4-ua-vs-bigquery/>

- PILÁŘ, Ladislav, Lucie KVASNIČKOVÁ STANISLAVSKÁ, Roman KVASNIČKA, Petr BOUDA a Jana PITROVÁ, 2021. Framework for Social Media Analysis Based on Hashtag Research. *Applied* [online]. **11**(8), 2076–3417. Dostupné z: doi:<https://www.mdpi.com/2076-3417/11/8/3697>
- POLEARUS, Elena a Mihai TIMUȘ, 2021. Digital marketing and online consumer behavior in Romania during the COVID-19 pandemic: a case study. *Acta Marisiensis. Seria Oeconomica* [online]. **15**(1), 29–40. ISSN 2668-3989. Dostupné z: doi:[10.2478/amso-2021-0003](https://doi.org/10.2478/amso-2021-0003)
- POLLÁK, František a Peter MARKOVIČ, 2021. Size of Business Unit as a Factor Influencing Adoption of Digital Marketing: Empirical Analysis of SMEs Operating in the Central European Market. *Administrative Sciences* [online]. **11**(3), 71. ISSN 2076-3387. Dostupné z: doi:[10.3390/admsci11030071](https://doi.org/10.3390/admsci11030071)
- PUYT, Richard W., Finn Birger LIE a Celeste P. M. WILDEROM, 2023. The origins of SWOT analysis. *Long Range Planning* [online]. **56**(3), 102304. ISSN 0024-6301. Dostupné z: doi:[10.1016/j.lrp.2023.102304](https://doi.org/10.1016/j.lrp.2023.102304)
- RANA, Nripendra P., Emma L. SLADE, Ganesh P. SAHU, Hatice KIZGIN, Nitish SINGH, Bidit DEY, Anabel GUTIERREZ a Yogesh K. DWIVEDI, ed., 2020. *Digital and Social Media Marketing: Emerging Applications and Theoretical Development* [online]. Cham: Springer International Publishing. Advances in Theory and Practice of Emerging Markets [vid. 2024-12-31]. ISBN 978-3-030-24373-9. Dostupné z: doi:[10.1007/978-3-030-24374-6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-24374-6)
- REILLY, Claire, 2019. *Mark Zuckerberg defends Facebook's ad model: „We don't sell people's data”* - CNET [online] [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://www.cnet.com/tech/services-and-software/mark-zuckerberg-defends-facebook-advertising-model-we-dont-sell-peoples-data/>
- RESEARCHGATE GMBH, 2023. *ResearchGate Marketing Solutions*.
- REZNIK, Leon a Vladik KREINOVICH, 2003. *Soft Computing in Measurement and Information Acquisition* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Studies in Fuzziness and Soft Computing. ISBN 978-3-642-53509-3. Dostupné z: doi:[10.1007/978-3-540-36216-6](https://doi.org/10.1007/978-3-540-36216-6)

- RISIUS, Marten a Roman BECK, 2015. Effectiveness of corporate social media activities in increasing relational outcomes. *Information & Management* [online]. 52(7), Novel applications of social media analytics, 824–839. ISSN 0378-7206. Dostupné z: doi:10.1016/j.im.2015.06.004
- ROMERO, Daniel M., Wojciech GALUBA, Sitaram ASUR a Bernardo A. HUBERMAN, 2011. Influence and passivity in social media. In: *Proceedings of the 20th international conference companion on World wide web* [online]. New York, NY, USA: ACM, s. 113–114. ISBN 978-1-4503-0637-9. Dostupné z: doi:10.1145/1963192.1963250
- SAHINIDIS, Nikolaos V., 2004a. Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. *Computers & Chemical Engineering* [online]. 28(6), FOCAPO 2003 Special issue, 971–983. ISSN 0098-1354. Dostupné z: doi:10.1016/j.compchemeng.2003.09.017
- SAHINIDIS, Nikolaos V., 2004b. Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities. *Computers & Chemical Engineering* [online]. 28(6), FOCAPO 2003 Special issue, 971–983. ISSN 0098-1354. Dostupné z: doi:10.1016/j.compchemeng.2003.09.017
- SALUJA, HarshmitKaur, Vinod Kumar YADAV a K.M. MOHAPATRA, 2019. Use of Big-Data Analytics with the Interactive Advertisement for Product/Service Representation towards its Customers. *INTERNATIONAL JOURNAL OF ADVANCED PRODUCTION AND INDUSTRIAL ENGINEERING* [online]. 4(2). ISSN 24558419. Dostupné z: doi:10.35121/ijapie201904235
- SAPUTRA, Argian, 2024. The Importance of Digital Marketing Integration in Strategic Management Planning. *Action Research Literate* [online]. 8(5) [vid. 2025-04-27]. ISSN 2808-6988, 2613-9898. Dostupné z: doi:10.46799/ar.v8i5.340
- SEMRUSH, 2024. Semrush - Online Marketing Can Be Easy. *Semrush* [online] [vid. 2024-09-11]. Dostupné z: <https://www.semrush.com/>
- SEZNAM.CZ, A.S., 2025. Statistiky. *Sklik Nápo věda* [online] [vid. 2025-02-13]. Dostupné z: <https://napoveda.sklik.cz/mereni-uspesnosti/statistiky/>
- SHAHZAD, Asim, Nazri MOHD NAWI, Edi SUTOYO, Muhammad NAEEM, Arif ULLAH, Sundas NAQEEB a Muhammad AAMIR, 2018. Search Engine Optimization Techniques for Malaysian University Websites: A Comparative Analysis on Google and Bing Search Engine. *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information*

- Technology* [online]. **8**(4), 1262. ISSN 2460-6952. Dostupné z: doi:10.18517/ijaseit.8.4.5032
- SHAPIRO, Alexander, Darinka DENTCHEVA a Andrzej RUSZCZYNSKI, 2009. *Lectures on Stochastic Programming Modeling and Theory*. ISBN 978-0-89871-687-0.
- SHAREEF, Mahmud Akhter, Bhasker MUKERJI, Yogesh K. DWIVEDI, Nripendra P. RANA a Rubina ISLAM, 2019. Social media marketing: Comparative effect of advertisement sources. *Journal of Retailing and Consumer Services* [online]. **46**, 58–69. ISSN 0969-6989. Dostupné z: doi:10.1016/j.jretconser.2017.11.001
- SHARMA, Himanshu, 2024. Advantages of using Google BigQuery for Google Analytics 4. *Optimize Smart* [online] [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: <https://www.optimizesmart.com/advantages-of-using-google-bigquery-for-google-analytics/>
- SHTAL, Tatyana V., Mykhailo M. BURIK, Yerzhan AMIRBEKULY, Galiya S. UKUBASSOVA, Tlegen T. KASKIN a Zukhra G. TOIBOLDINOVA, 2018. Methods of analysis of the external environment of business activities. *Revista ESPACIOS* [online]. **39**(12) [vid. 2024-07-25]. Dostupné z: <https://www.revistaespacios.com/a18v39n12/18391222.html>
- SCHWARZL, Susanne a Monika GRABOWSKA, 2015. Online marketing strategies: the future is here. *Journal of International Studies* [online]. **8**(2), 187–196. ISSN 2071-8330. Dostupné z: doi:10.14254/2071-8330.2015/8-2/16
- SIMON, Herbert Alexander, 1977. *The New Science of Management Decision*. B.m.: Prentice-Hall. ISBN 978-0-13-616144-8.
- SINGER, Natasha, 2024. What you don't know about how Facebook uses your data. *The New York Times* [online]. [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://www.nytimes.com/2018/04/11/technology/facebook-privacy-hearings.html>
- SINGH, C., 1982. Convex programming with set-inclusive constraints and its applications to generalized linear and fractional programming. *Journal of Optimization Theory and Applications* [online]. **38**(1), 33–42. ISSN 0022-3239. Dostupné z: doi:10.1007/BF00934321

- SOYSTER, A. L., 1973. Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming. *Operations Research* [online]. **21**(5), 1154–1157. ISSN 0030-364X. Dostupné z: doi:10.1287/opre.21.5.1154
- SRINIVASAN, Shuba, Oliver J. RUTZ a Koen PAUWELS, 2016. Paths to and off purchase: quantifying the impact of traditional marketing and online consumer activity. *Journal of the Academy of Marketing Science* [online]. **44**(4), 440–453. ISSN 0092-0703. Dostupné z: doi:10.1007/s11747-015-0431-z
- STANTON, Angela D’Auria a Wilbur W. STANTON, 2023. A regional comparison of the skills sought by employers for entry-level marketing analytics professionals. *Applied Marketing Analytics*. **8**(3), 283–301.
- STATISTA, 2023. *Digital advertising spending worldwide from 2021 to 2026* [online]. Dostupné z: <https://www.statista.com/statistics/237974/online-advertising-spending-worldwide/>
- STATISTA, 2024. Search Engine Market Share Worldwide. *StatCounter Global Stats* [online] [vid. 2024-07-23]. Dostupné z: <https://gs.statcounter.com/search-engine-market-share>
- TATIKONDA, Reshmi, Jainath PONNALA, Ramya THATIKONDA, Dileep Kumar YENDLURI, M. KEMPANNA a Bhuvanesh ANANTHAN, 2024. Optimizing Digital Marketing Strategies Through Search Engine Optimization. In: *2024 IEEE International Conference on Contemporary Computing and Communications (InC4): 2024 IEEE International Conference on Contemporary Computing and Communications (InC4)* [online]. Bangalore, India: IEEE, s. 1–6 [vid. 2025-04-25]. ISBN 979-8-3503-8365-2. Dostupné z: doi:[10.1109/InC460750.2024.10649088](https://doi.org/10.1109/InC460750.2024.10649088)
- THIELE, Aurélie, 2010. A note on issues of over-conservatism in robust optimization with cost uncertainty. *Optimization* [online]. **59**(7), 1033–1040. ISSN 02331934. Dostupné z: doi:10.1080/02331930903395592
- TRAKHTENBROT, B. A., 1984. A survey of Russian approaches to perebor (brute-force searches) algorithms. *Annals of the History of Computing* [online]. **6**(4), 384–400. Dostupné z: doi:10.1109/MAHC.1984.10036
- TSAI, Mi-Ching a Da-Wei GU, 2014. *Robust and Optimal Control* [online]. London: Springer London. Advances in Industrial Control. ISBN 978-1-4471-6256-8. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4471-6257-5

- V. JENIFER, S. VISHMITA, a K. SOWMIYA, 2023. Growth of content marketing through LinkedIn channel. *International Journal of Science and Research Archive* [online]. **8**(2), 166–171. ISSN 25828185. Dostupné z: doi:10.30574/ijstra.2023.8.2.0227
- VAN ACKOOIJ, W. a X. WARIN, 2020. On conditional cuts for stochastic dual dynamic programming. *EURO Journal on Computational Optimization* [online]. **8**(2), 173–199. ISSN 2192-4406. Dostupné z: doi:10.1007/s13675-020-00123-y
- VANDERBEI, Robert J., 2014. *Linear Programming* [online]. Boston, MA: Springer US. ISBN 978-1-4614-7629-0. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4614-7630-6
- VIDALE, M. L. a H. B. WOLFE, 1957. An Operations-Research Study of Sales Response to Advertising. *Operations Research* [online]. **5**(3), 370–381. ISSN 0030-364X, 1526-5463. Dostupné z: doi:10.1287/opre.5.3.370
- WAGNER, Kurt, 2021. Facebook's New Campaign Defends Targeted Advertising Business. *Bloomberg.com* [online]. [vid. 2024-12-31]. Dostupné z: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2021-02-25/facebook-s-new-campaign-defends-targeted-advertising-business>
- WANG, Shiguang, Tarek ABDELZAHER, Santhosh GAJENDRAN, Ajith HERGA, Sachin KULKARNI, Shen LI, Hengchang LIU, Chethan SURESH, Abhishek SREENATH, Hongwei WANG, William DRON, Alice LEUNG, Ramesh GOVINDAN a John HANCOCK, 2014. The Information Funnel: Exploiting Named Data for Information-Maximizing Data Collection. In: *2014 IEEE International Conference on Distributed Computing in Sensor Systems* [online]. B.m.: IEEE, s. 92–100. ISBN 978-1-4799-4618-1. Dostupné z: doi:10.1109/DCOSS.2014.32
- WASKOM, Michael, 2021. seaborn: statistical data visualization. *Journal of Open Source Software* [online]. **6**(60), 3021. ISSN 2475-9066. Dostupné z: doi:10.21105/joss.03021
- WATSON, Tom, 2011. An initial investigation on the use of 'Return on Investment' in public relations practice. *Public Relations Review* [online]. **37**(3), 314–317. ISSN 03638111. Dostupné z: doi:10.1016/j.pubrev.2011.06.001
- WEINLICH, Petr, Tereza SEMERÁDOVÁ a Michal DOSTÁL, 2022. *Replacing Cookies in Online Advertising with API Conversion Tracking* [online]. SSRN Scholarly Paper. 11. listopad 2022. [vid. 2024-06-07]. Dostupné z: doi:10.2139/ssrn.4275103

- WEINSTEIN, Art, 2013. *Handbook of Market Segmentation* [online]. 0 vyd. B.m.: Routledge [vid. 2025-04-27]. ISBN 978-1-135-18566-4. Dostupné z: doi:10.4324/9780203862483
- WINSTON, Wayne L. a Jeffrey B. GOLDBERG, 2004. *Operations research: applications and algorithms* [online] [vid. 2025-01-02]. ISBN 978-0-534-42362-9. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/317415309_Operations_research_applications_and_algorithms
- X CORP, 2023. *Twitter Advertising* [online]. Dostupné z: <https://business.twitter.com/en/advertising.html>
- XU, Zeshui, 2012. Linguistic Evaluation Scales. In: *Linguistic Decision Making* [online]. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, s. 1–14. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-642-29440-2_1
- YAHIA, Zakaria a Mostafa ELBOLOK, 2024. A Proposed Nonlinear Programming Optimization Model for Optimal Budget Mix of Digital Marketing Campaigns. In: *2024 6th Novel Intelligent and Leading Emerging Sciences Conference (NILES): 2024 6th Novel Intelligent and Leading Emerging Sciences Conference (NILES)* [online]. Giza, Egypt: IEEE, s. 228–232 [vid. 2025-03-28]. ISBN 979-8-3503-7851-1. Dostupné z: doi:10.1109/NILES63360.2024.10753162
- YANG, Dongdong, Kevin DYER a Senzhang WANG, 2020. *Interpretable Deep Learning Model for Online Multi-touch Attribution* [online]. 26. března 2020. B.m.: arXiv. [vid. 2024-06-13]. Dostupné z: doi:10.48550/arXiv.2004.00384
- YANG, Yanwu, Jie ZHANG, Rui QIN, Juanjuan LI, Fei-Yue WANG a Wei QI, 2012. *A Budget Optimization Framework for Search Advertisements Across Markets* [online]. září 2012. 445 HOES LANE, PISCATAWAY, NJ 08855-4141 USA: IEEE-INST ELECTRICAL ELECTRONICS ENGINEERS INC. ISSN 1083-4427. Dostupné z: doi:10.1109/TSMCA.2011.2172418
- ZADEH, L.A., 1975. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information Sciences* [online]. 8(3), 199–249. ISSN 00200255. Dostupné z: doi:10.1016/0020-0255(75)90036-5
- ZHANG, Weinan, Shuai YUAN a Jun WANG, 2014. Optimal real-time bidding for display advertising. In: *Proceedings of the 20th ACM SIGKDD international conference on*

Knowledge discovery and data mining [online]. New York, NY, USA: ACM, s. 1077–1086. ISBN 978-1-4503-2956-9. Dostupné z: doi:10.1145/2623330.2623633

ZHOU, Shenghan a Wenbing CHANG, 2014a. Approach to multiple attribute decision making based on the Hamacher operation with fuzzy number intuitionistic fuzzy information and their application. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* [online]. **27**(3), 1087–1094. ISSN 1064-1246. Dostupné z: doi:10.3233/IFS-131071

ZHOU, Shenghan a Wenbing CHANG, 2014b. Approach to multiple attribute decision making based on the Hamacher operation with fuzzy number intuitionistic fuzzy information and their application. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* [online]. **27**(3), 1087–1094. ISSN 1064-1246. Dostupné z: doi:10.3233/IFS-131071

9 Seznam obrázků

Obrázek 1 Schéma metodiky práce	5
Obrázek 2 Hierarchie optimalizačních problémů (Papadimitriou a Steiglitz. 1998).....	17
Obrázek 3 Meta Ads Manager - odhad výsledků kampaně s ohledem na alokované finanční zdroje (Meta 2023a)	36
Obrázek 4 Ukázka struktury reklamních kampaní	38
Obrázek 5 Dostupné cíle kampaní na platformách Meta (vlevo) a LinkedIn(zdroj) (Meta 2023a; LinkedIn Corporation 2023).....	39
Obrázek 6 Marketingový "funnel"	39
Obrázek 7 Webové rozhraní GA4 – náhled reportů na úvodní stránce (Google Ireland Limited 2024d)	45
Obrázek 8 Server-side vs Client-side tagging dle (Google Ireland Limited 2024f)	48
Obrázek 9 Uživatelské rozhraní BigQuery – náhled schématu tabulky událostí z Google Aanalytics 4.....	57
Obrázek 10 Schéma procesu optimalizace	67

10 Seznam tabulek

Tabulka 1 Marketingový Funnel - Klíčové metriky a typy kampaní (Chan et al. 2020a)...	40
Tabulka 2 Porovnání Google Analytics 4 webového rozhraní a BigQuery	46
Tabulka 4 UTM parametry	50
Tabulka 5 Často využívané základní typy atribučních modelů	52
Tabulka 6 META - Schéma tabulky s výkony kampaní (denní agregace).....	55
Tabulka 7 Parametry reportované GA4 exportované do BigQuery – zjednodušené schéma nejdůležitějších parametrů.....	56
Tabulka 7 META – Agregované výkony kampaní.....	76
Tabulka 8 Schéma tabulky – základní přehled výkonu Gads kampaní	79

Tabulka 9 Schéma tabulky – suma uživatelů, kteří provedli definovanou konverzní akci dle kampaně.....	82
Tabulka 10 Základní údaje o hledanosti klíčových slov pro cílové skupiny	103
Tabulka 11 Velikost cílových skupin na platformě Meta	105
Tabulka 12 Seznam sloupců SQL transformace výchozí tabulky Meta	106
Tabulka 13 Proměnné META kampaní vč. počtu výskytů	106
Tabulka 14 Průměrné hodnoty a odchylky od průměru cílových skupin impresí Meta	107
Tabulka 15 Proměnné Google Ads kampaní vč. počtu výskytů	108
Tabulka 16 Vypočítané hodnoty cílových skupin pro Google Ads	108
Tabulka 17 Hodnoty pro stanovení levostranných koeficientů modelu RLP	111
Tabulka 18 Hodnoty pro stanovení koeficientů konverzí a jejich změn.....	112
Tabulka 19 Požadované počty konverzí pro cílové skupiny a platformy	112
Tabulka 20 Výsledné investice do kampaní podle výsledků modelu s nejistotou v generovaných impresích	119
Tabulka 21 Porovnání změn generovaných konverzí pro různé hodnoty Γc	121
Tabulka 22 Výsledné investice do kampaní podle výsledků modelu s $\delta latbc$	122

11 Seznam grafů

Graf 1 Srovnání efektivity Meta kampaní: Dosah a zobrazení na 1 CZK podle cílové skupiny	107
Graf 2 Odchylky počtu impresí generovaných 1 Kč od průměru Google Ads kampaní ...	108
Graf 4 Průměrné počty konverzí generované kampaněmi na jednotlivé cílové skupiny...	110
Graf 5 Průměrné počty konverzí generované 1 CZK	110
Graf 5 Celková hodnota investice s rostoucí hodnotou $\Gamma 1, \Gamma 2$	114
Graf 6 Hodnoty proměnných xla, tb pro testované hodnoty $\Gamma 1, \Gamma 2$	115

Graf 7 Hodnoty kritériální funkce při současných změnách Γ_1 a Γ_2	116
Graf 8 Hodnoty proměnných pro různé hodnoty Γ_1 , Γ_2	117
Graf 9 Hodnoty investic do cílové skupiny čeští studenti na platformách Meta a GAds pro různé hodnoty Γ_1 , Γ_2	117
Graf 10 Hodnoty kritériální funkce s nejistotou $\delta la, tbc$	120
Graf 11 Hodnoty proměnných při změnách $\delta la, tbc$	121

12 Seznam zkratek

B&B – Metoda větví a mezí (Branch and Bound)

LP – Lineární programování (Linear Programming)

ILP – Celočíslné programování (Integer Linear Programming)

BLP – Binární lineární programování (Binary Linear Programming)

MILP – Smíšené celočíslné programování (Mixed Integer Linear Programming)

BILP – Binární celočíslné programování (Binary Integer Linear Programming)

SP – Stochastické programování (Stochastic Programming)

RO – Robustní optimalizace (Robust Optimization)

RLP – Robustní lineární programování (Robust Linear Programming)

SA – Simplexový algoritmus (Simplex Algorithm)

ROI – Návratnost investic (Return On Investment)

ROAS – Návratnost investic do reklamy (Return On Advertising Spent)

KPI – Klíčový ukazatel výkonu (Key Performance Indicator)

GA4 – Google Analytics 4

GAds – Google Ads

GTM – Google Tag Manager

BQ – Google Big Query

CTR – Míra prokliku (Click through rate)

BEP – Bod zvratu (Break-Even Point)

df – Pandas Dataframe

13 Seznam veličin

Název	Popis	Jednotky
L	Množina reklamních platforem	
T	Množina cílových skupin	
L_1	Množina obsahových reklamních platforem	
L_2	Množina vyhledávacích reklamních platforem	
l	Konkrétní reklamní platforma	
t	Konkrétní cílová skupina	
x_{lt}	Výše investice do konkrétní kampaně (l, t)	Peněžní jednotky, např. Kč, €
K	Celková požadovaná hodnota konverzí	Např. počet prodaných ks
k_{lt}	Potřebná výše konverzí z konkrétní kampaně (l, t)	Např. počet prodaných ks
c_{lt}	Výše konverzí generovaných jednou jednotkou x_{lt}	Např. počet prodaných ks
k_t	Potřebná výše konverzí z konkrétní cílové skupiny $t \in T$	Např. počet prodaných ks
τ_{lt}	Velikost cílové skupiny t na platformě l	Počet uživatelů (L_1); hledanost klíčových slov (L_2)
cp_t	Celkový potenciál konverzí pro konkrétní $t \in T$	Počet konverzí
w_{lt}	Normalizovaný potenciál konverzí pro skupinu $t \in T$ na $l \in L$	
cr_{lt}	Konverzní poměr cílové skupiny $t \in T$ na platformě $l \in L$	Des. číslo

ctr_{lt}	Míra prokliku cílové skupiny $t \in T$ na platformě $l \in L$	Des. číslo
$min reach_{lt}$	Min potřebný počet oslovených uživatelů kampaní (l, t)	Počet oslovených uživatelů
$avg imp_{lt}$	Prům. počet zobrazení za jednu jednotku x_{lt}	Počet zobrazení kampaně
$avg reu_{lt}$	Prům. počet oslovených uživatelů za jednu jednotku x_{lt}	Počet oslovených unikátních uživatelů
$freq_{lt}$	Frekvence zobrazení kampaně (l, t)	Počet zobrazení jednomu uživateli
b	Celková výše dostupného rozpočtu	Peněžní jednotky (např. Kč)
δ_{lt}^{imp}	Max možná odchylka parametru $avg imp_{lt}$	Podle $avg imp_{lt}$
δ_{lt}^c	Max možná odchylka parametru c_{lt}	Podle c_{lt}
Γ_1	Max počet koeficientů $avg imp_{lt}$ které se mohou změnit max o δ_{lt}^{imp} pro L_1	
Γ_2	Max počet koeficientů $avg imp_{lt}$ které se mohou změnit max o δ_{lt}^{imp} pro L_2	
Γ	Max počet koeficientů c_{lt} které se mohou změnit max o δ_{lt}^c	
E_t	Celkový počet vygenerovaných konverzí pro skupinu t	Počet konverzí

14 Přílohy

14.1 Datové sady

campaign_name,target_group,result_type,spent,results,results_per_1czk,avg_cost_per_result,reach,reach_per_1czk,impressions,impressions_per_1czk,pocet_zobrazeni_stranky,page_views_per_1czk,cost_perpage_view,link_click,link_click_per_1czk,CPC_link_klik

2022 - DOD listopad traffic,cesti_studenti,Link
clicks,1973.060000000002,234,0.12,9.25,42972,21.78,48342,24.5,53,0.03,60.23,234,0.12,9.2455218185714276

2022/23 Bc. + Ing. CZ Last week,cesti_studenti,Link
clicks,2664.669999999996,293,0.11,9.21,63289,23.75,90039,33.79,58,0.02,72.18,293,0.11,9.209383643333323

2022/23 Bc. DOD březén traffic,cesti_studenti,Link
clicks,4387.28,650,0.15,7.09,121665,27.73,145291,33.12,128,0.03,70.48,650,0.15,7.086509478

2022/23 Bc. DOD leden traffic,cesti_studenti,Link
clicks,3915.759999999993,700,0.18,5.75,136112,34.76,189480,48.39,44,0.01,123.9,700,0.18,5.749886509375

2022/23 Bc. leden - březén traffic,cesti_studenti,Link
clicks,20341.749999999993,2675,0.13,8.11,464861,22.85,681630,33.51,335,0.02,85.48,2675,0.13,8.10795326914634

2022/23 ENG únor - březén traffic,zahranicni_studenti,Link
clicks,7639.159999999998,1326,0.17,6.04,302932,39.66,417680,54.68,19,0.0,164.63,1326,0.17,6.0431124279487172

2022/23 Ing. březén traffic,cesti_studenti,Link
clicks,6012.2200000000012,765,0.13,8.43,177549,29.53,240919,40.07,98,0.02,78.31,765,0.13,8.4254924012903185

2023/24 DOD listopad,cesti_studenti,Link
clicks,2740.779999999997,500,0.18,5.94,47496,17.33,53041,19.35,119,0.04,25.65,500,0.18,5.941021799333333

2024 - Brand Awareness Bc + Ing Cz,cesti_studenti,Estimated ad recall lift (people),5826.6400000000012,4090,0.7,2.75,223529,38.36,255996,43.94,11,0.0,148.01,132,0.02,55.26094907444444

2024 - Centra vzdělávání,centra,Landing page
views,39591.2900000000008,6012,0.15,7.59,564563,14.26,644860,16.29,6012,0.15,7.59,9027,0.23,4.914810487692308

2024 - Lead -
Conversions,cesti_studenti,,2561.29,,16664,6.51,24810,9.69,171,0.07,15.76,296,0.12,9.011983559999988

2024 - Traffic Bc. + Ing. Březén,cesti_studenti,Landing page
views,13194.529999999999,1581,0.12,8.38,129228,9.79,150319,11.39,1581,0.12,8.38,2400,0.18,5.49620652263158

2024 - Traffic Bc. Přihlášky,cesti_studenti,Landing page
views,4680.469999999993,804,0.17,6.31,55126,11.78,62371,13.33,804,0.17,6.31,1387,0.3,3.5341466034374998

2024 - Traffic Veletrh Vědy,verejnost,Landing page
views,1527.14,65,0.04,28.26,15938,10.44,18764,12.29,65,0.04,28.26,168,0.11,9.726761168

2024 - VědaFest Dejvice,verejnost,Landing page
views,456.58,47,0.1,10.37,4247,9.3,4756,10.42,47,0.1,10.37,91,0.2,5.013140755

Příloha 1 Výchozí datová sada Meta

campaign_name,campaign_id,target_group,impressions,conversions,clicks,spent,impressions_per_1czk,conversions_per_1czk,clicks_per_1czk

SEA - GISM program_LatAm EN
(2023),19580829346,gads_zahranicni_studenti,1941,13.0,62,3517.37,0.55,0.0,0.0172

SEA - Přihlášky_General-PEF CZ
(2024),19580829340,gads_cesti_studenti,82149,5682.000000000009,6628,76807.575712,1.07,0.07,0.0949

SEA - GISM program_Europe EN
(2023),19580829343,gads_zahranicni_studenti,3626,98.5,219,5373.596089,0.67,0.02,0.0387

SEA - Centra vzdělávání v regionech
(2023),19939061729,gads_centra,14461,1301.50,1705,27275.050,0.53020,0.04770,0.0625

SEA - Přihlášky PEF
EN,15939627758,gads_zahranicni_studenti,4336,232.0,372,13480.46,0.32,0.02,0.0276

VědaFest 2024,21351328263,gads_verejnost,36996,4.0,105,1400.151886,26.42,0.0,0.075

SEA - Přihlášky_HKS+SYIN-PEF CZ
(2023),19751757042,gads_cesti_studenti,3521,160.997163,256,18024.51,0.2,0.01,0.0142

SEA - Agrarian Diplomacy EN
(2023),19580829349,gads_zahranicni_studenti,45530,752.0,2001,39024.343525,1.17,0.02,0.05

SEA - Centra vzdělávání v regionech
(2024),19939061729,gads_centra,19619,1986.00,2519.00,66481.54,0.2951,0.0299,0.0379

Příloha 2 Výchozí datová sada Google Ads

campaign_name,source_medium,amount_of_users
 (direct),(direct) - (none),17103
 (organic),google - organic,3024
 ,studuj.czu.cz - referral,815
 2024 - Centra vzdělávání,meta - cpc,469
 SEA - Přihlášky PEF EN,google - cpc,358
 SEA - Přihlášky_General-PEF CZ (2024),google - cpc,205
 2024 - Traffic Bc. + Ing. Březen,facebook - ppc,180
 SEA - Centra vzdělávání v regionech (2024),google - cpc,134
 (organic),bing - organic,116
 2024 - Traffic Bc. Přihlášky,meta - ppc,104
 ,vysokeskoly.cz - referral,69
 (organic),seznam - organic,66
 SEA - Přihlášky_General-PEF CZ (2023),google - cpc,60
 2024 - Traffic,meta - cpc,44
 6.63E+17,ig - paid,35
 (referral),smat.se - referral,32
 ,pef.czu.cz - referral,30
 2024 - Lead - Conversions,meta - cpc,22
 2024 - VědaFest Dejvice,meta - cpc,18
 (referral),czechuniversities.com - referral,16
 firmy.cz-641377,search.seznam.cz - ppd,15
 (referral),vysokeskoly.cz - referral,13
 {{campaign.name}},meta - cpc,10
 (organic),yahoo - organic,10
 2024 - Traffic Veletrh Vědy,meta - cpc,10
 ,google - cpc,10
 (referral),studyinprague.cz - referral,7
 (referral),l.facebook.com - referral,7
 (organic),vysokeskoly.cz - referral,6
 Welcome_mail,newsletter - mail,5
 pef_czu_bakalarska_praxe,newsletter - email,5
 zvane_prednasky_portalu_jobs_pef,newsletter - email,4
 (referral),scio.cz - referral,4
 firmy.cz-641377,mapy.cz - ppd,4
 (referral),email.seznam.cz - referral,4
 (organic),duckduckgo - organic,4
 (referral),portal.studyin.cz - referral,4
 (referral),rozcestnik.agrobiologie.cz - referral,4
 2024__DOD brazen zajemci,newsletter - mail,3
 (referral),oca-praga.userhorn.com - referral,3
 (referral),oca-praga.cz - referral,3
 (referral),mail.google.com - referral,2
 firmy.cz-641377,firmy.cz - ppd,2
 (referral),uk.search.yahoo.com - referral,2
 (referral),l.instagram.com - referral,2
 (organic),google - cpc,2
 (referral),ajak-sumperk.cz - referral,2
 2024__DOD brezen reditele,newsletter - mail,2

Příloha 3 Výchozí datová sada konverzí z Google Analytics 4

```

gamma_1,status,fb_cesti_studenti,fb_zahranicni_studenti,fb_cen-
tra,gads_cesti_studenti,gads_zahranicni_studenti,gads_centra,p1,p2,p3,z1,kri-
terialni_funkce
0,Opti-
mal,17308.719,13532.034,14030.501,95313.968,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,751930.03,1401
85.222
1,Opti-
mal,46190.543,13510.407,14030.501,0.0,89334.863,0.0,0.0,0.0,0.0,750728.3,16306
6.314
2,Opti-
mal,17308.719,56175.293,14030.501,95313.968,0.0,0.0,254096.97,3094254.6,0.0,27
219.171,182828.481
3,Opti-
mal,17308.719,57298.66,14030.501,95313.968,0.0,0.0,281316.14,3183895.5,27219.1
71,0.0,183951.848

```

Príloha 4 Výstup výpočtu modelu při změnách Γ_1

```

gamma_2,status,fb_cesti_studenti,fb_zahranicni_studenti,fb_cen-
tra,gads_cesti_studenti,gads_zahranicni_studenti,gads_centra,p4,p5,p6,z2,kri-
terialni_funkce
0,Opti-
mal,17308.719,13532.034,14030.501,95313.968,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,41461.576,1401
85.222
1,Opti-
mal,22865.337,11717.851,14030.501,59084.445,71892.961,0.0,0.0,0.0,0.0,25701.73
3,179591.09499999997
2,Opti-
mal,27541.163,13396.585,0.0,28597.742,34797.252,105827.46,0.0,0.0,0.0,12440.01
8,210160.202
3,Opti-
mal,31927.274,11964.562,0.0,0.0,121389.24,73465.985,0.0,43396.654,8635.9265,0.
0,238747.061

```

Príloha 5 Výstup výpočtu modelu při změnách Γ_2

```

gamma_1,gamma_2,status,fb_cesti_studenti,fb_zahranicni_studenti,fb_cen-
tra,gads_cesti_studenti,gads_zahranicni_studenti,gads_cen-
tra,p1,p2,p3,p4,p5,p6,z1,z2,kriterialni_funkce,gamma_kombinace
0,0,Opti-
mal,17308.719,13532.034,14030.501,95313.968,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,75
1930.03,41461.576,140185.222,"0,0"
0,1,Opti-
mal,22865.337,11717.851,14030.501,59084.445,71892.961,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
0.0,651121.92,25701.733,179591.09499999997,"0,1"
0,2,Opti-
mal,27541.163,13396.585,0.0,28597.742,34797.252,105827.46,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
0.0,744403.59,12440.018,210160.202,"0,2"
0,3,Opti-
mal,31927.274,11964.562,0.0,0.0,121389.24,73465.985,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,43396.654,
8635.9265,664830.8,0.0,238747.061,"0,3"
1,0,Opti-
mal,46190.543,13510.407,14030.501,0.0,89334.863,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,75
0728.3,31937.214,163066.314,"1,0"
1,1,Opti-
mal,46190.543,13510.407,14030.501,59084.445,71892.961,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
0.0,750728.3,25701.733,204708.85700000002,"1,1"
1,2,Opti-
mal,53908.598,15767.884,0.0,28597.742,34797.252,105827.46,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
0.0,876168.74,12440.018,238898.936,"1,2"
1,3,Opti-
mal,46190.543,13510.407,14030.501,0.0,189138.66,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,67617.069,
0.0,750728.3,0.0,262870.11100000003,"1,3"
2,0,Opti-
mal,17308.719,56175.293,14030.501,95313.968,0.0,0.0,254096.97,3094254.6,0.0,0.0,
0.0,0.0,27219.171,41461.576,182828.481,"2,0"
2,1,Opti-
mal,22865.337,53927.879,14030.501,59084.445,71892.961,0.0,344407.88,2969373.3,
0.0,0.0,0.0,0.0,27219.171,25701.733,221801.12300000002,"2,1"
2,2,Opti-
mal,27541.163,62592.878,0.0,28597.742,34797.252,105827.46,447622.58,3478077.6,
0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,12440.018,259356.495,"2,2"
2,3,Opti-
mal,31927.274,50262.712,14030.501,0.0,189138.66,0.0,491690.25,2765712.2,0.0,0.0,
0.0,67617.069,0.0,27219.171,0.0,285359.147,"2,3"
3,0,Opti-
mal,17308.719,57298.66,14030.501,95313.968,0.0,0.0,281316.14,3183895.5,27219.1
71,0.0,0.0,0.0,0.0,41461.576,183951.848,"3,0"
3,1,Opti-
mal,22865.337,55051.245,14030.501,59084.445,71892.961,0.0,371627.05,3059014.2,
27219.171,0.0,0.0,0.0,0.0,25701.733,222924.489,"3,1"
3,2,Opti-
mal,27541.163,62592.878,0.0,28597.742,34797.252,105827.46,447622.58,3478077.6,
0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,12440.018,259356.495,"3,2"
3,3,Optimal,31927.274,51386.079,14030.501,0.0,189138.66,0.0,518909.42,2855353.
1,27219.171,0.0,67617.069,0.0,0.0,0.0,286482.514,"3,3"

```

Příloha 6 Výstup výpočtu modelu při změnách Γ_1 i Γ_2

```

gamma_c, status, fb_cesti_studenti, fb_zahranicni_studenti, fb_centra, gads_cesti_s
tudenti, gads_zahranicni_studenti, gads_centra, p1, p2, p3, p4, p5, p6, z, E1, E2, E3, f1, f
2, f3, kriterialni_funkce, uf_rozdil
0, Optimal, 31927.274, 64707.362, 14030.501, 0.0, 89334.863, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
0.0, 1921.201, 900.0, 4645.255, 210.0, 0.0, 0.0, 0.0, 5755.255,
1, Optimal, 61545.195, 35089.441, 14030.501, 0.0, 89334.863, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
0.0, 1041.8269, 1734.9015, 2430.9293, 210.0, 0.0, 1.0, 0.0, 4375.8308, -
1379.4242000000004
2, Optimal, 78097.635, 18537.001, 14030.501, 0.0, 89334.863, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
491.45203, 0.0, 550.37483, 2201.4993, 1225.2851, 210.0, 0.0, 2.0, 0.0, 3636.7844, -
739.0463999999997
3, Optimal, 94866.4, 1768.2359, 14030.501, 0.0, 89334.863, 0.0, 616.04879, 0.0, 0.0, 0.0,
989.32686, 0.0, 52.5, 2057.1464, 1007.8269, 210.0, 1.0, 2.0, 0.0, 3274.9733, -
361.8110999999999
4, Optimal, 94866.4, 1768.2359, 14030.501, 0.0, 89334.863, 0.0, 616.04879, 0.0, 0.0, 0.0,
989.32686, 0.0, 52.5, 2056.1464, 956.32686, 210.0, 2.0, 2.0, 0.0, 3222.47326, -
52.5000399999999
5, Optimal, 91924.122, 33.680684, 18707.334, 0.0, 89334.863, 0.0, 646.81377, 0.0, 69.0, 0
.0, 1040.8269, 0.0, 1.0, 1942.4413, 1042.1602, 210.0, 2.0, 2.0, 1.0, 3194.6014999999998,
-27.871760000000045
6, Optimal, 91835.039, 33.680684, 18796.417, 0.0, 89334.863, 0.0, 646.18598, 0.0, 69.333
333, 0.0, 1040.8269, 0.0, 1.0, 1940.5579, 1042.1602, 210.0, 2.0, 2.0, 2.0, 3192.7181, -
1.8833999999997104

```

Příloha 7 Výsledky modelu s nejistotou Γ_c

14.2 SQL dotazy

```
SELECT
  Campaign_name AS campaign_name,
  CASE
    WHEN n.campaign_name LIKE '%Keyword_1%' THEN 'cilova skupina_1'
    ...
    WHEN n.campaign name LIKE '%Keyword n%' THEN 'cilova skupina n-1'
    ELSE 'cilova skupina n'
  END AS target_group,
  objective AS campaign_objective,
  SUM(Amount spent CZK ) as spent,
  SUM(Results) as results,
  ROUND(SUM(Results) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
results_per_1czk,
  ROUND(AVG(Cost_per_result), 2) as avg_cost_per_result,
  SUM(Reach) as reach,
  ROUND(SUM(Reach) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS reach_per_1czk,
  SUM(Impressions) as impressions,
  ROUND(SUM(Impressions) / SUM(Amount spent CZK ), 2) AS
impressions_per_1czk,
  SUM(Link_clicks) as link_click,
  ROUND(SUM(Link clicks) / SUM(Amount spent CZK ), 2) as
link click per 1czk,
  AVG(CPC cost per link click ) as CPC link klik
FROM
  `pefczucz-bq-project.PEF_FB_Performance.PEF_FB_perfomance_by_day`
WHERE
  Campaign_name IS NOT NULL AND
  Amount_spent__CZK_ > 0
GROUP BY
  campaign_name,
  target_group,
;
```

SQL dotaz 1 - Vytvoření výchozí tabulky Meta

```

WITH set_date AS (
    SELECT
        DATE 'YYYY-MM-DD' AS start_date,
        DATE 'YYYY-MM-DD' AS end_date
), name AS (
    SELECT
        DISTINCT campaign_name,
        campaign_id
FROM
    `project_id.dataset_id.p_ads_Campaign_id` n
)
SELECT
    DATE(s._PARTITIONTIME) AS date,
    s.campaign_name AS campaign,
    CASE
        WHEN n.campaign_name LIKE '%Keyword_1%' THEN 'cilova_skupina_1'
        ...
        WHEN n.campaign_name LIKE '%Keyword_n%' THEN 'cilova_skupina_n-1'
        ELSE 'cilova_skupina_n'
    END AS target_group,
    n.campaign_id,
    CASE
        WHEN n.campaign_name LIKE '%SEA%' THEN 'search'
        ELSE 'content'
    END AS campaign_type,
    SUM(s.metrics_impressions) AS impressions,
    SUM(s.metrics_conversions) AS conversions,
    SUM(s.metrics_clicks) AS clicks,
    SUM(s.metrics_cost_micros)/1000000 AS spent
FROM `project_id.dataset_id.p_ads_CampaignBasicStats_id` s
    INNER JOIN name n ON s.campaign_id = n.campaign_id
WHERE
    DATE( PARTITIONTIME) BETWEEN (SELECT start date FROM set date) AND (SELECT
end date FROM set date)
GROUP BY
    DATE( PARTITIONTIME),
    n.campaign_name,
    s.campaign_id,
ORDER BY
    date,
    n.campaign_name;

```

SQL dotaz 2 - Přehled o denním výkonu GAds kampaní za zvolené časové období

```

WITH click_params AS (
  SELECT
    e.user_pseudo_id,
    e.traffic source.name AS campaign,
    CONCAT(e.traffic source.source, ' - ', e.traffic source.medium) AS
source_medium
  FROM
    `bq project.analytics id.events*` AS e
  WHERE
    e.event_name = 'click'
    AND EXISTS (
      SELECT 1
      FROM UNNEST(e.event_params) AS params
      WHERE params.value.string_value LIKE '%url%'
    )
)

SELECT
  campaign,
  source_medium,
  COUNT(DISTINCT user_pseudo_id) AS user_amount
FROM
  click_params
GROUP BY
  campaign,
  source_medium
ORDER BY
  user_amount DESC;

```

SQL dotaz 3 - Počty unikátních uživatelů, kteří klikli na definovaný odkaz, se zdrojovou kampaní

```

e.event_name = 'ecommerce_purchase'
AND EXISTS (
  SELECT 1
  FROM UNNEST(e.event_params) AS params
  WHERE params.value.string_value LIKE '%identifikator_produkту'

```

SQL dotaz 4 - Úprava konverzní události na "ecommerce_purchase"

```

SELECT
    Campaign_name AS campaign_name,
    CASE
        WHEN Campaign_name LIKE '%Věd%' OR Campaign_name LIKE '%New%'
    THEN 'verejnost'
        WHEN Campaign_name LIKE '%ENG%' THEN 'zahranicni_studenti'
        WHEN Campaign_name LIKE '%Centra%' OR Campaign_name LIKE
'%Středi%' THEN 'centra'
        ELSE 'cesti_studenti'
    END AS target_group,
    objective AS campaign_objective,
    SUM(Amount_spent__CZK_) AS spent,
    SUM(Results) AS results,
    ROUND(SUM(Results) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
results_per_1czk,
    ROUND(AVG(Cost_per_result), 2) AS avg_cost_per_result,
    SUM(Reach) AS reach,
    ROUND(SUM(Reach) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS reach_per_1czk,
    SUM(Impressions) AS impressions,
    ROUND(SUM(Impressions) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
impressions_per_1czk,
    SUM(Landing_page_views) AS pocet_zobrazeni_stranky,
    ROUND(SUM(Landing_page_views) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
page_views_per_1czk,
    ROUND(AVG(Cost_per_landing_page_view), 2) AS cost_perpage_view,
    SUM(Link_clicks) AS link_click,
    ROUND(SUM(Link_clicks) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
link_click_per_1czk,
    AVG(CPC__cost_per_link_click_) AS CPC_link_klik
FROM
    `pefczucz-bq-project.PEF_FB_Performance.PEF_FB_perfomance_by_day`
WHERE
    Campaign_name IS NOT NULL AND
    Amount_spent__CZK_ > 0
GROUP BY
    campaign_name,
    target_group,
    campaign_objective
ORDER BY
    date DESC
;

```

SQL dotaz 5 - Transformace výchozí tabulky Meta

```

WITH set_date AS (
    SELECT
        DATE '2022-01-01' AS start_date,
        DATE '2024-07-31' AS end_date
), name AS (
    SELECT
        DISTINCT campaign_name,
        campaign_id
    FROM
        `pefczucz-bq-project.PEF_Google_Ads.p_ads_Campaign_1620454560`
)
SELECT
    n.campaign_name,
    s.campaign_id,
    CASE
        WHEN campaign_name LIKE '%EN%' THEN 'gads_zahranicni_studenti'
        WHEN campaign_name LIKE '%Centra%' THEN 'gads_centra'
        WHEN campaign_name LIKE '%Věda%' THEN 'gads verejnost'
        ELSE 'gads cesti studenti'
    END AS target_group,
    SUM(s.metrics_impressions) AS impressions,
    SUM(s.metrics_conversions) AS conversions,
    SUM(s.metrics_clicks) AS clicks,
    SUM(s.metrics_cost_micros)/1000000 AS spent,
    ROUND(SUM(s.metrics_impressions)/(SUM(s.metrics_cost_micros)/1000000), 2) AS
impressions_per_lczk,
    ROUND(SUM(s.metrics_conversions)/(SUM(s.metrics_cost_micros)/1000000), 2) AS
conversions_per_lczk,
    ROUND(SUM(s.metrics_clicks)/(SUM(s.metrics_cost_micros)/1000000), 2) AS
clicks_per_lczk,
FROM `pefczucz-bq-project.PEF_Google_Ads.p_ads_CampaignBasicStats_1620454560` s
    INNER JOIN name n ON s.campaign_id = n.campaign_id
WHERE
    TIMESTAMP_TRUNC(s._PARTITIONTIME, DAY) BETWEEN TIMESTAMP((SELECT start_date FROM
set_date)) AND TIMESTAMP((SELECT end_date FROM set_date))
GROUP BY
    s.campaign_id,
    campaign_name
;

```

SQL dotaz 6 - Dotaz k získání výchozí tabulky GoogleAds

```

WHERE
    _TABLE_SUFFIX BETWEEN 'YYYYMMDD' AND 'YYYYMMDD'
AND ...

```

SQL dotaz 7 - výraz WHERE pro omezení datumu

```

WITH click_params AS (
  SELECT
    e.user_pseudo_id,
    e.traffic_source.name AS campaign,
    CONCAT(e.traffic_source.source, ' - ', e.traffic_source.medium) AS
source_medium
  FROM
    `pefczucz-bq-project.analytics_352901894.events*` AS e
  WHERE
    e.event_name = 'click'
    AND EXISTS (
      SELECT 1
      FROM UNNEST(e.event_params) AS params
      WHERE params.value.string_value LIKE '%https://is.czu.cz/%'
    )
)

SELECT
  campaign,
  source_medium,
  COUNT(DISTINCT user_pseudo_id) AS user_amount
FROM
  click_params
GROUP BY
  campaign,
  source_medium
ORDER BY
  user_amount DESC;

```

SQL dotaz 8 - Extrakce konverzních událostí z Google Analytics 4

```

CASE
  WHEN Campaign_name LIKE '%Věd%' THEN 'verejnost'
  WHEN Campaign_name LIKE '%ENG%' THEN 'zahranicni_studenti'
  WHEN Campaign_name LIKE '%Centra%' OR Campaign_name LIKE '%Středi%' THEN
'centra'
  ELSE 'cesti_studenti'
END AS cilova_skupina,

```

SQL dotaz 9 - Výraz pro přiřazení cílové skupiny

```

SUM(Results) AS results,
ROUND(SUM(Results) / SUM(Amount_spent__CZK_), 2) AS
results_per_1czk,
ROUND(AVG(Cost_per_result), 2) AS avg_cost_per_result,

```

SQL dotaz 10 - Ukázka výpočtu výkonu kampaně za 1,- Kč pro dosah a imprese META

14.3 Scripty Python

```
# Autorizace přístupu do Google Cloud
from google.cloud import bigquery
from google.colab import auth

auth.authenticate_user()

# Krok 1: Nastavení projektového ID
project_id = 'project_id'

# Krok 2: Definování názvů tabulek
fb_raw_facebook = 'projectID.PEF_FB_Performance.bqtable_id'
fb_vykon_cilove_skupiny = 'projectID.PEF_FB_Performance.bqtable_id'

# Krok 3: Vytvoření klienta BigQuery
client = bigquery.Client(project = project_id)

# Krok 4: Načtení dat z tabulky do pandas DataFrame
query = f"SELECT * FROM `{nazev_tabulky}`"
df_raw_facebook = client.query(query).to_dataframe()

query = f"SELECT * FROM `{nazev_tabulky}`"
df_vykon_cilove_skupiny = client.query(query).to_dataframe()
```

Python Script 1 Autorizace přístupu do Google BigQuery

```

# import souboru - totals FB
data_fb_totals_raw = pd.read_csv('data/Disp_bigquery_Fb_totals.csv')
# nahrazení NA a NaN hodnotou 0
data_fb_totals_copy = data_fb_totals_raw.copy() # vytvoření kopie
data_fb_totals_copy.fillna(0, inplace=True)

# výmaz řádků, kde je počet výsledků 0 - ty kampaně se poměrně rychle vypínaly
a nahrazovaly jinými
data_fb_totals_copy = data_fb_totals_copy[data_fb_totals_copy['results'] != 0]

# nahrazení NA nulou převedlo některé sloupce na object, tak je potřeba je
převést zpět na číselný formát
numeric_columns = ['spent', 'results', 'results_per_1czk',
'avg_cost_per_result', 'reach', 'reach_per_1czk', 'impressions',
'impressions_per_1czk', 'pocet_zobrazeni_stranky', 'page_views_per_1czk',
'cost_perpage_view', 'link_click', 'link_click_per_1czk', 'CPC_link_klik']

for col in numeric_columns:
    data_fb_totals_copy[col] = pd.to_numeric(data_fb_totals_copy[col],
errors='coerce')

# přidání sloupce do dataframe data_fb_timeline_copy, který identifikuje
cílovou skupinu a platformu - např fb_centra, slouží následně k identifikaci
proměnných pro výpočet v RLP modelu
data_fb_totals_copy['variable'] = 'fb_' +
data_fb_totals_copy['target_group'].astype(str)

# zajímají mě jen konverzní kampaně, tj odfiltruji si kampaně, co nejsou
relevantní - dod, brand aw
# Filtrace řádků, které neobsahují '%DOD%' ve sloupci 'campaign_name'
filtered_FB =
data_fb_totals_copy[~data_fb_totals_copy['campaign_name'].str.contains('DOD')]
filtered_FB =
data_fb_totals_copy[~data_fb_totals_copy['variable'].str.contains('verejnost')]
]

```

Python Script 2 Předzpracování a úprava datasetu z Meta pro výpočet průměrů a odchylek

```

# import souboru - totals GAds
data_gads_totals_raw = pd.read_csv('data/Disp_bigquery_Gads_totals.csv')

# datový soubor je malý a neobsahuje nulové hodnoty, ani NaN, tak není potřeba
# ho čistit přes `pd.fillna()`, jinak by to bylo
# data_gads_totals_raw.fillna(0, inplace=True)

data_gads_totals_copy = data_gads_totals_raw

# přidání sloupce do dataframe data_gads_totals_copy, který identifikuje
# cílovou skupinu a platformu - např gads_centra, slouží následně k identifikaci
# proměnných pro výpočet v RLP modelu
# já sem to ale udělala už v sql, kdybych vynechala tu předponu gads_, jinak
# by to bylo
# data_fb_totals_copy['variable'] = 'gads_' +
# data_gads_totals_copy['target_group'].astype(str)

# definice sloupců, pro které budou počítány průměry a odchylky
gads_columns_to_calculate = list(data_gads_totals_copy.columns[3:])

# přejmenování sloupce 'target_group' na 'variable' aby to u fb i gads bylo
# stejné
data_gads_totals_copy = data_gads_totals_copy.rename(columns =
{"target_group": "variable"})

data_gads_totals_copy['variable'].unique()

# array(['gads_zahranicni_studenti', 'gads_cesti_studenti', 'gads_centra',
# 'gads_verejnost'], dtype=object)

data_gads_totals_copy =
data_gads_totals_copy[~data_gads_totals_copy['variable'].str.contains('verejno
st')]

```

Python Script 3 Předzpracování a úprava datasetu z Google Ads pro výpočet průměrů a odchylek

```

# df do kterého přijdou odchylky
fb_devs = pd.DataFrame()

# smyčka pro výpočet odchylek od průměru pro každý sloupec
for column in fb_columns_to_calculate:
    # výpočet průměru a min hodnoty v původním df - zajímají mě minima,
    # protože se hodnota "může zhoršit" :-)
    grouped = filtered_FB.groupby('variable')[column].agg(['mean', 'min'])
    # výpočet odchylky od průměru
    grouped['deviation'] = (grouped['min'] - grouped['mean']).abs()

    # přejmenování sloupců dočasného df tak, aby to dávalo smysl
    renamed = grouped.rename(columns={
        'mean': f'{column}_avg',
        'min': f'{column}_min',
        'deviation': f'{column}_deviation'})

    # reset indexu dočasného df
    renamed = renamed.reset_index()

    # Spojení s hlavním df
    if fb_devs.empty:
        fb_devs = renamed
    else:
        fb_devs = fb_devs.merge(renamed, on='variable', how='outer')

# Resetování indexu finálního DataFrame (pokud je to potřeba)
fb_devs = fb_devs.reset_index(drop=True)

# lol průměry a smyčky najednou, proč sem se s tím crcala předtím omg...
fb_devs

# final df pro výpočet koeficientů do rlp
fb_for_opt = fb_devs[['variable', 'reach_per_1czk_avg', 'reach_per_1czk_devia-
tion', 'impressions_per_1czk_avg', 'impressions_per_1czk_deviation']]

```

Python Script 4 Výpočet průměrů a odchylek Meta

```

gads_devs = pd.DataFrame()

# smyčka pro výpočet odchylek od průměru pro každý sloupec
for column in gads_columns_to_calculate:
    # výpočet průměru a max hodnoty v původním df
    grouped = data_gads_totals_copy.groupby('variable')[column].agg(['mean',
'min'])
    # výpočet odchylky od průměru
    grouped['deviation'] = (grouped['min'] - grouped['mean']).abs()

    # přejmenování sloupců dočasného df tak, aby to dávalo smysl
    renamed = grouped.rename(columns={
        'mean': f'{column}_avg',
        'min': f'{column}_min',
        'deviation': f'{column}_deviation'})

    # reset indexu dočasného df: Resetuje index DataFrame renamed, takže se
    variable stane obyčejným sloupcem.
    renamed = renamed.reset_index()

    # Příprava na spojení s hlavním df: Pokud je gads_devs prázdný (jen při
    prvním průchodu smyčkou), přiřadí se hodnoty z renamed. Pokud už gads_devs
    obsahuje data, spojí se s novými daty (renamed) podle sloupce variable.
    Spojení typu outer - zachová všechny řádky z obou DataFrame.
    if gads_devs.empty:
        gads_devs = renamed
    else:
        gads_devs = gads_devs.merge(renamed, on='variable', how='outer')

# Resetování indexu finálního DataFrame (pokud je to potřeba)
gads_devs = gads_devs.reset_index(drop=True)

# final df pro výpočet koeficientů do rlp
gads_for_opt = gads_devs[['variable', 'impressions_per_1czk_avg', 'impressi-
ons_per_1czk_min']]

```

Python Script 5 Výpočet průměrů a odchylek pro Google Ads

```

data_ga4_totals_raw = pd.read_csv('cesta_k_souboru/soubor.csv')

# df kampaní a 'variable' z fb
campaigns_fb = data_fb_totals_copy[['campaign_name', 'variable', 'spent']]
campaigns_gads = data_gads_totals_copy[['campaign_name', 'variable', 'spent']]

# spojení FB a GADS kampaní vč variable dohromady
campaigns = pd.concat([campaigns_gads, campaigns_fb])

conversions_attached = campaigns.merge(data_ga4_totals_raw,
                                       on = 'campaign_name',
                                       how = 'left')

# join fb kampaně ke konverzím
conversions_attached_fb = conversions_attached.merge(data_fb_totals_copy[['ca-
mpaign_name', 'reach', 'impressions', 'link_click']], on = 'campaign_name', how
= 'left')

conversions_attached_fb = conversions_attached_fb.rename(co-
lums={'link_click': 'clicks'})

# join pro gads kampaně k fb a konverzím
conversions_attached_final = conversions_attached_fb.merge(data_gads_to-
tals_copy[['campaign_name', 'impressions', 'clicks']],
               on='campaign_name',
               how='left')

# sloučení hodnot impresí ze sloupce y do x
conversions_attached_final['impressions'] = conversions_attached_final['im-
pressions_x'].fillna(conversions_attached_final['impressions_y'])

# sloučení hodnot kliků ze sloupce x do y
conversions_attached_final['clicks'] = conversions_attached_fi-
nal['clicks_x'].fillna(conversions_attached_final['clicks_y'])

# smazání zbytečných sloupců
conversions_attached_final = conversions_attached_final.drop(columns = ['im-
pressions_x', 'impressions_y', 'clicks_x', 'clicks_y'])

```

Python Script 6 Spojení tabulek kampaní z platforem Meta a Google Ads, a konverzí GA4

```

# recyklace columns_to_calculate pro tvorbu listu názvu sloupců přes které se
# bude iterovat ve smyčce pro výpočet agregovaných hodnot
columns_to_calculate = list(conversions_attached_final.columns[2:])
columns_to_calculate.pop(1)

# výpočet agregovaných hodnot z dataframu `conversions_attached_final`, je
# potřeba pro další výpočty, které se týkají hodnoty pravých stran atp pro
# cílové skupiny
# inicializace prázdného df pro konečné agregované výsledky
conversions_agregated = pd.DataFrame()

# inicializace prázdného seznamu pro ukládání dílčích výsledků
results = []

# průměry agregované podle 'variable'
for column in columns_to_calculate:
    agregated =
conversions_attached_final.groupby('variable')[column].mean().reset_index()
    agregated.columns = ['variable', f'avg_{column}']
    results.append(agregated)

# spojení všech dílčích výsledků
conversions_agregated = pd.concat(results, axis = 1)

# odstranění duplicitních sloupců 'variable'
conversions_agregated =
conversions_agregated.loc[:,~conversions_agregated.columns.duplicated()]

# nastavení zobrazování 3 des míst ve všech df
pd.set_option('display.float_format', '{:.3f}'.format)

conversions_agregated['conv_per_1czk'] =
conversions_agregated['avg_amount_of_users']/conversions_agregated['avg_spent'
]

# výpočet konverzních poměrů
conversions_agregated['conversion_rate'] =
conversions_agregated['avg_amount_of_users'] /
conversions_agregated['avg_clicks']

# filtr df, protože veřejnost mě nezajímá
conversions_agregated =
conversions_agregated[~conversions_agregated['variable'].isin(['gads_veřejnost',
'fb_veřejnost'])]

```

Python Script 7 Výpočet agregovaných hodnot konverzí pro cílové skupiny

```

# výpočet cpc pro gads dle cílových skupin do původního df
data_gads_totals_copy['cpc'] = data_gads_totals_copy['spent'] /
data_gads_totals_copy['clicks']

# protože jsou rozhodovací proměnné jen skupiny cz a eng studenti a centra,
tak vynechám veřejnost
# do df gads_cpc spočítám průměrnou CPC pro každou cílovou skupinu
gads_cpc = (data_gads_totals_copy
            .groupby('variable')['cpc']
            .mean()
            .reset_index()
            .rename(columns={'cpc': 'avg_cpc'}))
[lambda df: df['variable'] != 'gads_veřejnost']]

avg_gads_cpc = gads_cpc['avg_cpc'].mean()

# cpc meta
# průměrné hodnoty CPC pro FB kampaně, ty už mám spočítané, na rozdíl od gads,
tak si je jen zobrazím z původního df
fb_cpc = fb_devs[['variable',
                  'CPC_link_klik_avg']].rename(columns={'CPC_link_klik_avg': 'avg_cpc'})

avg_fb_cpc = fb_devs['CPC_link_klik_avg'].mean()

# spojím si cpc do jedno
frames = [fb_cpc, gads_cpc] # seznam dataframů pro cpc za cílové skupiny na
obou platformách

cpc_all = pd.concat(frames).reset_index() # spojení dataframes, ať mám CPC za
všechny 'variables' v jedno df

```

Python Script 8 Výpočet CPC pro Meta a Google Ads

```

# výpočet konverzních poměrů
conversions_agregated['conversion_rate'] =
conversions_agregated['avg_amount_of_users'] /
conversions_agregated['avg_clicks']

# filtr df, protože veřejnost nás nezajímá
conversions_agregated =
conversions_agregated[~conversions_agregated['variable'].isin(['gads_veřejnost',
'fb_veřejnost'])]

# výpočet průměrného CTR Gads
gads_devs['ctr_avg'] = gads_devs['clicks_avg'] / gads_devs['impressions_avg']

gads_ctr = gads_devs[['variable', 'ctr_avg']]

# normalizace pojmenovávací konvence
gads_ctr = gads_ctr.rename(columns={'ctr_avg': 'avg_ctr'})

gads_ctr

# výpočet průměrného CTR meta
fb_devs['avg_ctr'] = fb_devs['link_click_avg'] / fb_devs['reach_avg']

fb_ctr = fb_devs[['variable', 'avg_ctr']]

# spojíme to všechno do jedné tabulky, ať není příliš mnoho df
variable_avg_stats_copy = variable_avg_stats_copy.merge(fb_ctr[['variable',
'avg_ctr']],
                                                    on='variable',
                                                    how='left')

variable_avg_stats_copy = variable_avg_stats_copy.merge(gads_ctr[['variable',
'avg_ctr']],
                                                    on='variable',
                                                    how='left')

# spojení dvou sloupců
variable_avg_stats_copy['avg_ctr_y'] =
variable_avg_stats_copy['avg_ctr_x'].combine_first(variable_avg_stats_copy['av
g_ctr_y'])

# smazat ten x
variable_avg_stats_copy = variable_avg_stats_copy.drop('avg_ctr_x', axis=1)

# a na závěr: správně to pojmenovat :- )
variable_avg_stats_copy = variable_avg_stats_copy.rename(columns={'avg_ctr_y':
'avg_ctr'})

```

Python Script 9 Výpočet konverzních poměrů a CTR

```

# zatím me pro pravé strany zajímají hlavně tyto sloupce:
variable_avg_stats_copy[['variable', 'cpa', 'avg_cpc', 'avg_ctr',
'conversion_rate']]

# pro další výpočty potřebuji mít avg amount of users,

very_accurate_estimate_eng_conv =
conversions_agregated.loc[conversions_agregated['variable'] ==
'fb_zahranicni_studenti', 'avg_clicks'].values[0] * 0.015

conversions_agregated.loc[conversions_agregated['variable'] ==
'fb_zahranicni_studenti', 'avg_amount_of_users'] =
very_accurate_estimate_eng_conv

# Výpočet konverzí na 1 CZK a filtrace 'centra'
cost_coef =
conversions_agregated[~conversions_agregated['variable'].str.contains('verejno
st', case=False)].copy()
cost_coef['conv_per_1czk'] = cost_coef['avg_amount_of_users'] /
cost_coef['avg_spent']
cost_coef = cost_coef[['variable', 'conv_per_1czk']]

```

Python Script 10 Výpočet koeficientů c

```

# vytvořím si nový dataset, kam postupně budu vkládat hodnoty ackových
koeficientu
a_koef = fb_devs[fb_devs['variable'] !=
'fb_verejnost'][['variable', 'reach_per_1czk_avg', 'reach_per_1czk_deviation',
'impressions_per_1czk_avg', 'impressions_per_1czk_deviation']]

gads_devs[['variable', 'impressions_per_1czk_avg',
'impressions_per_1czk_deviation' ]]

# požadované sloupce z `gads_dev`
gads_devs_subset = gads_devs[['variable', 'impressions_per_1czk_avg',
'impressions_per_1czk_deviation']].copy()

# hads nemá reach, tak přidám hodnoty nan aby se to pak dobře spojilo
gads_devs_subset['reach_per_1czk_avg'] = float('nan')
gads_devs_subset['reach_per_1czk_deviation'] = float('nan')

# Změňte pořadí sloupců, aby odpovídalo a_koef
gads_devs_subset = gads_devs_subset[['variable', 'reach_per_1czk_avg',
'reach_per_1czk_deviation', 'impressions_per_1czk_avg',
'impressions_per_1czk_deviation']]

# Spojte DataFrames
a_koef = pd.concat([a_koef, gads_devs_subset], ignore_index=True)

# a výmaz varibale s centry
a_koef = a_koef[~a_koef['variable'].isin(['fb_verejnost', 'gads_verejnost'])]

lp_coefs = pd.concat([a_koef, variable_avg_stats_copy, cost_coef],
ignore_index = False).groupby('variable', as_index=False).first()

lp_coefs = lp_coefs[['variable',
'reach_per_1czk_avg',
'reach_per_1czk_deviation',
'impressions_per_1czk_avg',
'impressions_per_1czk_deviation',
'conversion_rate',
'avg_ctr',
'cpa',
'conv_per_1czk']]

lp_coefs = lp_coefs[~lp_coefs['variable'].str.contains('verejnost',
case=False)]

# tenhle df budu používat pro koeficienty v modelu
lp_coefs

```

Python Script 11 Výpočet levostranných koeficientů modelu

```

# výpočet požadavku konverzí pro české studenty3
k_cz = 9000 * 0.1 # požadavek na celkový počet konverzí z CZ, uvažuji 9000
přihlášek celkem, a z toho chci 10% přímo z kampaní

conv_rate_cz_fb = 0.163 # konverzní poměr kampaní CZ FB, je to v %
conv_rate_cz_gads = 0.0596 # konverzní poměr kampaní GADS, je to v %

velikost_cz_fb = 68000
velikost_cz_gads = 213700

celkem = (velikost_cz_fb * conv_rate_cz_fb) + (velikost_cz_gads *
conv_rate_cz_gads)

# normalizovaná hledanost klíčových slov a velikosti cílové skupiny přes
maximum s konverzním poměrem
fb_norm = (velikost_cz_fb * conv_rate_cz_fb) / celkem
gads_norm = (velikost_cz_gads * conv_rate_cz_gads) / celkem

print(f'normalizovaný fb = {fb_norm}\nnormalizovaný gads = {gads_norm}\n')

# vážený počet konverzí z jednotlivých platforem
fb_cz_konverzi = fb_norm * k_cz
gads_cz_konverzi = gads_norm * k_cz

k_eng = 3000 * 0.1 # uvažuji 3000 přihlášek na eng programy celkem z toho chci
mít aspoň 10% přímo z kampaní

conv_rate_eng_fb = 0.0150 # konverzní poměr kampaní eng FB, v %
conv_rate_eng_gads = 0.5369 # konverzní poměr kampaní eng gads, v %

velikost_eng_fb = 172300
velikost_eng_gads = 31650

celkem = (velikost_eng_fb * conv_rate_eng_fb) + (velikost_eng_gads *
conv_rate_eng_gads)

# normalizovaná hledanost klíčových slov a velikosti cílové skupiny přes
maximum s konverzním poměrem
fb_norm = (velikost_eng_fb * conv_rate_eng_fb) / celkem
gads_norm = (velikost_eng_gads * conv_rate_eng_gads) / celkem

print(f'normalizovaný fb = {fb_norm}\nnormalizovaný gads = {gads_norm}\n')

# vážený počet konverzí z jednotlivých platforem
fb_eng_konverzi = fb_norm * k_eng
gads_eng_konverzi = gads_norm * k_eng

```

```

k_centra = 30 * 2 * 7 * 0.5 # 7 center, každé má 2 stupně, a všude chci aspoň
30 přihlášek

conv_rate_centra_fb = 0.0739 # konverzní poměr kampaní eng FB, v %
conv_rate_centra_gads = 0.0634 # konverzní poměr kampaní eng gads, v %

velikost_centra_fb = 30000 * 7
velikost_centra_gads = 3600

celkem = (velikost_centra_fb * conv_rate_centra_fb) + (velikost_centra_gads *
conv_rate_centra_gads)

# normalizovaná hledanost klíčových slov a velikosti cílové skupiny přes
maximum s konverzním poměrem
fb_norm = (velikost_centra_fb * conv_rate_centra_fb) / celkem
gads_norm = (velikost_centra_gads * conv_rate_centra_gads) / celkem

print(f'normalizovaný fb = {fb_norm}\nnormalizovaný gads = {gads_norm}\n')

# vážený počet konverzí z jednotlivých platforem
fb_centra_konverzi = fb_norm * k_centra
gads_centra_konverzi = gads_norm * k_centra

```

Python Script 12 Výpočet požadovaných konverzí pro jednotlivé platformy

```

def vypocet_gamma_1(Gamma_1, konverze, celkem):

    # seznam požadovaných hodnot konverzí pro každé x_j
    k_cz_fb, k_eng_fb, k_centra_fb, k_cz_gads, k_eng_gads, k_centra_gads =
konverze

    # celkový seznam požadovaných hodnot
    pozadavek_cz, pozadavek_eng, pozadavek_centra = celkem

    model = pulp.LpProblem(name= f"MarketingMinRozpocet_gamma_{Gamma_1}",
sense = pulp.LpMaximize)

    # stanovení rozhodovacích proměnných
    # x = {i: LpVariable(name=f"x{j}", lowBound=0) for j in range(1, 6)}

    x_1 = pulp.LpVariable(name = "fb_cesti_studenti", lowBound = 0) # rozpočet
FB pro cz studenty
    x_2 = pulp.LpVariable(name = "fb_zahranicni_studenti", lowBound = 0) #
rozpočet FB pro zahraniční studenty
    x_3 = pulp.LpVariable(name = 'fb_centra', lowBound = 0) # rozpočet FB pro
centra
    x_4 = pulp.LpVariable(name = 'gads_cesti_studenti', lowBound = 0) # rozpo-
čet GAds pro české studenty
    x_5 = pulp.LpVariable(name = 'gads_zahranicni_studenti', lowBound = 0) #
rozpočet GAds pro zahraniční studenty
    x_6 = pulp.LpVariable(name = 'gads_centra', lowBound = 0) # rozpočet GAds
pro centra

    p1 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_cesti_studetni", lowBound=0) # pomocná
proměnná FB čeští studenti
    p2 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_zahranicni_studenti", lowBound=0) # po-
mocná proměnná pro zahraniční studenty
    p3 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_centra", lowBound=0) # pomocná proměnná
pro centra

    z1 = pulp.LpVariable(name = "z_1", lowBound = 0) # roznustní pomocná pro-
měnná

    # podmínky modelu
    # podmínka potřebného počtu impresí FB a GADS
    model += (-26.0528571429 * x_1 - 79.7966666667 * x_2 - 18.23 * x_3 +
(k_cz_fb/(0.074 * 0.021)) * 3 + (k_eng_fb/(0.163 * 0.008)) * 3 + (k_cen-
tra_fb/(0.05 * 0.014)) * 3 + p1 + p2 + p3 + z1 * Gamma_1 <= 0 , "imprese_fb")
    model += (-0.635 * x_4 - 0.6775 * x_5 - 0.41265 * x_6 + k_cz_gads/(0.63 *
0.124) + k_eng_gads/(0.06 * 0.08) + k_centra_gads/(0.550 * 0.048) <= 0 , "im-
prese_gads")

    # podmínka požadovaného počtu konverzí pro cílové skupiny

```

```

model += (0.0281890652517 * x_1 + 0.00432343121974 * x_4 >= pozadavek_cz,
"pozadavky_cz")
model += (0.039587478001 * x_2 + 0.0233240825712 * x_5 >= pozadavek_eng,
"pozadavky_zahranicni")
model += (0.0149673916703 * x_3 + 0.00285846573558 * x_6 >=
pozadavek_centra , "pozadavky_centra")

# Robustní podmínky pro Facebook kampaně
model += (z1 + p1 - 16.252857142857142 * x_1 >= 0, "rob_FB_imp_cz")
model += (z1 + p2 - 55.566666666666666 * x_2 >= 0, "rob_FB_imp_zahranicni")
model += (z1 + p3 - 1.9400000000000013 * x_3 >= 0, "rob_FB_imp_centra")

# Definice kritériální funkce - minimalizace celkového rozpočtu
model += pulp.lpSum([-x_1, -x_2, -x_3, -x_4, -x_5, -x_6])

# Vyřešení modelu
status = model.solve()

return {
    "status": pulp.LpStatus[model.status], # status řešení
    "x_1": x_1.value(), # hodnoty jednotlivých proměnných
    "x_2": x_2.value(),
    "x_3": x_3.value(),
    "x_4": x_4.value(),
    "x_5": x_5.value(),
    "x_6": x_6.value(),
    "p1": p1.value(),
    "p2": p2.value(),
    "p3": p3.value(),
    "z1": z1.value(),
    "kriterialni_funkce": model.objective.value() # hodnota kritériální
funkce
}

```

Python Script 13 RLP s neurčitostí avg imp_{lt} , změna parametru Γ_1

```

def vypocet_gamma_2(Gamma_2, konverze, celkem):

    # seznam požadovaných hodnot konverzí pro každé x_j
    k_cz_fb, k_eng_fb, k_centra_fb, k_cz_gads, k_eng_gads, k_centra_gads =
konverze

    # celkový seznam požadovaných hodnot
    pozadavek_cz, pozadavek_eng, pozadavek_centra = celkem

    model = pulp.LpProblem(name= f"MarketingMinRozpocet_gamma_{Gamma_2}",
sense = pulp.LpMaximize)

    # stanovení rozhodovacích proměnných
    # x = {i: LpVariable(name=f"x{i}", lowBound=0) for i in range(1, 5)}

    x_1 = pulp.LpVariable(name = "fb_cesti_studenti", lowBound = 0)
    x_2 = pulp.LpVariable(name = "fb_zahranicni_studenti", lowBound = 0)
    x_3 = pulp.LpVariable(name = 'fb_centra', lowBound = 0)
    x_4 = pulp.LpVariable(name = 'gads_cesti_studenti', lowBound = 0)
    x_5 = pulp.LpVariable(name = 'gads_zahranicni_studenti', lowBound = 0)
    x_6 = pulp.LpVariable(name = 'gads_centra', lowBound = 0)

    p4 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_cesti_studenti", lowBound=0)
    p5 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_zahranicni_studenti", lowBound=0)
    p6 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_centra", lowBound=0)

    z2 = pulp.LpVariable(name = "z_2", lowBound = 0)

    # podmínky modelu
    # počet impresí
    model += (-26.0528571429 * x_1 - 79.7966666667 * x_2 - 18.23 * x_3 +
(k_cz_fb/(0.074 * 0.021)) * 3 + (k_eng_fb/(0.163 * 0.008)) * 3 +
(k_centra_fb/(0.05 * 0.014)) * 3 <= 0 , "imprese_fb")

    model += (-0.635 * x_4 - 0.6775 * x_5 - 0.41265 * x_6 + k_cz_gads/(0.63 *
0.124) + k_eng_gads/(0.06 * 0.08) + k_centra_gads/(0.550 * 0.048) + p4 + p5 +
p6 + z2 * Gamma_2 <= 0 , "imprese_gads")

    # počet požadovaných konverzí pro cílové skupiny
    model += (0.0281890652517 * x_1 + 0.00432343121974 * x_4 >= pozadavek_cz,
"pozadavky_cz")
    model += (0.039587478001 * x_2 + 0.0233240825712 * x_5 >= pozadavek_eng,
"pozadavky_zahranicni")
    model += (0.0149673916703 * x_3 + 0.00285846573558 * x_6 >=
pozadavek_centra , "pozadavky_centra")

    model += (z2 + p4 - 0.435 * x_4 >= 0, "rob_GADS_imp_cz")

```

```

model += (z2 + p5 - 0.3575 * x_5 >= 0, "rob_GADS_imp_zahranicni")
model += (z2 + p6 - 0.11754999999999999 * x_6 >= 0, "rob_GADS_imp_centra")

# Add the objective function to the model
model += pulp.lpSum([-x_1, -x_2, -x_3, -x_4, -x_5, -x_6])

status = model.solve()

return {
    "status": pulp.LpStatus[model.status],
    "x_1": x_1.value(),
    "x_2": x_2.value(),
    "x_3": x_3.value(),
    "x_4": x_4.value(),
    "x_5": x_5.value(),
    "x_6": x_6.value(),
    "p4": p4.value(),
    "p5": p5.value(),
    "p6": p6.value(),
    "z2": z2.value(),
    "kriterialni_funkce": model.objective.value()
}

```

Python Script 14 RLP s neurčitostí avg imp_{it} , změna parametru Γ_2

určení kritériální funkce

```
def vypocet_modelu(Gamma_1, Gamma_2, konverze, celkem):

    # seznam požadovaných hodnot konverzí pro každé x_j
    k_cz_fb, k_eng_fb, k_centra_fb, k_cz_gads, k_eng_gads, k_centra_gads =
konverze

    # celkový seznam požadovaných hodnot
    pozadavek_cz, pozadavek_eng, pozadavek_centra = celkem

    # inicializace modelu
    model = pulp.LpProblem(name= f"MarketingMinRozpocet_gamma_{Gamma_1},
{Gamma_2}", sense = pulp.LpMaximize)

    # stanovení rozhodovacích proměnných
    # x = {i: LpVariable(name=f"x{i}", lowBound=0) for i in range(1, 5)}

    x_1 = pulp.LpVariable(name = "fb_cesti_studenti", lowBound = 0)
    x_2 = pulp.LpVariable(name = "fb_zahranicni_studenti", lowBound = 0)
    x_3 = pulp.LpVariable(name = 'fb_centra', lowBound = 0)
    x_4 = pulp.LpVariable(name = 'gads_cesti_studenti', lowBound = 0)
    x_5 = pulp.LpVariable(name = 'gads_zahranicni_studenti', lowBound = 0)
    x_6 = pulp.LpVariable(name = 'gads_centra', lowBound = 0)

    p1 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_cesti_studetni", lowBound=0)
    p2 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_zahranicni_studenti", lowBound=0)
    p3 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_centra", lowBound=0)
    p4 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_cesti_studenti", lowBound=0)
    p5 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_zahranicni_studenti", lowBound=0)
    p6 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_centra", lowBound=0)

    z1 = pulp.LpVariable(name = "z_1", lowBound = 0)
    z2 = pulp.LpVariable(name = "z_2", lowBound = 0)

    # podmínky modelu
    # dosah fb
    #model += (-13.092857142857142 * x_1 - 28.206666666666667 * x_2 -
0.1150000000000000021 * x_3 + k_cz_fb/(0.074 * 0.021) + k_eng_fb/(0.163 *
0.008)+ k_centra_fb/(0.05 * 0.014) <= 0, 'dosah_fb')

    # podmínky počtu impresí
    model += (-26.0528571429 * x_1 - 79.7966666667 * x_2 - 18.23 * x_3 +
(k_cz_fb/(0.074 * 0.021)) * 3 + (k_eng_fb/(0.163 * 0.008)) * 3 +
(k_centra_fb/(0.05 * 0.014)) * 3 + p1 + p2 + p3 + z1 * Gamma_1 <= 0 ,
"imprese_fb")
```

```

    model += (-0.635 * x_4 - 0.6775 * x_5 - 0.41265 * x_6 + k_cz_gads/(0.63 *
0.124) + k_eng_gads/(0.06 * 0.08) + k_centra_gads/(0.550 * 0.048) + p4 + p5 +
p6 + z2 * Gamma_2 <= 0 , "imprese_gads")

    # počet požadovaných konverzí pro cílové skupiny
    model += (0.0281890652517 * x_1 + 0.00432343121974 * x_4 >= pozadavek_cz,
"pozadavky_cz")
    model += (0.039587478001 * x_2 + 0.0233240825712 * x_5 >= pozadavek_eng,
"pozadavky_zahranicni")
    model += (0.0149673916703 * x_3 + 0.00285846573558 * x_6 >=
pozadavek_centra , "pozadavky_centra")

    # robustní podmínky
    model += (z1 + p1 - 16.252857142857142 * x_1 >= 0, "rob_FB_imp_cz")
    model += (z1 + p2 - 55.566666666666666 * x_2 >= 0, "rob_FB_imp_zahranicni")
    model += (z1 + p3 - 1.9400000000000013 * x_3 >= 0, "rob_FB_imp_centra")

    model += (z2 + p4 - 0.435 * x_4 >= 0, "rob_GADS_imp_cz")
    model += (z2 + p5 - 0.3575 * x_5 >= 0, "rob_GADS_imp_zahranicni")
    model += (z2 + p6 - 0.11754999999999999 * x_6 >= 0, "rob_GADS_imp_centra")

    # Přidání UF do modelu
    model += pulp.lpSum([-x_1, -x_2, -x_3, -x_4, -x_5, -x_6])

    status = model.solve()

    return {
        "status": pulp.LpStatus[model.status],
        "x_1": x_1.value(),
        "x_2": x_2.value(),
        "x_3": x_3.value(),
        "x_4": x_4.value(),
        "x_5": x_5.value(),
        "x_6": x_6.value(),
        "p1": p1.value(),
        "p2": p2.value(),
        "p3": p3.value(),
        "p4": p4.value(),
        "p5": p5.value(),
        "p6": p6.value(),
        "z1": z1.value(),
        "z2": z2.value(),
        "kriterialni_funkce": model.objective.value()
    }
}

```

Python Script 15 RLP se neurčitostí parametru $avg\ imp_{it}$, změny parametrů a Γ_1 a Γ_2 zároveň

```

def vypocet_gamma_c(Gamma_c, konverze, celkem, delta_values):

    # rozbalení seznamu požadovaných hodnot konverzí pro každé x_j
    k_cz_fb, k_eng_fb, k_centra_fb, k_cz_gads, k_eng_gads, k_centra_gads =
konverze

    # rozbalení seznamu požadovaných hodnot konverzí pro jednotlivé cílové
skupiny
    pozadavek_cz, pozadavek_eng, pozadavek_centra = celkem

    # rozbalení seznamu odchylek, aby se daly použít dále
    delta_1, delta_2, delta_3, delta_4, delta_5, delta_6 = delta_values

    model = pulp.LpProblem(name= f"MarketingMaxKonverze_gamma_{Gamma_c}",
sense = pulp.LpMaximize)

    # -----
    # stanovení rozhodovacích proměnných
    x_1 = pulp.LpVariable(name = "fb_cesti_studenti", lowBound = 0)
    x_2 = pulp.LpVariable(name = "fb_zahranicni_studenti", lowBound = 0)
    x_3 = pulp.LpVariable(name = 'fb_centra', lowBound = 0)
    x_4 = pulp.LpVariable(name = 'gads_cesti_studenti', lowBound = 0)
    x_5 = pulp.LpVariable(name = 'gads_zahranicni_studenti', lowBound = 0)
    x_6 = pulp.LpVariable(name = 'gads_centra', lowBound = 0)

    # pomocné podmínky modelu
    p1 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_cesti_studetni", lowBound=0)
    p2 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_zahranicni_studenti", lowBound=0)
    p3 = pulp.LpVariable(name = "p_fb_centra", lowBound=0)
    p4 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_cesti_studetni", lowBound=0)
    p5 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_zahranicni_studenti", lowBound=0)
    p6 = pulp.LpVariable(name = "p_gads_centra", lowBound=0)

    # proměnné zastupující hodnotu UF pro jednotlivé cílové skupiny
    E1 = pulp.LpVariable( name = "konverze_cesti_studenti", lowBound= 0)
    E2 = pulp.LpVariable( name = "konverze_zahranicni_studenti", lowBound= 0)
    E3 = pulp.LpVariable( name = "konverze_centra", lowBound= 0)

    # pomocné proměnné z
    f1 = pulp.LpVariable( name = "z_cesti_studenti", lowBound= 0)
    f2 = pulp.LpVariable( name = "z_zahranicni_studenti", lowBound= 0)
    f3 = pulp.LpVariable( name = "z_centra", lowBound= 0)
    z = pulp.LpVariable( name = "z_total", lowBound= 0)

    # -----
    # UF do podmínky

```

```

model += (-0.0281890652517 * x_1 - 0.039587478001 * x_2 - 0.0149673916703
* x_3 - 0.00432343121974 * x_4 - 0.0233240825712 * x_5 - 0.00285846573558 *
x_6 + p1 + p2 + p3 + p4 + p5 + p6 + E1 + E2 + E3 + z * Gamma_c <= 0,
'uf_do_podminky')

# podmínky modelu
# budget restrictions
model += (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 <= 200000,
'Omezení rozpočtu')

# podmínky počtu impresí / zahrnuje to už dosah
# imrese FB
model += (26.0528571429 * x_1 + 79.7966666667 * x_2 + 18.23 * x_3 -
(k_cz_fb/(0.074 * 0.021)) * 3 - (k_eng_fb/(0.163 * 0.008)) * 3 -
(k_centra_fb/(0.05 * 0.014)) * 3 >= 0,
'imprese_fb')

# imprese google
model += (0.635 * x_4 + 0.6775 * x_5 + 0.41265 * x_6 - k_cz_gads/(0.63 *
0.124) - k_eng_gads/(0.06 * 0.08) - k_centra_gads/(0.550 * 0.048) >= 0,
'imprese_gads')

# Minimální požadavky na E1
model += (-0.0281890652517 * x_1 - 0.00432343121974 * x_4 + p1 + p4 + f1 +
E1 <= 0,
'rob_pozadavky_cz')

# Minimální požadavky na E2
model += (-0.039587478001 * x_2 - 0.0233240825712 * x_5 + p2 + p5 + f2 +
E2 <= 0,
'rob_pozadavky_zahranicni')

# Minimální požadavky na E3
model += (-0.0149673916703 * x_3 - 0.00285846573558 * x_6 + p3 + p6 + f3 +
E3 <= 0,
'rob_pozadavky_centra')

```

```

# počet požadovaných konverzí pro cílové skupiny
model += (E1 >= pozadavek_cz, 'požadavky_cesti_studenti')
model += (E2 >= pozadavek_eng, 'požadavky_zahranicni_studenti')
model += (E3 >= pozadavek_centra, 'požadavky_centra')

# robustní podmínky pro c_j koeficient
# \delta_j^c stanoveno přes procento
#  $z + p_{\{l\{a\}, t\{b\}\}} \geq \delta_{\{l\{a\}, t\{b\}\}}^c$ 
model += (z + p1 >= delta_1 * x_1, "rob_FB_cz_c")
model += (z + p2 >= delta_2 * x_2, "rob_FB_zahranicni_c")
model += (z + p3 >= delta_3 * x_3, "rob_FB_centra_c")
model += (z + p4 >= delta_4 * x_4, "rob_GADS_cz_c")
model += (z + p5 >= delta_5 * x_5, "rob_GADS_zahranicni_c")
model += (z + p6 >= delta_6 * x_6, "rob_GADS_centra_c")

# suma pomocných proměnných  $\sum f = \Gamma$ 
model += (f1 + f2 + f3 == Gamma_c, 'Suma zz_{1,2,3} = z')

model += (f1 <= 2, 'f omezení součtu gamma 1')
model += (f2 <= 2, 'f omezení součtu gamma 2')
model += (f3 <= 2, 'f omezení součtu gamma 3')

# -----

# účelová funkce
model += (pulp.lpSum([E1, E2, E3]))

status = model.solve() # přes tohle se spustí výpočet

# -----

return {
    "status": pulp.LpStatus[model.status],
    "x_1": x_1.value(),
    "x_2": x_2.value(),
    "x_3": x_3.value(),
    "x_4": x_4.value(),
    "x_5": x_5.value(),
    "x_6": x_6.value(),
    "p1": p1.value(),
    "p2": p2.value(),
    "p3": p3.value(),
    "p4": p4.value(),
    "p5": p5.value(),
    "p6": p6.value(),
    "z": z.value(),
    'E1': E1.value(),
    'E2': E2.value(),

```

```
'E3': E3.value(),  
"f1": f1.value(),  
"f2": f2.value(),  
"f3": f3.value(),  
"kriterialni_funkce": model.objective.value()  
}
```

Python Script 16 RLP s odchylkou δ_{it}^c